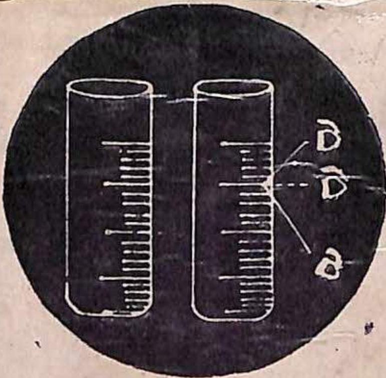
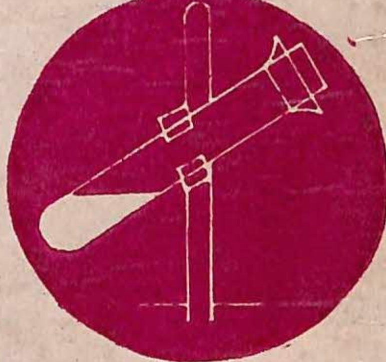
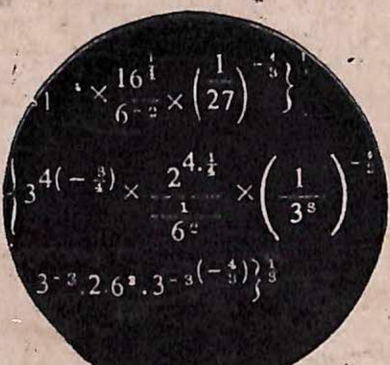
বিনয় দত্ত

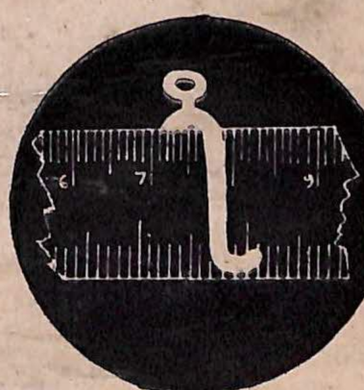
# বিজ্ঞানের মজা

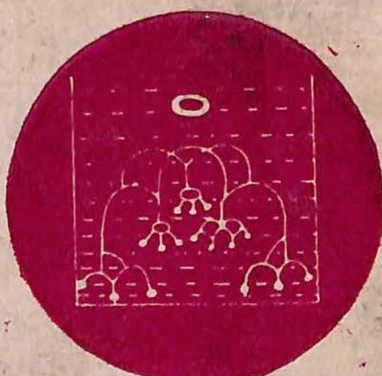
অংক

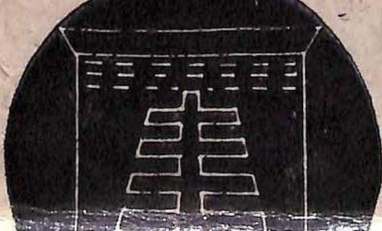












# বিজ্ঞানের মজা

অংক

বিনয় দত্ত

জে এন চক্রবর্তী অ্যাণ্ড কোং
১৩ বঙ্কিম চ্যাটার্জী ষ্ট্রীট, কলিকাতা-৭৩

Bigganer Moja ( Mathematics )
Writen by Benoy Datta
Price Rs. 30/-

প্রথম প্রকাশ :
১লা বৈশাখ ১৩৯৫
১৪ই এপ্রিল ১৯৮৮

প্রকাশক :
দিলীপ চক্রবর্তী
১৩ বঙ্কিম চ্যাটার্জী ষ্ট্রীট
কলিকাতা-৭০০০৭৩
দূরভাষ : ৩১-৪৩০৬

ভেতরের ছবি— মীনা মুখোপাধ্যায়



মুদ্রাকর :
লক্ষ্মী প্রিন্টার্স
শ্রীগণেশ কুমার ভাণ্ডারী
২১/১ বি, পটুয়াটোলা লেন
কলিকাতা-৭০০০০৯

তিরিশ টাকা

## বিজ্ঞানের মজা ঃ অংক

তোমারাতো জানই গণিতকে বলা হয় বিজ্ঞানের রানী, কারণ গণিতের হাত ধরেই বিজ্ঞানকে অগ্রসর হতে হয়। আর এই গণিতের প্রতি তোমাদের ভয় দূর করে মনে আগ্রহ সঞ্চারের উদ্দেশ্যেই এই বই।

এখানে আছে কিছু মজার ও আকর্ষণীয় অংকের প্রশ্ন এবং তাদের সমাধান। প্রতিটি প্রশ্নের উত্তরে প্রশ্নটি সরলভাবে বিশ্লেষণ করে তার সমাধানে এসে পৌছান হয়েছে যাতে তোমাদের বুঝতে সামান্য অসুবিধাও না হয়।

তাহলে চল বেড়াতে—বিজ্ঞানের সেই রানীর দেশে! দেখবে কি সুন্দর আর মজার সেই দেশ! আর তা তোমাদের ভাল লাগলে আমারও আনন্দ!

১০.৪.৮৮ লেখক

এভাবে মোট তিনবার টাকা দ্বিগুণ করার পর ঠগকে তার টাকা মিটিয়ে দিয়ে বোকা লোকটা আশ্চর্য হয়ে দেখল—তার থলিতে আর কিছুই অবশিষ্ট নেই। সে তো কপাল চাপ্‌ড়াতে চাপড়াতে বাড়ি চলে গেল।

এখন বার করত বোকা লোকটার কাছে প্রথমে কত টাকা ছিল।

৯। **ভুলে যাওয়া অঙ্ক !**

তোমার বন্ধু তানিয়া তোমার জন্মদিনের অনুষ্ঠানে এসে বলল, আমি একটা অঙ্কের খেলা জানি, তোমাদের দেখাচ্ছি। যে-কোন একটা সংখ্যা মনে মনে ভাব।

তুমি জানতে চাইলে কত অঙ্কের সংখ্যা ?

যত অঙ্কের খুশি, বলেছি না যে কোন সংখ্যা।

এবার সংখ্যাটা থেকে অঙ্কগুলির যোগফল বিয়োগ কর। এই বিয়োগফলের একটা অঙ্ক ছাড়া বাকি অঙ্কগুলো আমাকে বল।

বাকি অঙ্কগুলো কি পরপর বলতে হবে, না যে-কোন ভাবে বললেই হবে ?

যে-কোন ভাবে বললেই হবে।

[মনে কর তুমি সংখ্যাটা ধরলে ৮০৯৪। এখানে অঙ্কগুলোর যোগফল= ৮+০+৯+৪=২১। তাহলে বিয়োগফল=৮০৯৪−২১=৮০৭৩।

এর মধ্যে ৭ বাদ দিয়ে তুমি বাকি অঙ্কগুলো তানিয়াকে বললে, ৩, ৮ আর ০।]

তানিয়া হাসিমুখে বলল, তাহলে বাকি অঙ্কটা হচ্ছে সাত, কি ঠিক বলিনি ?

সবাই আশ্চর্য !

তানিয়া কি করে না বলা অঙ্কটা জানল ?

১০। **ওজন কত বেশী ?**

একটা বড় বাটি আর একটা ছোট বাটি একইরকম দেখতে, আর সমান পুরু। ছোটটায় জল ধরে ২৫০ গ্রাম, আর বড়টায় ধরে ২ কিলোগ্রাম।

দুটো একই ধাতুতে তৈরি হলে ভেবে ঠিক কর—বড়টার ওজন ছোটটার ওজনের কত গুণ।

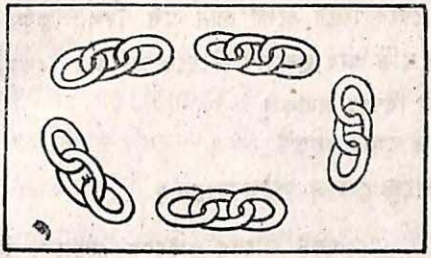
১১। **সারিতে সাজান !**

চব্বিশটা আম এমনভাবে ছটা সারিতে সাজাওতো যাতে, প্রত্যেক সারিতে থাকে পাঁচটা আম।

১২। **শেকল জোড়ার সমস্যা।**

পাঁচটা ছোট শেকল আছে, প্রত্যেকটায় তিনটে করে আংটা ( চিত্র ১ )।

এই পাঁচটা শেকল জুড়ে একটা বড় শেকল তৈরি করতে হবে। এখন প্রশ্ন



চিত্র। (প্রশ্ন ।2)

হল—এর জন্য সবচেয়ে কম কটা আংটা খুলে আবার জুড়তে হবে? বড় শেকলের মুখ দুটো খোলাই থাকবে। পরস্পর জোড়া থাকবে না।

**১৩। গুণ ঠিক হল কিনা কি করে বুঝবে?**

একটা বিরাট গুণ হয়তো করলে, কিন্তু সেটা যদি ভুল হয়, তবে পরে যা কিছু করবে, সবই ভুল হবে। তাহলে গুণটা ঠিক হল কিনা সহজে কি করে বুঝবে?

**১৪। ভাগ ঠিক হল কিনা বোঝার উপায় কি?**

একটা বিরাট ভাগ করে ভাগটা ঠিক হল কিনা বোঝার সহজ উপায় কি?

**১৫। কে কি নিয়েছে?**

সেদিন চয়ন, ছন্দমণি, কৃষ্ণা যশোধরা আর তুমি—ছুটির দিনে তোমাদের বাড়িতে বসে গল্প করছ। এমন সময় চয়ন বলল, আজকে একটা মজার খেলা দেখাব; আমাকে তিনটে যে-কোন ছোট ছোট জিনিস দাও।

তুমি একটা পেন আর একটা ঘড়ি এনে দিলে, আর কৃষ্ণা যশোধরা দিল তার একটা আংটি। চয়ন এবার তেইশটা টফি চাইল, তুমিও যার কাছ থেকে তেইশটা টফি এনে একটা প্লেটে করে টেবিলের উপর রাখলে। পেন, ঘড়ি আর আংটিও টেবিলের উপর রাখা আছে। চয়ন বলল, আমি এখন বাইরে যাচ্ছি, তোমাদের মধ্যে একজন ঘড়ি, একজন পেন আর একজন আংটিটা নিয়ে নিজের কাছে রাখ। আমি এসে বলে দেব কে কি নিয়েছে।

বাইরে থেকে এসে চয়ন প্লেট থেকে ছন্দমণিকে একটা, তোমাকে দুটো আর কৃষ্ণা যশোধরাকে তিনটি টফি দিয়ে বলল, আমি আবার বাইরে যাচ্ছি, তোমরা আরও কয়েকটা টফি নাও। যে পেন নিয়েছ, সে নেবে তাকে এখন যতগুলি টফি

The Book of Universe is written in the language of Mathematics.

James Jeans

এই বিশ্বজগতের পুঁথি গণিতের ভাষায় লেখা।

জেম্‌স্ জীনস্

লেখকের অন্যান্য বই :

বিজ্ঞানের মজা ( রসায়ন )
বিজ্ঞানের মজা ( পদার্থবিদ্যা )

# সূচীপত্র ( প্রশ্ন )

দিলাম ঠিক ততগুলি ; যে ঘড়ি নিয়েছ, সে নেবে এখন যতগুলি পেয়েছ তার দ্বিগুণ ; আর যে আংটি নিয়েছ সে নেবে এখন যে এটা পেয়েছ তার চারগুণ।

এবার বাইরে থেকে ফিরে এসেই চয়ন বলে দিল, কৃষ্ণা যশোধরা নিয়েছে পেন, তুমি নিয়েছ ঘড়ি আর ছন্দমণি নিয়েছে আংটি। কেমন, ঠিক বলিনি ? তোমরা তিনজনেই বিস্ময়ে অবাক !

চয়নের ঠিকমত বলার রহস্যটা কি ?

## ১৬। পিঁপড়ে কোন্ পথে যাবে ?



চিত্র ২ (প্রশ্ন 16)

একটা জারের বাইরের দেয়ালে, উপরের মাথা থেকে ৫ সেন্টিমিটার নীচে একটা পিঁপড়ে আছে। পিঁপড়েটা লক্ষ্য করল ঠিক বিপরীত দিকে ভিতরের দেয়ালে এক ফোঁটা মধু লেগে রয়েছে। ( চিত্র ২ )

আচ্ছা বলতো, পিঁপড়েটার মধুর কাছে পৌছাবার সবচেয়ে ছোট পথ কোন্‌টা ? পাত্রের উচ্চতা ১৫ সেন্টিমিটার, আর ব্যাস ৭ সেন্টিমিটার।

## ১৭। কার বেশী শীত করছে ?

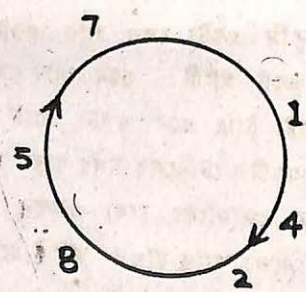
জানুয়ারী মাসে একদিন প্রচণ্ড ঠাণ্ডা পড়েছে, তুমি আর তোমার বাবা, কি মা একই পোশাক পরে রাস্তায় দাঁড়িয়ে আছ।

বল তো কার বেশী শীতে লাগছে ? নাকি দুজনেরই সমান শীত করবে ?

## ১৮। একটি মজার আবৃত্ত দশমিক।

তোমার বন্ধু তপন একটা কাগজে একটা বৃত্ত আঁকল ; তার চারপাশে ১, ৪ ২, ৮, ৫, ৭ অঙ্কগুলো বসালো ( চিত্র দেখ )।

এবার বলল, যে-কোন অঙ্ক থেকে শুরু করে ঘড়ির কাঁটার চলার দিকে পর-পর ছটা অঙ্ক নাও, যেমন—১৪২৮৫৭, ৪২৮৫৭১, ২৮৫৭১৪ ইত্যাদি। এখন এগুলোকে আবৃত্ত দশমিকে পরিণত কর, যেমন, ·১৪২৮৫৭, ·৪২৮৫৭১, ·২৮৫৭১৪ ………···৭১৪২৮৫। এর যে-কোন একটা আমাকে বল, আমি সঙ্গে সঙ্গে মুখে বলে দেব সেটাকে সামান্য ভগ্নাংশে নিলে মান কত হবে।




প্রশ্ন 18

তুমি জানতে চাইলে, আচ্ছা, $\cdot\dot{৫}৭১৪২\dot{৮}$ এর মান কত ?

তপন সঙ্গে সঙ্গে বলল, $\frac{৪}{৭}$।

তপনের সঙ্গে সঙ্গে বলতে পারার রহস্যটা কি ?

## ১৯। এক লোভী বড়লোকের গল্প।

একদেশে ছিল এক বিরাট বড়লোক ; সে ছিল আবার ভীষণ লোভী আর কৃপণ। সবসময় চিন্তা করত কি ভাবে তার টাকা আরও বাড়ান যায়।

একদিন একটা লোক এসে তাকে বলল, আপনি তো সবসময় টাকার কথা ভাবেন, তা আমার একটা প্রস্তাব আছে, এতে রাজি হলে আপনার প্রচুর লাভ হবে।

বড়লোক খুব খুশি হয়ে জানতে চাইল,—আপনার প্রস্তাবটা কি ?

লোকটা জবাব দিল। আবার প্রস্তাবটা খুবই সহজ। আমি পুরো একমাস ধরে প্রতিদিন আপনাকে দু'লক্ষ করে টাকা দিয়ে যাব। তবে আপনার নিশ্চয়ই কারও কাছ থেকে শুধু শুধু টাকা নিতে ভাল লাগবে না সেইজন্য আপনিও আমাকে সামান্য কিছু দেবেন।

বড়লোক একটু শঙ্কিত হয়ে জিজ্ঞেস করল—তা আপনাকে 'কত দিতে হবে ?'

অতি সামান্য, বললাম না শুধু আপনার মনকে সান্ত্বনা দেবার জন্য। প্রথম দিন দেবেন মাত্র এক পয়সা।'

'মাত্র এক পয়সা, দুলক্ষ টাকার বদলে ? বড়লোকের যেন বিশ্বাস হচ্ছিল না।

আগেই তো বলেছি আপনাকে দিতে হবে অতি সামান্য। প্রথম দিনের দু' লক্ষ টাকার বদলে আপনি আমাকে দেবেন মাত্র এক পয়সা। দ্বিতীয় দিনের দুলক্ষ টাকার বিনিময়ে আপনি দেবেন মাত্র দু' পয়সা। এইভাবে তৃতীয় দিন দেবেন চার পয়সা। চতুর্থ দিন আট পয়সা, পঞ্চম দিন ষোল পয়সা ইত্যাদি। শুধু একটা শর্ত আছে ; মাস শেষ হওয়ার আগে লেনদেন বন্ধ করা যাবে না।

বড়লোকের তবুও ঠিক বিশ্বাস হচ্ছিল না, বলল, দেখুন আবার ঠকাবেন না তো ? প্রতিদিন ঠিক দুলাক্ষ টাকা দিয়ে যাবেন ?

আপনি নিশ্চিন্ত থাকুন, আমার কথার খেলাপ হয় না— লোকটি চলে গেল।

বড়লোক মনে মনে ভাবল, এর মধ্যে আবার জাল জোচ্চুরি নেই তো, নোট-গুলি ভাল করে দেখে নিতে হবে ! এগুলো যদি ডাকাতির টাকা হয় ? তা যা হয় হবে, আমার তো প্রচুর লাভ থাকছে ! লোকটা বোধ হয় আর আসবেই না !

# বিজ্ঞানের মজা

## অঙ্ক

### ১। কি করে বুঝলো ?

একদিন দুজন লোক বাসে করে যাচ্ছে। দুজনেই কণ্ডাকটারকে 50 পয়সা দিল। কণ্ডাকটার একজনকে কোন কিছু জিজ্ঞেস না করেই সঠিক টিকিট দিল ; কিন্তু অন্যজনের কাছে জানতে চাইল 40 পয়সার টিকিট, না 50 পয়সার ?

এখন বল এরকম পার্থক্যের কারণ কি ? কণ্ডাকটার কিন্তু দুজনের কাউকেই চেনে না।

### ২। আধখানা ডিম বিক্রি !

একজন লোক কিছু ডিম বিক্রি করতে বসেছেন। প্রথম ক্রেতাকে তিনি দিলেন তার মোট যত ডিম ছিল তার অর্ধেক, আর আধখানা ডিম বেশি। দ্বিতীয় ক্রেতাকে তিনি বিক্রি করলেন অবশিষ্ট ডিমের অর্ধেক, আর আধখানা ডিম বেশি। এইভাবে তৃতীয় ক্রেতাকেও বিক্রি করলেন অবশিষ্ট ডিমের অর্ধেক আর আধখানা ডিম বেশি। এইভাবে তৃতীয় ক্রেতাকে বিক্রয় করার পর তার কাছে আর একটিও ডিম রইল না।

এবার বল, তিনি কি করে আধখানা ডিম বিক্রি করলেন ? আর তার কাছে প্রথমে কত ডিম ছিল ?

### ৩। সতেরোটা হাতিকে সমান নয় ভাগ কর তো !

এক ব্যক্তির কয়েকটা হাতি ছিল। তিনি মৃত্যুকালে তার তিন ছেলেকে বলে গেলেন, আমার মৃত্যুর পর বড় ছেলে পাবে মোট হাতির ১/২ অংশ, মেজ ছেলে পাবে ১/৩ অংশ, আর ছোট পাবে ১/৯ অংশ। তাঁর মৃত্যুর পর ছেলেরা হাতি ভাগ করতে গিয়ে দেখল—মোট ১৭টা হাতি আছে। এখন তারা তো ভেবেই পেল না কিভাবে হাতি ভাগ করবে ?

তোমরা কি হাতি ভাগ করে দিয়ে তাদের একটু সাহায্য করতে পার ?

## ৪। চুলের পরমায়ু কত ?

একজন মানুষের মাথায় গড়ে প্রায় দেড় লক্ষ চুল থাকে, আর প্রতি মাসে প্রায় তিন হাজার চুল উঠে যায়।

আচ্ছা, এ থেকে বলতো মানুষের একটা চুলের গড় আয়ু কত ?

## ৫। নাতির বয়স ও ঠাকুর্দার বয়স সমান ?

একটি ছেলে বলল—আমার জন্ম সালের শেষ দু'সংখ্যা যত, ১৯৩০ সালে আমার বয়সও ছিল তত। আশ্চর্য ব্যাপার, আমার ঠাকুর্দাকে এই কথা বলতে তিনিও বললেন, ১৯৩০ সালে তাঁর বয়সেরও নাকি ঐ একই হিসাব ছিল !

তাহলে কি নাতি ঠাকুর্দার একই বয়স ?

## ৬। টাকার হিসাব মিলছে না !

দুই বাবা তাঁদের দুই ছেলেকে কিছু টাকা দিলেন জামা কিনতে। একজন তাঁর ছেলেকে দিলেন ৩০০ টাকা, অন্যজন তাঁর ছেলেকে দিলেন ২০০ টাকা। ছেলে দু'জন তাদের টাকা গুণে দেখল—দুজনের মোট টাকা বেড়েছে মাত্র ২০০ টাকা। বাকি ৩০০ টাকা গেল কোথায় ?

## ৭। অঙ্কের ম্যাজিক !

তোমার বন্ধু নীলু তোমাকে বলল, আজকে একটা অঙ্কের ম্যাজিক দেখাব। তিন অঙ্কের যে-কোন একটা সংখ্যা নাও ; আমাকে দেখাবে না, কিন্তু আমি বলে দেব।

তুমি জিজ্ঞেস করলে, সংখ্যাটির মধ্যে শূন্য থাকলে চলবে ?

নীলু জবাব দিল—কোন অসুবিধা নেই। এবার এই সংখ্যাটার ডানদিকে আবার ওই সংখ্যাটাকেই বসাও, তাহলে একটা ছয় অঙ্কের সংখ্যা হল ; যেমন মূল সংখ্যাটা যদি হয় ৫১২, তবে ছয় অঙ্কের সংখ্যাটা হবে ৫১২৫১২। এখন এই ছয় অঙ্কের সংখ্যাটাকে ৭ দিয়ে ভাগ কর।

তুমি জানতে চাইলে যদি ভাগ না মেলে ?

ঠিক মিলবে, এবার এই ভাগফলকে ৫ দিয়ে গুণ কর, গুণফলকে আবার ১১ দিয়ে ভাগ কর।

এবারও ভাগ মিলবে ?

মিলবে। এই দ্বিতীয় ভাগফলকে ৩ দিয়ে গুণ করে গুণফলকে ১৩ দিয়ে ভাগ কর।

ভাগ মিলে যাবে ?

হ্যাঁ, এই শেষ ভাগফল আমাকে বল।

শেষ ভাগফল হল ১৩৬০৫।

নীলু কয়েক সেকেণ্ড ভেবে বলল, তাহলে তোমার সংখ্যাটা হল ৯০৭। আমিতো অবাক, নীলু কি করে জানল?

তুমি এবার ভেবে বল—নীলু কিভাবে তোমার সংখ্যাটা বার করল?

**৮। টাকা দ্বিগুণ করার গল্প!**

এক ছিল ঠগ, তার কাজ ছিল নানা ফন্দি-ফিকির বার করে লোক ঠকিয়ে বেড়ানো। সে সেইজন্য নানা জায়গায় ঘুরে বেড়াত। একবার এক গ্রামে গিয়ে তার পরিচয় হল একজন বোকা লোকের সঙ্গে। একটু আলাপ করেই ঠগ বুঝতে পারল লোকটা একেবারে বোকা, এইরকম লোকই সে খুঁজছিল। সে লোকটাকে বলল—তুমি বড়লোক হতে চাও?

লোকটা জবাব দিল, তা আর কে না চায়? কেন, তোমার কোন সহজ পথ জানা আছে নাকি?

ঠগ বলল, হ্যাঁ, আমি টাকা দ্বিগুণ করতে পারি।

তাই নাকি? তা আমার দাদুও বলত—কেউ কেউ নাকি নানারকম তুকতাক করে টাকা দ্বিগুণ করতে পারে। তুমি যদি তা পার, তাহলে তো খুবই ভাল; আমার টাকা দ্বিগুণ করে দাও।

তোমার কাছে কত টাকা আছে?

লোকটা জানাল তার কত টাকা আছে।

ঠগ বলল—ঠিক আছে, তুমি যতবার খুশি টাকা দ্বিগুণ করতে পার, তবে প্রত্যেকবার আমাকে আশি টাকা করে দিতে হবে। রাজি আছ?

হ্যাঁ, রাজি।

তাহলে তোমার টাকাগুলো একটা থলের মধ্যে করে এখানে রাখ, তারপর তুমি কিছুক্ষণ চোখ বুজে থাক। ভয় নেই, আমি তোমার টাকা নিয়ে পালাব না। তুমি না হয় আমাকে ধরে থাক।

বোকা লোকটাও তাই করল।

একটু পর ঠগ বলল, এবার চোখ খোল, দেখ তোমার টাকা দ্বিগুণ হয়ে গেছে।

বোকা গুণে দেখল সত্যিই তার টাকা দ্বিগুণ হয়ে গেছে। তখন তা থেকে আশি টাকা ঠগকে দিয়ে বাকি টাকা দ্বিগুণ করতে বলল।

লোকটা কিন্তু পরের দিন এল। দু'লক্ষ টাকা দিয়ে এক পয়সা নিয়ে গেল। বড়লোক তো মহা খুশি! এভাবে লোকটা প্রতিদিন আসে, দু' লক্ষ টাকা দিয়ে কথামত পয়সা নিয়ে যায়। বড়লোক প্রতিদিন লাভের হিসাব করে, আর লাভের অঙ্ক দেখে হাসতে হাসতে গড়াগড়ি যায়!

কিন্তু তার মুখে কি শেষ পর্যন্ত হাসি থাকবে?

**২০। কাজু বাদাম ভাগ করা!**

তোমার বন্ধু চন্দন এক প্যাকেট কাজু বাদাম নিয়ে এসে বলল, আজ কাজু বাদাম খেতে খেতে এই বাদাম দিয়েই তোমাকে একটা ধাঁধা দেখাব। তিনটে প্লেট নিয়ে এস।

তুমি তিনটে প্লেট এনে রাখলে।

চন্দন গুনে গুনে ২৪টা কাজু বাদাম প্যাকেট থেকে বার করে একটা প্লেটে রাখল। তারপর বলল, এই ২৪টা বাদাম তিন ভাগে ভাগ করে তিনটে প্লেটে রাখতে হবে। সমান ভাগ নয় কিন্তু। ভাগ করার নিয়ম মন দিয়ে শোন। ভাগ করার পর দ্বিতীয় প্লেটে যতগুলি বাদাম থাকবে, ততগুলি বাদাম প্রথম প্লেট থেকে নিয়ে রাখতে হবে দ্বিতীয় প্লেটে। এবার তৃতীয় প্লেটে যত বাদাম থাকবে, তত বাদাম দ্বিতীয় প্লেট থেকে নিয়ে রাখ তৃতীয় প্লেটে। এখন প্রথম প্লেটে যে কটা বাদাম থাকবে, ততগুলি বাদাম তৃতীয় প্লেট থেকে এনে রাখ প্রথম প্লেটে। এতক্ষণে তিনটে প্লেটেই বাদামের সংখ্যা সমান হবে। এবার ভেবে বার কর—কি ভাবে বাদাম ভাগ করবে।

মুচকে হেসে চন্দন আরও বলল, বার করতে পারলে সব বাদামই তোমাকে দেব!

তুমিতো কাজু বাদাম খেতে খুব ভালবাস, তাহলে চেষ্টা করে দেখ পার কিনা!

**২১। এত গম কি পৃথিবীতে আছে?**

দাবাখেলার প্রথম প্রচলন হয়েছিল নাকি আমাদের এই ভারতবর্ষে। এই নিয়ে একটা সুন্দর গল্প আছে।

এক রাজা দাবা খেলা খুব ভালবাসতেন। তিনি একদিন জানতে পারলেন তারই একজন প্রজা এই খেলা উদ্ভাবন করেছে। রাজা ঠিক করলেন এই প্রজাকে উপযুক্ত পুরস্কার দেবেন। এই প্রজা ছিলেন একজন শিক্ষক, তাঁকে আমরা পণ্ডিত বলে উল্লেখ করব।

রাজা একদিন পণ্ডিতকে ডেকে পাঠালেন। পণ্ডিত এলে পরে রাজা তাঁকে

সাদর অভ্যর্থনা জানিয়ে বললেন, আপনার অপূর্ব আবিষ্কার এই দাবাখেলা আমার খুব প্রিয় ; এর জন্য আপনাকে আমি উপযুক্ত পুরস্কার দিতে চাই।

রাজা আরও জানালেন, আপনার মনের যে-কোন বাসনা পূর্ণ করার মত অর্থ আমার কোষাগারে আছে। আপনার যা ইচ্ছা তাই আপনি পাবেন।

পণ্ডিত চুপ করে রইলেন।

রাজা মনে করলেন পণ্ডিত লজ্জায় কিছু চাইছেন না। তাই বললেন, সঙ্কোচের কিছু নেই। আপনার মনের কি আকাঙ্ক্ষা খোলাখুলি বলুন, আমি তাই পূর্ণ করব।

পণ্ডিত এতক্ষণে বললেন, আপনার অসীম দয়া, কিন্তু আপনার কাছে কি চাইব তা ভেবে ঠিক করতে আমার একটু সময় লাগবে। চিন্তা ভাবনা করে কালকে আমার প্রার্থনা আপনাকে নিবেদন করব।

রাজা ভেবেছিলেন ভাবনাচিন্তা করে পরের দিন পণ্ডিত বিরাট একটা কিছু প্রার্থনা করে বসবেন, সেইজন্য পরদিন পণ্ডিতের আকাঙ্ক্ষা শুনে খুবই আশ্চর্য হলেন!

পণ্ডিতের প্রার্থনা কি ছিল? তোমরা জান দাবার ছকে মোট ৬৪টা ঘর থাকে। পণ্ডিতের প্রার্থনা ছিল এই ঘরগুলোর সঙ্গে যুক্ত।

পণ্ডিত বললেন, মহারাজ, আমার শুধু কিছু গম চাই।

রাজা বিস্মিত হয়ে জিজ্ঞেস করলেন,—গম? কতটা?

পণ্ডিত উত্তর দিলেন, দাবার ছকের প্রথম ঘরটার জন্য আমার চাই এক দানা গম।

মাত্র এক দানা গম? রাজার যেন বিশ্বাস হচ্ছে না!

হ্যাঁ মহারাজ, প্রথম ঘরের জন্য এক দানা, দ্বিতীয় জন্য দুই দানা, তৃতীয় ঘরের জন্য চার দানা, চতুর্থ ঘরের জন্য আট দানা ; এইভাবে ৬৪টা ঘরের জন্য মোট যত দানা গম লাগে, ততটা গমই আমার চাই।

রাজা মনে মনে বিরক্ত হয়ে ভাবলেন, পণ্ডিতটা এত দরিদ্র যে বেশী কিছু চাওয়ার কথা ভাবতেই পারে না, আসলে অনেক টাকা পয়সা নিয়ে কি করবে—তাই ও জানে না। মুখে বললেন, আচ্ছা ঠিক আছে, তবে আপনি অনেক মূল্যবান কিছু চাইতে পারতেন। যাই হোক, আপনি যা চেয়েছেন তাই পাবেন, হিসেবটিসেব করে আপনার প্রার্থনামত গম কালকেই আপনার বাড়িতে পাঠিয়ে দেওয়া হবে।

পণ্ডিতের প্রার্থনামত গম কি রাজা পাঠাতে পারলেন? এত গম কি পৃথিবীতে আছে?

## ২২। কোথায় ফিরে আসবে?

মনে কর তুমি কোন জায়গা থেকে, যেমন বোম্বে থেকে, রওনা হয়ে সোজা উত্তরদিকে ৫০০ কিলোমিটার অগ্রসর হলে, তারপর গতি পরিবর্তন করে সোজা পূর্বদিকে গেলে ৫০০ কিলোমিটার; আবার গতি পরিবর্তন করে দক্ষিণে এগোলে ৫০০ কিলোমিটার আর সবশেষে পশ্চিমদিকে ৫০০ কিলোমিটার অগ্রসর হয়ে তোমার যাত্রা শেষ করলে।

এখন কথা হল, তুমি কি আবার বোম্বেতেই ফিরে আসবে?

## ২৩। কতগুলো তল?

তোমার বন্ধু ইরানী একটা ছয় কোণওয়ালা না-কাটা পেন্সিল দেখিয়ে তোমাকে বলল, আচ্ছা বলতো এই পেন্সিলটার কটা তল?

ভাল করে ভেবে তবে উত্তরটা দিও কিন্তু।

## ২৪। এত ছোট ফাঁকের মধ্যে দিয়ে যেতে পারবে?

একটা এক টাকার মুদ্রা আর একটা সিকি নাও। (২৬ মিলিমিটার আর ১৯ মিলিমিটার ব্যাসের যে-কোন দুটো মুদ্রা নিলেই চলবে)। এখন একটা কাগজ থেকে সিকির আকারে গোল করে কেটে বাদ দাও।

এখন বলতো এক টাকার মুদ্রাটা এই ফাঁকের মধ্যে দিয়ে গলে যেতে পারবে কিনা?

## ২৫। কোণ কত বড় দেখাবে?

বলতে পার, যে আতস কাচের মধ্য দিয়ে সব জিনিসকে তিন গুণ বড় দেখায়, তা দিয়ে ৮° কোণকে কত বড় দেখাবে?

## ২৬। কমপক্ষে কটা তুলতে হবে?

একটা ব্যাগে ৭ জোড়া সবুজ মোজা আর ৮ জোড়া বাদামী মোজা আছে। অন্ধকারে না দেখে তুমি মোজাগুলি তুলছ। তাহলে কমপক্ষে কটা মোজা তুললে তার মধ্যে একই রঙের এক জোড়া মোজা থাকবেই?

আর একটা ব্যাগে আছে ৭ জোড়া সবুজ দস্তানা, আর ৮ জোড়া বাদামী দস্তানা। আগের মতই না দেখে তুলতে হলে কমপক্ষে কটা দস্তানা তুললে তার মধ্যে একই রঙের এক জোড়া দস্তানা থাকবেই?

২৭। এটা কি সম্ভব?

একটি ছেলেকে বয়স জিজ্ঞেস করাতে সে মুচকে হেসে জবাব দিল, আজ তো বুধবার, গত রবিবার আমার এগার বৎসর পূর্ণ হয়েছে; আর আগামী বছর আমি চৌদ্দয় পা দেব।

সে যা বলল তা হওয়া কি সম্ভব?

২৮। ক' ভাই ক' বোন?

পাবক আর নীলাঞ্জনা দু' ভাই বোন। তুমি তাদের কাছে জানতে চাইলে তারা ক' ভাই ক' বোন। পাবক উত্তর দিল—আমার বোনের সংখ্যা ভাইয়ের সংখ্যার দ্বিগুণ। আর নীলাঞ্জনা বলল, আমার বোনের সংখ্যা আর ভাইয়ের সংখ্যা সমান।

তাহলে তারা ক' ভাই ক' বোন?

২৯। গুণফল কত?

বলতো $(a-p)$, $(b-p)$, $(c-p)$ ইত্যাদি পর পর $(z-p)$ পর্যন্ত গুণ করলে গুণফল কত হবে? অর্থাৎ $(a-p)(b-p)(c-p)\cdots\cdots(y-p)(z-p)=$ কত?

৩০। কোন্ ভাবে মাইনে নেবে?

এক ব্যক্তি একজন কর্মী নিয়োগ করলেন। মাইনে সম্বন্ধে তিনি তাঁকে বললেন, আমাদের এখানে দু'ভাবে মাইনে দেওয়া হয়; তবে উভয় নিয়মেই প্রথম মাসের মাইনে হবে ১০০০ টাকা। আর প্রথম নিয়মে প্রতি বছর মোট মাইনে বাড়বে ১৫০০ টাকা, অর্থাৎ যে-কোন বছরের মোট বেতনের চেয়ে পরের বছরের মোট বেতন ১৫০০ টাকা বেশী হবে। দ্বিতীয় নিয়মে প্রতি ছ'মাসে মোট মাইনে বাড়বে ৫০০ টাকা, অর্থাৎ যে-কোন ছ'মাসের মোট বেতনের চেয়ে পরের ছ'মাসের মোট বেতন ৫০০ টাকা বেশী হবে।

এখন ভেবে বার কর কর্মীটির পক্ষে কোন্ নিয়মে মাইনে নেওয়া লাভজনক?

৩১। পাঁচ টাকা ক্ষতি হল কেন?

রাম এবং শঙ্কর নামে দুটো ছেলে বাজারে ডিম বিক্রি করত। একদিন রাম তিন টাকায় দুটো হিসাবে আর শঙ্কর দু'টাকায় তিনটে হিসাবে ডিম বিক্রি করছিল। বিকেলে বিশেষ কাজে রামকে বাড়ি চলে যেতে হল। যাওয়ার আগে সে গুণে দেখল—তাঁদের দুজনের কাছে আছে তিরিশটা করে মোট ষাটটা

ডিম। সে ভেবে দেখল তার দুটো ডিমের দাম তিন টাকা ; আর শঙ্করের তিনটে ডিমের দাম দুটাকা, অর্থাৎ মোট পাঁচটা ডিমের দাম পাঁচ টাকা। সুতরাং গড়ে একটা ডিমের দাম পড়ছে এক টাকা। এই ভেবে রাম সব ডিম একসঙ্গে মিশিয়ে শঙ্করকে বলল, প্রতিটা ডিম এক টাকা করে বিক্রি করতে।

এইভাবে ডিম বিক্রি করে মোট পাওয়া গেল ষাট টাকা। কিন্তু তারা আলাদাভাবে বিক্রি করলে রামের তিরিশটার জন্য পেত পঁয়তাল্লিশ টাকা, আর শঙ্করের তিরিশটার জন্য পেত কুড়ি টাকা, মোট পঁয়ষট্টি টাকা। তাহলে তাদের পাঁচ টাকা ক্ষতি হল।

এর কারণ কি ?

## ৩২। এক বন্ধুর বাড়ি বেশী, অন্য বন্ধুর বাড়ি কম যাওয়া হচ্ছে কেন ?

জয়ন্তর দু'জন বন্ধু ছিল। একজনের বাড়ি হাওড়া, অন্যজনের বাড়ি শেওড়াফুলি। আর জয়ন্তর বাড়ি লিলুয়ায়।

জয়ন্ত দুই বন্ধুকেই সমান পছন্দ করত। সেইজন্য সে ঠিক করল লিলুয়া স্টেশনে গিয়ে, আগে হাওড়ার ট্রেন পেলে, হাওড়ার বন্ধুর বাড়ি যাবে, আর আগে শেওড়াফুলির ট্রেন পেলে শেওড়াফুলির বন্ধুর বাড়ি যাবে। সারাদিনে হাওড়ার দিকে যত গাড়ি যায়, শেওড়াফুলির দিকেও ঠিক তত গাড়ি যায়, আর উভয় দিকের ট্রেনই একই সময়ের ব্যবধানে আসে। এটা জানার ফলে জয়ন্তর ধারণা হল সে উভয় বন্ধুর বাড়িই সমান সংখ্যক বার যাবে।

কিন্তু কিছুদিন পর সে লক্ষ্য করল হাওড়ার বন্ধুর চেয়ে শেওড়াফুলির বন্ধুর বাড়ি অনেক বেশী বার তার যাওয়া হচ্ছে।

এরকম হওয়ার কারণটা কি বলতে পার ?

## ৩৩। কোন্ তাকে জাল মুদ্রা আছে ?

একটি আলমারিতে দশটি তাক আছে। এর মধ্যে নয়টি তাকেই আছে ভাল মুদ্রা— যাদের প্রতিটির ওজন দশ গ্রাম। শুধু একটি তাকে আছে জাল মুদ্রা—যার প্রতিটির ওজন দশ গ্রামের কম বা বেশী। প্রতিটি জাল মুদ্রার ওজন কিন্তু সমান।

এখন দু'বার মাত্র ওজন করেই বলতে হবে প্রতিটি জাল মুদ্রার ওজন কত আর কোন্ তাকে জাল মুদ্রা আছে।

### ৩৪। কি কি মুদ্রা আছে?

এক ব্যক্তির কাছে ছটা মুদ্রায় মোট ১ টাকা ১৫ পয়সা আছে। কিন্তু তার ১ টাকা, ৫০ পয়সা, ২৫ পয়সা বা দশ পয়সার ভাঙানি নেই।

তার কাছে কি কি মুদ্রা আছে?

### ৩৫। কোন্ বাক্স বেশী মূল্যবান?

দুইটি সমান বাক্স আছে। প্রথম বাক্স আধুলিতে ভর্তি, দ্বিতীয় বাক্সে আধ-বাক্স এক টাকার মুদ্রা আছে।

উভয় বাক্সের মূল্যই কি সমান?

### ৩৬। কিভাবে টাকা ভাগ হবে?

দুজন পথিক এক দীঘির পারে বিশ্রাম করছিলেন। প্রথম জনের কাছে ছিল পাঁচটি কেক আর দ্বিতীয় জনের কাছে তিনটি। তাঁরা কেক খাবার উপক্রম করছেন এমন সময় আর একজন পথিক সেখানে এসে উপস্থিত হলেন। তাঁর কাছে কোন খাবার ছিল না। তখন সেই তিনজন মিলে আটটি কেক সমান ভাগে ভাগ করে খেলেন। যাবার সময় শেষ পথিক প্রথম দুজনকে মোট আট টাকা দিয়ে গেলেন।

সব কেকের দাম সমান হলে প্রথম পথিক কত টাকা পাবেন?

### ৩৭। কত সময় লাগবে?

এক কিলোমিটার দীর্ঘ একটি সুড়ঙ্গ আছে। মিনিটে এক কিলোমিটার বেগে আধ কিলোমিটার লম্বা একটি ট্রেন সেই সুড়ঙ্গের ভিতর দিয়ে যাচ্ছে।

সুড়ঙ্গ অতিক্রম করতে ট্রেন কত সময় নেবে?

### ৩৮। কত দিন লাগবে?

তোমরা জান জীবাণুরা খুব দ্রুত বংশবৃদ্ধি করে। এক ধরনের জীবাণু প্রতিদিন দ্বিগুণ হয়, অর্থাৎ আজ যদি ১০০টা জীবাণু থাকে, কাল তাদের সংখ্যা হবে ২০০। একটা টেস্ট টিউবে এই জীবাণু কিছু রাখা হল। হিসাব করে দেখা গেল— ৭ দিন পরে টেস্ট টিউবটি জীবাণুতে ভর্তি হয়ে যাবে।

টেস্ট টিউবটি জীবাণুতে অর্ধেক ভর্তি হতে কত দিন সময় লাগবে?

### ৩৯। কটা সাদা ঘনক পাওয়া যাবে?

একটা ঘনক বা কিউব আছে যার প্রতিটা ধার তিন সেন্টিমিটার। এই ঘনকের ছটা তলই হলুদ রঙে রং করা হল। এবার এই ঘনকটাকে কেটে ১ সেন্টিমিটার ধারবিশিষ্ট ২৭টা ছোট ঘনক তৈরি করা হল।

এই ছোট ঘনকগুলির মধ্যে কটি এমন ঘনক থাকবে যার একটি তলও হলুদ নয় ?

### ৪০। একটি টায়ারের আয়ু কত ?

গড় হিসাবে ধরলে একটি মোটর গাড়ি পাঁচটি টায়ারে তিরিশ হাজার কিলোমিটার পথ যেতে পারে।

এ থেকে একটি টায়ারের গড় আয়ু কিভাবে বার করবে ?

### ৪১। কটা মোমবাতি জ্বালান যাবে ?

এক ব্যক্তি মোমবাতি জ্বালাবার পর তার ছ'ভাগের এক ভাগ অংশ ফেলে দেন। একদিন তিনি দেখলেন ছত্রিশটা ফেলে-দেওয়া অংশ পড়ে আছে। তখন তাঁর মাথায় একটা বুদ্ধি এল। তিনি ভাবলেন, এই ফেলে-দেওয়া অংশগুলো জুড়ে মোমবাতি তৈরি করে জ্বালান যেতে পারে।

এখন বলতো এই ছত্রিশটা অংশ থেকে কটা বাতি তৈরি করে জ্বালান সম্ভব ? জোড়া বাতিগুলো কিন্তু মূল বাতিগুলোর সমান দৈর্ঘ্যের হবে।

### ৪২। কিভাবে গাড়ি চালাবে ?

সুশান্ত বাবুর দুটো মোটর গাড়ি এবং তিনজন ড্রাইভার আছে। একদিন তিনি বাড়ির সকলকে নিয়ে দুটো গাড়িতে করে বন্ধুর বাড়ি চললেন। তাঁর বাড়ি থেকে বন্ধুর বাড়ির দূরত্ব তিন কিলোমিটার। তিনি প্রত্যেক ড্রাইভারকে সমান দূরত্ব গাড়ি চালাতে বললেন।

এখন ড্রাইভাররা কিভাবে গাড়ি চালাবেন ?

### ৪৩। কিভাবে দৌড়-প্রতিযোগিতা হবে ?

একজন রাজার কাছে প্রতি বছর দু'জন ঘোড়সওয়ার আসতেন। তাঁদের দুজনের মধ্যে ঘোড়দৌড়ের প্রতিযোগিতা হত। যার ঘোড়া আগে যেত, তিনি পুরস্কার পেতেন।

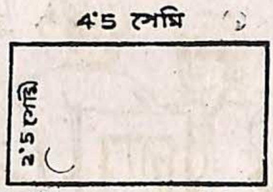
এক বছর রাণী ভাবলেন, প্রতি বছর তো যাঁর ঘোড়া আগে যায় তিনি পুরস্কার পান, তা এবছর এমন করলে হয় না যে যাঁর ঘোড়া পরে যাবে, তিনি পুরস্কার পাবেন ? তিনি কথাটা রাজাকে বললেন।

রাজা ভেবে দেখলেন, যদি যাঁর ঘোড়া পরে যাবে তিনি পুরস্কার পান, তবে উভয়েই চেষ্টা করবেন যথাসম্ভব ধীরে ধীরে ঘোড়া চালাতে। তার ফলে ঘোড়াদৌড় তার আকর্ষণ হারাবে।

এখন রাজাকে এমন একটা পথ দেখাতে পার যাতে রাণীর ইচ্ছাও পূর্ণ হয়, আবার প্রতিযোগিতার আকর্ষণও বজায় থাকে ?

**৪৪। এতটুকু কাগজের ভেতর দিয়ে একজন মানুষ গলে যেতে পারে কি ?**

পাশের ছবির মাপে একটি আয়তাকার কাগজ নাও ( চিত্র ৩ )। কাগজটির দৈর্ঘ্য ৪.৫ সেন্টিমিটার এবং প্রস্থ ২.৫ সেন্টিমিটার।




চিত্র 3 (প্রশ্ন 44)

এখন কাঁচি বা ব্লেড দিয়ে কাগজখানা এমনভাবে কাটতে পার কি যাতে কাটার ফলে উৎপন্ন ছিদ্রের ভেতর দিয়ে একজন পূর্ণবয়স্ক মানুষের মাথা অনায়াসে গলে যেতে পারে ?

**৪৫। কিভাবে খেললে জিতবে ?**

তোমার সামনে টেবিলে উনিশটা আপেল আছে, তুমি আর তোমার বন্ধু একটা খেলা খেলছ। নিয়ম হল প্রতিবারে কমপক্ষে একটা আর বেশীপক্ষে চারটে আপেল কেউ তুলে নেবে। শেষ আপেলটা যে তুলবে, সেই জিতবে আর সব আপেল পাবে। একবার তুমি আপেল তুলবে, পরের বার তোমার বন্ধু আপেল তুলবে।

এখন যদি প্রথম আপেল তোলার পালা তোমার হয়, তাহলে কোন্ নিয়মে আপেল তুললে তুমি শেষ পর্যন্ত জিতবেই ? তোমার তো আপেল খুব প্রিয়, তাহলে ভাল করে ভেবে নিয়মটা বের কর।

**৪৬। কিভাবে একই দিনে পালন করবে ?**

ইহুদী, মুসলমান এবং খ্রীস্টানদের পুণ্যদিন যথাক্রমে শনিবার, শুক্রবার এবং রবিবার। কি করলে তারা একই স্থানে একই দিনে নিজ নিজ পুণ্যদিন পালন করতে পারবে ?

**৪৭। এক থেকে চৌষট্টি পর্যন্ত যে-কোন সংখ্যা বলা !**

শুভ্র এবার প্রথম বিভাগে সেকেণ্ডারী পাস করেছে। সেই উপলক্ষে তোমাদের নিমন্ত্রণ। শুভ্র, নূপুর, পিয়ালি আর তুমি শুভ্রদের বাড়িতে গল্প করছ।

পিয়ালি ছটা কার্ড বার করে বলল, এক থেকে চৌষট্টির মধ্যে যে-কোন

সংখ্যা তোমরা মনে মনে ধরলে আমি তা বলে দেব। তোমরা শুধু আমাকে বলবে সংখ্যাটা এই ছটা কার্ডের মধ্যে কোন্ কোন্ কার্ডে আছে, তাহলেই আমি থট্-রিডিং-এর সাহায্যে সংখ্যাটা বলে দেব।



পিয়ালি দুষ্টু হেসে বলল, এসব হায়ার ব্যাপার তোমরা বুঝবে না! (প্রশ্ন 47)

তোমরা দেখলে, পিয়ালির ছটা কার্ডের প্রত্যেকটার মধ্যে বত্রিশটা করে সংখ্যা লেখা আছে। তুমি একটা সংখ্যা মনে মনে ধরে বললে, সংখ্যাটা দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ আর ষষ্ঠ কার্ডে আছে। পিয়ালি সঙ্গে সঙ্গে বলল তুমি ধরেছ ছেচল্লিশ।

তোমরা অবাক হয়ে ভাবছ পিয়ালি কি সত্যি সত্যি থট্-রিডিং জানে ?

তুমি পিয়ালির কাছে ও কি করে সংখ্যাটা বার করল জানতে চাওয়ায় পিয়ালি দুষ্টু হেসে বলল, এসব হায়ার ব্যাপার, তোমরা বুঝবে না !

এবার তা হলে বার কর পিয়ালির থট্-রিডিং-এর রহস্যটা কি ? বার করতে না পারলে কিন্তু পিয়ালির কাছে তোমার আর প্রেস্টিজ থাকবে না !

## ৪৮। আশ্চর্য জানালা !

সেদিন নীলিমার জন্মদিনে তোমরা নীলিমাদের বাড়ি গেছ।

নীলিমা ভাল গান জানে, তা বলে কিন্তু ওর মনে কোন অহঙ্কার নেই। তোমাদের অনুরোধে নীলিমা অনেক গান-টান শোনালো। তারপর তোমরা তো মজা করে অনেক কিছু খেলে। একেইতো নীলিমার মায়ের হাতের রান্না খুব

ভাল, তার উপর সেদিন তিনি তোমাদের জন্য বিশেষভাবে নানারকম খাবার তৈরি করেছিলেন ; সুতরাং তোমাদের যে খুব ভাল লাগবে, এতো জানা কথাই ! সেদিন যারা যাও নি, তারা খুব ঠকে গেছ।

খেতে খেতে তোমাকে রাগাবার জন্য তুহিন এক সময় বলল, যে যত ছোট তার তত কম খাওয়া উচিত ! তাহলে তুমি সবচেয়ে ছোট বলে তোমার খাওয়া উচিত লেস দ্যান এনসাইলন ( less than E অর্থাৎ যে কোন ধন সংখ্যার চেয়ে ছোট ধন সংখ্যা অর্থাৎ শূন্য )।

নীলিমার মা হেসে বললেন, কেন ওকে রাগাচ্ছ, ও এমনিতেই কম খায় ; এসব বললে রাগ করে কিছুই খাবে না !

এরপর নীলিমা বলল, আজকে একটা অঙ্কের ম্যাজিক দেখাব। যে-কোন একটা তিন অঙ্কের সংখ্যা নাও, প্রথম অঙ্ক ও শেষ অঙ্ক যেন সমান না হয়। আমাকে বলবে না কিন্তু ! এই সংখ্যাটার বিপরীত সংখ্যাটা বার কর ( যেমন ২৫০ এর বিপরীত সংখ্যা ০৫২ )। এবার মূল সংখ্যা আর বিপরীত সংখ্যা—এই দুটোর মধ্যে বড়টা থেকে ছোটটা বিয়োগ কর। বিয়োগফলের বিপরীত সংখ্যাটা বার কর। যেমন বিয়োগফল ৯৯ ( =০৯৯ ) হলে বিপরীত সংখ্যা হবে ৯৯০। এখন বিয়োগফল আর বিয়োগফলের বিপরীত সংখ্যা পরস্পর যোগ কর।

তুমি বললে, যোগ করেছি। তখন নীলিমা বলল, যোগফলটা আমি আগে থেকেই লিখে রেখেছি। এই বলে নীলিমা ঘরের একটা কাচের জানলা দেখিয়ে তোমাকে কাচের গায়ে জোরে ফুঁ দিতে বলল। ফুঁ দিতেই তুমি আশ্চর্য হয়ে দেখলে কাচের গায়ে ম্যাজিকের মত তোমার পাওয়া যোগফল ১০৮৯ সংখ্যাটা ফুটে উঠেছে।

তুমি অবাক হয়ে ভাবছ নীলিমা কিভাবে যোগফলটা জানল, আর কি করেই বা তা জানলায় ফুটে উঠল !

**৪৯। অঙ্ক না জানলেও উত্তর !**

সেদিন বন্যা টিফিনের সময় তোমাদের বলল, আজকে আমি একটা অঙ্কের খেলা দেখাব। এক থেকে নয়ের মধ্যে ( ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ ) যে কোন একটা সংখ্যা মনে মনে ভাব, আমাকে বলবে না কিন্তু ! এই সংখ্যাটাকে পরপর তিনবার লেখ, তাহলে একটা তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা পাবে।

এই তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাটাকে সংখ্যাটার তিনটে অঙ্কের যোগফল দিয়ে ভাগ কর। এই ভাগফলটা আমি বলে দেব।

তোমরা জানালে, ভাগ হয়ে গেছে। ভাগফলটা বল তো, দেখি কেমন বলতে পার ?

বন্যা সঙ্গে সঙ্গে জবাব দিল ভাগফলটা হল ৩৭। কেমন বলতে পারি নি ?

এবার বল বন্যা কিভাবে উত্তরটা বার করল ?

**৫০। অঙ্কের খেলা !**

সেদিন কাবেরি তোমাদের একটা অঙ্কের খেলা দেখাচ্ছে। কাবেরি বলল, মনে মনে যে-কোন একটা সংখ্যা ধর। এই সংখ্যাটার সঙ্গে এর ঠিক পরের সংখ্যাটি যোগ কর। ( যেমন ৪৮৭ এর পরের সংখ্যা ৪৮৮ )। যোগফলের সঙ্গে ২৮৩ যোগ কর। এই দ্বিতীয় যোগফলকে দুই দিয়ে ভাগ কর।

এবার ভাগফল থেকে মূল সংখ্যাটা বিয়োগ কর। হয়েছে ? না না, বিয়োগফলটা আমাকে বলতে হবে না, বিয়োগফলটা আমিই বলে দেব।

তুমি বললে, হয়েছে। তাহলে বল বিয়োগফলটা কত ?

কাবেরী উত্তর দিল—১৪২। কি হয় নি ?

কাবেরী কিভাবে উত্তরটা বার করল ?

**৫১। না জেনেই সংখ্যা বলা !**

একদিন টিফিনের সময় চৈতালি তোমাদের অঙ্কের খেলা দেখাচ্ছে।

চৈতালি বলল, আমি যা বলছি ঠিক সেইভাবে পরপর করে যাও, উল্টোপাল্টা যেন না হয়। প্রথমে যে-কোন একটা সংখ্যা নাও। আমাকে কিছু বলবে না, শুধু শেষ উত্তরটা জানাবে, তাহলেই তোমাদের ধরা সংখ্যাটা আমি বলে দেব।

সংখ্যাটাকে ৫ দিয়ে গুণ কর। গুণফলের সঙ্গে, ১৬৯ যোগ কর। যোগফলকে ৪ দিয়ে গুণ কর। এই দ্বিতীয় গুণফলের সঙ্গে ৫৭৯ যোগ কর। এই যোগফলকে আবার ৫ দিয়ে গুণ কর। এই গুণফল থেকে ৬০৭১ বিয়োগ করে বিয়োগফলটা আমাকে বল।

উদাহরণ : মনে কর, তুমি ধরেছ ৪৩।

তাহলে ৪৩ × ৫ = ২১৫

২১৫ + ১৬৯ = ৩৮৪

৩৮৪ × ৪ = ১৫৩৬

১৫৩৬ + ৫৭৯ = ২১১৫

২১১৫ × ৫ = ১০৫৭৫

১০৫৭৫ − ৬০৭১ = ৪৫০৪

তুমি সব করে-টরে বললে বিয়োগফলটা হল ৪৫০৪।

একটু ভেবে চৈতালি বলল, তাহলে তোমার ধরা সংখ্যাটা হচ্ছে কত ৪৩।

এখন তাহলে চৈতালির সংখ্যাটা বার করার রহস্যটা সমাধান কর।

## ৫২। ক্যালেণ্ডারের খেলা!

সেদিন শুভ্রা তোমাকে বলল, আমি একটা কালেণ্ডারের খেলা দেখাব। আমাকে না দেখিয়ে ক্যালেণ্ডার থেকে যে-কোন একটা মাস নাও। যে লাইনে চারটে সংখ্যা আছে সেই লাইনের সংখ্যা চারটের যোগফল আমাকে বল, তাহলেই আমি সংখ্যা চারটে বলে দেব।

তুমি যোগ করে বললে যোগফল হল ৬২। তাহলে তারিখগুলো কি কি? 'ক্যালেণ্ডারের ম্যাজিক' ( ৫৩ নম্বর প্রশ্ন ) এর ক্যালেণ্ডারের ছবি দেখ। শুভ্রা তৎক্ষনাৎ বলল, তারিখগুলো হচ্ছে ৫, ১২, ১৯ আর ২৬। কি হলো তো? শুভ্রা কি করে তারিখগুলো বার করল?

## ৫৩। ক্যালেণ্ডারের ম্যাজিক?

জানুয়ারি মাসে তুমি তোমার বন্ধু অঞ্জনকে একটা চমৎকার ক্যালেণ্ডার উপহার দিলে। অঞ্জনতো ক্যালেণ্ডার পেয়ে মহাখুশি! হাসতে হাসতে বলল, ক্যালেণ্ডারটা খুব সুন্দর হয়েছে! তাহলে এই ক্যালেণ্ডারটা নিয়েই তোমাকে একটা ম্যাজিক দেখাব।

ক্যালেণ্ডার থেকে আমাকে না দেখিয়ে যে-কোন একটা মাস বার কর। এই মাসের তারিখগুলো থেকে বর্গাকারে নটা তারিখ নিয়ে তার চারপাশে একটা দাগ দাও। এবার এই নটা তারিখের যোগফল বার কর, আমাকে বলতে হবে না। এখন এই ক্যালেণ্ডারের পাতাটা একটু দেখেই আমি যোগফলটা বলে দেব।

1986 - MARCH

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| S | 30 | 2 | 9 | 16 | 23 |
| M | 31 | 3 | 10 | 17 | 24 |
| T | | 4 | 11 | 18 | 25 |
| W | | 5 | 12 | 19 | 26 |
| T | | 6 | 13 | 20 | 27 |
| F | | 7 | 14 | 21 | 28 |
| S | 1 | 8 | 15 | 22 | 29 |

প্রশ্ন 53

তুমি ক্যালেণ্ডারের পাতাটা অঞ্জনকে দেখালে। একবার তাকিয়েই অঞ্জন চোখ সরিয়ে নিল, তারপর মনে মনে সামান্য একটু ভেবেই বলে দিল, যোগফলটা হচ্ছে ১৭১ ( চিত্র দেখ )।

আবার কিনোট ও অক্টেভের স্বর অন্তর 2, সুতরাং পরপর দুই নোটের স্বর অন্তর K হলে

$$K^{12} = 2$$

$$\text{বা}\quad K = \sqrt[12]{2} = 2^{\frac{1}{12}}$$

এখন লগারিথমের সাহায্যে K এর মান বার করলে দেখা যায় $K = 1{\cdot}0595$

এখানে যে পাঁচটি অতিরিক্ত নোট ব্যবহার করা হয়েছে, তা হলো যথাক্রমে রে কোমল ( চিহ্ন হল <u>রে</u>, C sharp, $C_s$ বা D flat, $D_f$ ) গা কোমল (<u>গ</u>), মা কড়ি (র্ম), ধা কোমল (<u>ধ</u>) এবং নি কোমল (<u>নি</u>)। কড়ি মানে সরু স্বর আর কোমল হল মোটা স্বর। নীচে উভয় স্কেলের তুলনা দেওয়া হল।

| নোট | C সা | $C_s$ বা $D_f$ <u>রে</u> | D রে | $D_s$ বা $E_f$ <u>গ</u> | E গ | F ম | $F_s$ বা $G_f$ র্ম | G প | $G_s$ বা $A_f$ <u>ধ</u> | A ধ | $A_s$ বা $B_f$ <u>নি</u> | B নি | C সাঁ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| টেম্পার্ড্ স্কেলে কিনোটের সঙ্গে স্বর অন্তর | 1·000 | 1·060 | 1·122 | 1·189 | 1·260 | 1·335 | 1·414 | 14·98 | 1·587 | 1·682 | 1·782 | 1·888 | 2·000 |
| ডায়াটোনিক স্কেলে কিনোটের সঙ্গে স্বর অন্তর | 1·000 | | 1·125 | | 1·250 | 1·333 | | 1 500 | | 1·667 | | 1·875 | 2 000 |

টেম্পারড্ স্কেলে স্বর অন্তরগুলি ছোট পূর্ণসংখ্যার অনুপাত নয় বলে এতে সঙ্গীতের শ্রুতিমাধুর্য কিছু নষ্ট হয়। অবশ্য উভয় স্কেলে কম্পাঙ্কের পার্থক্য শতকরা এক ভাগও নয় বলে মাধুর্যের হানি খুব মারাত্মক নয়। তবে বুঝতেই পারছ এর বিরাট সুবিধা হলো এতে যে কোন নোটকেই কিনোট হিসাবে ব্যবহার করা যায়। অর্থাৎ এখানে মডুলেশানের খাতিরে শ্রুতিমাধুর্য কিছুটা বর্জন করা হয়েছে।

পিয়ানো ও হার্মোনিয়ামে টেম্পারড্ স্কেল ব্যবহার না করে উপায় নেই কিন্তু খালি গলায় গান করার সময় ডায়াটোনিক স্কেলও ব্যবহার করা যায় অবশ্য যদি কড়ি বা কোমল স্বর না থাকে। এতে গান আরও শ্রুতিমধুর হয়।

রাগ : টেম্পারড স্কেলের সপ্তকে বারটি নোট আছে। এর মধ্যে 5, 6 বা 7টি নোট নিয়ে বিশেষ নিয়মে একটি রাগ রচিত হয়। তবে প্রত্যেক রাগেই সা নোটটি থাকে এবং কোন রাগেই একই সঙ্গে ম ও প নোট দুইটি বর্জিত হয় না। যে রাগে 5টি নোট আছে তাকে ঔড়ব, 6টি নোট থাকলে ষাড়ব ও 7টি নোট থাকলে সম্পূর্ণ বলা হয়। আবার রাগের আরোহে (স্বর চড়া হওয়ার সময়) ও অবরোহে (স্বর নামার সময়) বিভিন্ন সংখ্যক নোট থাকতে পারে, যেমন ষাড়ব-ঔড়ব রাগ অর্থাৎ যে রাগের আরোহে 6টি ও অবরোহে 5টি নোট লাগে।

রাগের নোটগুলি ক্রমানুসারে (অর্থাৎ সারেগমপধনি অনুসারে) নাও থাকতে পারে।

রাগের নোটগুলির মধ্যে সর্বপ্রধান (অর্থাৎ যার প্রয়োগ সবচেয়ে বেশী) নোটকে বাদী, বাদীর পরে যে নোটের প্রাধান্য তাকে সমবাদী এবং বাদী, সমবাদী ছাড়া অন্য নোটগুলিকে অনুবাদী বলে। যেমন বেহাগ রাগ ঔড়ব-সম্পূর্ণ জাতির, এর বাদী গ এবং সমবাদী নি।

আরোহন : সা গ ম প নি সা

অবরোহন : সা নি ধপ ম গ রেসা

জার্মান বিজ্ঞানী হেলম্‌হোল্‌জ্ (Helmholtz 1821-1894) সঙ্গীতের স্বরগ্রাম নিয়ে অনেক গবেষণা করেন।

তোমাদের মধ্যে যারা নতুন গান শিখছ তাদের অনেকের হয়ত উঁচু (সরু) সুরে গলা তুলতে অসুবিধা হয়। এ ব্যাপারে মনে রাখবে গলায় যত জোর দেবে সুর তত উঁচু হবে আর গলায় জোর না দিয়ে আলতোভাবে উচ্চারণ করলে সুর মোটা হবে। অবশ্য গলায় জোর দিলে শব্দ জোরালোও (loud) হতে পারে তবে একভাবে জোর দিলে শব্দ জোরালো হবে আর অন্যভাবে জোর দিলে সুর তীক্ষ্ণ হবে।

টেম্পার্‌ড্ স্কেলেও A এর কম্পাঙ্ক 440 হার্টজ তবে এখানে C এর কম্পাঙ্ক 261·6 হার্টজ।

কি করে যোগফলটা বার করল জানতে চাওয়ায় অঞ্জন মুচকি হেসে বলল খুব সহজ, একটু ভাবলেই বুঝতে পারবে।

এবার তাহলে ভেবে বার কর—রহস্যটা কি? সহজ জিনিসও যদি বার করতে না পার, তাহলে তো অঞ্জনের কাছে মুখ দেখানোই ভার হবে!

## ৫৪। কটা সন্দেশ খাবে?

যদি তিনজন বালক তিন মিনিটে তিনটে সন্দেশ খায় তবে তিরিশজন বালক তিরিশ মিনিটে কটা সন্দেশ খাবে?

## ৫৫। সময়ের পার্থক্য কত বছর?

খ্রীস্টপূর্ব ৩৮ সালের ১৭ই মার্চ থেকে ১২ খ্রীস্টাব্দের ১৭ই মার্চ পর্যন্ত সময়ের পার্থক্য কত বছর?

## ৫৬। ক' ঘণ্টা ঘুমুলে?

তুমি একদিন শীতকালে সকাল সকাল খেয়েদেয়ে রাত আটটার সময় ঘুমিয়ে পড়লে। ঘুমুবার আগে পরের দিন সকাল সাড়ে নটার সময় ওঠবার জন্য ঘড়িতে আলার্ম দিয়ে রাখলে।

যদি আলার্ম শুনে তোমার ঘুম ভাঙে তাহলে তুমি মোট কঘণ্টা ঘুমুলে?

## ৫৭। কে সত্যবাদী কে মিথ্যাবাদী?

এক দ্বীপে এক প্রাচীন জাতি বাস করে। তাদের মধ্যে কেউ কেউ সবসময়ই সত্যি কথা বলে আর বাকি সবাই সবসময়ই মিথ্যে কথা বলে। কে সত্যবাদী আর কে মিথ্যেবাদী তা কিন্তু দেখে বোঝা যায় না।

তুমি একদিন সেই দ্বীপে বেড়াতে গেলে। সেখানে তিনজন অধিবাসীর সঙ্গে তোমার দেখা হল। তুমি প্রথমজনকে জিজ্ঞেস করলে, আপনি সত্যবাদী না মিথ্যেবাদী?

তোমার কথার উত্তরে প্রথমজনের জবাবটা তুমি ঠিক বুঝতে পারলে না। তখন দ্বিতীয়জন বলল, ও সত্যবাদী। হ্যাঁ ও সত্যবাদী আর আমিও সত্যবাদী?

তখন তৃতীয়জন বাধা দিয়ে বলে উঠল, প্রথমজন মিথ্যেবাদী আর আমি সত্যবাদী।

এবার তুমি ভেবে বল কে সত্যবাদী আর কে মিথ্যেবাদী?

**৫৮। কার কাছে ক' টাকা আছে?**

একজন লোক তার বন্ধুকে বলল, তুমি আমাকে এক টাকা দিলে আমার টাকা তোমার টাকার দ্বিগুণ হবে।

বন্ধু উত্তর দিল, আর তুমি যদি আমাকে এক টাকা দাও তবে আমাদের দুজনের সমান টাকা হবে।

তাহলে বল কার কাছে কত টাকা আছে?

**৫৯। কোন্‌টা জাল?**

তোমার কাছে আটটা সিকি আছে। তার মধ্যে একটা জাল আর সেটার ওজন কম।

এখন দুবার মাত্র ওজন করে কোন্‌টা জাল তা বার করতে পার?

**৬০। ক বাজি খেলা হল?**

দুজনে বাজি ধরে খেলছে। একবার জিতলেই সে দশ টাকা পাবে। প্রথমজনের মোট সত্তর টাকা লাভ হল আর দ্বিতীয় জন জিতল পাঁচটা বাজি। কোনবার খেলা ড্র হয় নি।

তাহলে মোট ক' বাজি খেলা হল?

**৬১। কি করে নিজের মুখের লেখা বুঝতে পারলো?**

তিন পথিক একদিন দুপুর বেলা এক সরাইখানায় পাশাপাশি শুয়ে ঘুমুচ্ছিল। এমন সময় এক পাগল এসে তিনজনের মুখেই কালি দিয়ে গাধা লিখে চলে গেল।

ঘুম ভাঙলে তিন পথিকই একে অপরকে দেখে খুব হাসল। কিছুক্ষণ পরে একজনের খেয়াল হল, আমার মুখেও তো গাধা লেখা!

কিভাবে সে নিজের মুখের লেখা বুঝতে পারল?

**৬২। কটা পেন আছে?**

তুমি তোমার বন্ধুকে জিজ্ঞেস করলে, তার কটা পেন আছে। বন্ধু উত্তর দিল, আমার যে কটা পেন আছে তাকে দুটো অসমান ভাগে ভাগ করলে ভাগ দুটোর বিয়োগফল আর ভাগ দুটোর বর্গের বিয়োগফল সমান হবে।

তাহলে তোমার বন্ধুর কটা পেন?

**৬৩। কার বয়স কত?**

দুই বন্ধুর অনেকদিন পরে দেখা। প্রথম বন্ধু জানাল তার তিন মেয়ে। এখন দ্বিতীয় বন্ধু জানতে চাইল কে কত বড়?

প্রথম উত্তর দিল, তাদের বয়সের গুণফল ৩৬ আর আজকে যত তারিখ তিনজনের বয়সের যোগফলও তত। কি বয়স বার করতে পারলে ?

দ্বিতীয় বন্ধু জবাব দিল, না পারলাম না।

তাহলে আর একটু শোন, ছোট মেয়ে তার মায়ের সঙ্গে কাল মামাবাড়ি বেড়াতে গেছে।

দ্বিতীয় বন্ধু তখন মনে মনে হিসেব করে তিন মেয়ের বয়স বার করে ফেলল। এখন বল কোন্ মেয়ের কত বয়স ?

## ৬৪। কার ফিতে কি রঙের ?

মার কাছে আছে পাঁচটা ফিতে, দুটো হলুদ আর তিনটে লাল। তিনি বড়, মেজ আর ছোট তিন মেয়েকে পরপর দাঁড় করালেন, সবার আগে ছোট মেয়ে ব্রততী, তার পিছনে মেজ মেয়ে ঝুমা আর সবার শেষে বড় মেয়ে পাপড়ি। এবার তিনি তিন মেয়ের মাথায় তিনটে ফিতে বেঁধে দিলেন। ফিতে বাঁধার সময় মেয়েদের চোখ বুজে থাকতে বললেন যাতে কার মাথায় কি রঙের ফিতে বাঁধা হল কেউ যেন বুঝতে না পারে।

এর পর মা সব মেয়েকে চোখ খুলতে বললেন। সবাই চোখ খুললে বড় মেয়ে পাপড়িকে জিজ্ঞেস করলেন তার মাথার ফিতের রং কি ? বড় মেয়ে মেজ এবং ছোট বোনের ফিতের রং দেখেও নিজের ফিতের রং বলতে পারল না।

তখন তিনি মেজ মেয়ে ঝুমাকে প্রশ্ন করলে সেও নিজের ফিতের রং বলতে পারল না।

সবশেষে তিনি ছোট মেয়ে ব্রততীকে জিজ্ঞেস করলে সে কিন্তু নিজের ফিতের রং বলে দিতে পারল।

এবার বল ব্রততী কিভাবে কারও ফিতে না দেখেও নিজের ফিতের রং বুঝতে পারল ?

## ৬৫। কিভাবে খেললো ?

বাবার দুই বন্ধুই পাকা দাবা খেলোয়াড়। একদিন বাবা খেলতে বসে পরপর দুই বন্ধুর কাছেই হেরে গেলেন। তখন ছেলে বলল, বাবা তুমি মন খারাপ কর না। আমি তোমার দুই বন্ধুর সঙ্গে দাবা খেলব তারপর হয় একজনকে হারাব নয় দুজনের সঙ্গেই ড্র করব। তবে আলাদা আলাদা নয়, দুজনের সাথে একসঙ্গেই খেলব আমি।

বাবা অবাক হয়ে বললেন, সে কি? তুমি যে দাবা খেলতেই শেখো নি।

ছেলে বলল, তাহলেও আমি যা বললাম তা করব।

খেলা শুরু হল আর আশ্চর্য, ছেলে যা বলল তাই হল।

এবার বল ছেলে দাবা খেলা না জেনেও কিভাবে দুজন পাকা খেলোয়াড়ের সঙ্গে ভালভাবেই খেলল?

**৬৬। পোকার রাস্তা!**

একদিন দেখলে তোমার লাইব্রেরিতে রাখা একটি বইয়ের তিনটি খণ্ডই পোকায় কেটেছে।

পোকা কেটেছে একই সরলরেখায়, যাটি আর লাইব্রেরীর দেওয়ালের সঙ্গে সমান্তরালভাবে। তাছাড়া পোকা ধরেছে প্রথম খণ্ডের প্রথম পৃষ্ঠা থেকে তৃতীয় খণ্ডের শেষ পাতা পর্যন্ত।

প্রত্যেকটি বই তিন সেন্টিমিটার পুরু (মলাট সহ), প্রত্যেকটা বইয়ের দুটো মলাটের প্রতিটা তিন মিলিমিটার পুরু আর প্রতিটা পাতা ·২ মিলিমিটার পুরু হলে পোকার রাস্তার দৈর্ঘ্য কত?

**৬৭। তোমার কুকুর কতটা দৌড়াল?**

তুমি একদিন স্কুল থেকে বাড়ি ফিরছ। বাস রাস্তা থেকে তোমাদের বাড়ি এক কিলোমিটার, সোজা রাস্তা। তুমি যেই বাস থেকে নেমেছ তোমাদের বাড়ির দরজায় দাঁড়িয়ে থাকা তোমার আদরের কুকুর তোমাকে দেখতে পেয়ে সঙ্গে সঙ্গে ছুটলো তোমার দিকে। রাস্তায় তোমার সঙ্গে দেখা হলে তোমার গা শুঁকে আবার ছুটল বাড়ির দিকে। বাড়ির দরজায় পৌছে আবার তোমার দিকে ছুটল। এভাবে সমানে ছোটাছুটি করতে লাগল, একবার তোমার কাছে আসছে আবার বাড়ির দরজায় যাচ্ছে। তুমি যখন বাড়িতে পৌছলে তখন তার দৌড় বন্ধ হল।

তোমার গতিবেগ ঘণ্টায় ছয় কিলোমিটার আর তোমার কুকুরের গতিবেগ ঘণ্টায় ষোল কিলোমিটার হলে তোমার আদরের কুকুর ক কিলোমিটার দৌড়ল?

**৬৮। কিভাবে নদী পার হবে?**

তুমি আর তোমার ছোট বোন মামারবাড়ি যাচ্ছ। সঙ্গে যাচ্ছেন তোমার বাবা মা আর যাচ্ছে তোমাদের বাড়ির ছাগল।

নদী পার হয়ে যেতে হবে খেয়াঘাটে নৌকা আছে কিন্তু কোন মাঝি নেই, নিজেদেরই দাঁড় টানতে হবে। তাতে অবশ্য কোন অসুবিধা নেই, তোমরা সবাই দাঁড় টানতে পার অবশ্য ছাগলটা বাদে। কিন্তু অসুবিধা হল নৌকায় ৯০ কিলোগ্রামের বেশী ওজন তোলা যাবে না তাহলেই নৌকা ডুবে যাবে।

এখন তোমার বাবার ওজন ৭০ কিলোগ্রাম। মার ওজন ৬০ কিলোগ্রাম, তোমার ৫০ কিলোগ্রাম, বোনের ৪০ কিলোগ্রাম আর ছাগলের ওজন ৩৫ কিলোগ্রাম।

তাহলে কিভাবে নদী পার হবে? নদী পার হতে না পারলে কিন্তু মামাবাড়িও যাওয়া হবে না, দিদিমার হাতে তৈরি পিঠে পায়েসও খাওয়া হবে না, আর মামাতো ভাই-বোনেদের সঙ্গে খেলাও হবে না!

যেতে হলে কিন্তু সবাইকেই যেতে হবে!

**৬৯। বয়স কত?**

এক ব্যক্তিকে তার বয়স জিজ্ঞেস করাতে তিনি বললেন, আমার বয়স পঞ্চাশ থেকে আশির ভিতর। আর আমার প্রত্যেক মেয়ের যতগুলি সন্তান প্রতি মেয়ের ততগুলি বোন। আবার আমার মেয়ে আর মেয়ের সন্তানদের মোট সংখ্যা যত আমার বয়সও তত।

তাহলে বার কর এই ব্যক্তির বয়স কত?

**৭০। সময় কত হবে?**

এখন বিকেল পাঁচটা। এখন থেকে ২৩৯৯৯৯৯৯৯৯৯৭ ঘণ্টা পরে ঘড়িতে কটা বাজবে?

**৭১। দুজনের সম্পর্ক কি?**

দুজনে বাড়ি যাচ্ছে। বড়জনকে জিজ্ঞেস করায় তিনি বললেন, ও আমার ছেলে।

কিন্তু ছোটজন বলল, উনি আমার বাবা নন।

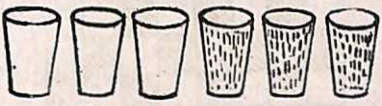
তাহলে দুজনের মধ্যে সম্পর্ক কি?

**৭২। তেপায়ার সুবিধা?**

তেপায়ার তিনটে পায়ের দৈর্ঘ্য ভিন্ন ভিন্ন হলেও তাকে নাকি সমতল মেঝেতে ভালভাবেই বসানো যায়। কথাটি কি ঠিক?

### ৭৩। কিভাবে সাজাবে ?

টেবিলে ছটা গ্লাস রয়েছে। তার মধ্যে বাঁ দিকের তিনটি খালি আর ডান দিকের তিনটিতে আছে দুধ ( চিত্র ৪ )।



চিত্র 4 (প্রশ্ন 73)

এখন একটার চেয়ে বেশী গ্লাস স্পর্শ না করে গ্লাসগুলোকে এমনভাবে সাজাও যাতে বাঁ দিক থেকে প্রথম গ্লাসটা থাকে খালি, দ্বিতীয় গ্লাসটায় থাকে দুধ, তৃতীয় গ্লাসটা খালি, চতুর্থ গ্লাসটায় দুধ, পঞ্চম গ্লাসটা খালি আর ষষ্ঠ গ্লাসটায় থাকে দুধ।

### ৭৪। না বলা অঙ্ক !

রিঙ্কুরা অনেক জায়গা ঘুরে টুরে কয়েকদিন আগে বাড়ি ফিরেছে। তোমরা রিঙ্কুদের বাড়িতে বসে সেইসব গল্প শুনছ আর মজা করে রিঙ্কুর মায়ের রান্না নানারকম দেখলেই জিভে জল আসা খাবার খাচ্ছ !

রিঙ্কুর মায়ের হাতের রান্নার খুব স্বাদ, সেই লোভে তোমরা তো প্রায়ই রিঙ্কুদের বাড়িতে যাও !

খেতে খেতে একসময় রিঙ্কু বলল, আমি একটা অঙ্কের ম্যাজিক দেখাচ্ছি। তোমরা যে কোন একটা সংখ্যা মনে মনে ধর। এই সংখ্যার অঙ্কগুলো ইচ্ছামত অন্য যে কোন ভাবে সাজিয়ে একটা নতুন সংখ্যা বার কর। যেমন একটা উদাহরণ হল মূল সংখ্যা যদি ৭৯৫৩ হয় নতুন সংখ্যা ৯৩৫৭, ৭৫৯৩, ৩৯৭৫ ইত্যাদি হতে পারে। এবার মূল সংখ্যা আর নতুন সংখ্যার মধ্যে যেটা বড় সেটা থেকে ছোটটা বিয়োগ কর। এখন এই বিয়োগফলের একটা বাদে বাকি অঙ্কগুলোর যোগফল আমাকে বললেই আমি বিয়োগফলের না বলা অঙ্কটা বলে দেব।

তুমি বললে, ঠিক আছে, ধরেছি, বাকি অঙ্কগুলোর যোগফল ১৪।

রিঙ্কু সঙ্গে সঙ্গে বলল, তাহলে না বলা অঙ্কটা চার।

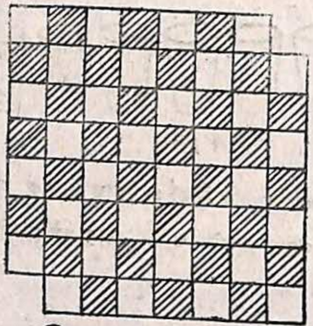
রিঙ্কু কি করে না বলা অঙ্কটা বার করল ?

### ৭৫। কি করে মাপবে ?

বড় বালতিতে জল ধরে পাঁচ লিটার আর ছোট বালতিতে ধরে তিন লিটার এই দুটো বালতির সাহায্যে কিভাবে চার লিটার জল মাপবে ?

## ৭৬। দাবার বোর্ড কি পুরো ঢেকে ফেলা যাবে ?

একটা দাবার বোর্ড নেওয়া হল। তোমরা তো জানই দাবার বোর্ডে আছে ৬৪টি ঘর। আর নেওয়া হল ৩২টি গুটি। প্রত্যেকটা গুটি আয়তাকার, দাবার ৬৪টি বর্গাকার ঘরের পাশাপাশি দুটো ঘর জুড়ে বসতে পারে।



চিত্র ৫ (প্রশ্ন 76)

বুঝতেই পারছ এই ৩২টি গুটি দিয়ে দাবার পুরো বোর্ডটাকে ঢেকে ফেলা যায়। এবার বোর্ডের দুই বিপরীত কোণ থেকে দুটো কাল ঘর কেটে বাদ দেওয়া হল, আর একটা গুটিও সেই সঙ্গে সরিয়ে দেওয়া হল ( চিত্র ৫ )।

এখন এই ৩১টি গুটি দিয়ে কি বোর্ডের বাকি ৬২টি ঘর পুরো ঢেকে ফেলা সম্ভব ?

## ৭৭। দুধ আর জলের অনুপাত !

প্রথম পাত্রে আছে এক লিটার জল আর দ্বিতীয় পাত্রে আছে এক লিটার দুধ। এবার দ্বিতীয় পাত্র থেকে এক চামচ দুধ তুলে এনে প্রথম পাত্রে জলের সঙ্গে ভাল করে মিশিয়ে দেওয়া হল। এরপর প্রথম পাত্র থেকে এক চামচ দুধ মেশানো জল তুলে নিয়ে দ্বিতীয় পাত্রে দুধের সঙ্গে মেশানো হল।

এখন প্রথম পাত্রে দুধ আর জলের যেই অনুপাত দ্বিতীয় পাত্রে কি জল আর দুধের সেই অনুপাত ?

## ৭৮। বাবা কতক্ষণ হাঁটলেন ?

তোমার বাবা প্রত্যেক শনিবার সন্ধ্যে ছটায় কলকাতা থেকে ট্রেনে করে তোমাদের স্টেশনে এসে পৌছান। আর তুমি বাবাকে গাড়ি করে স্টেশন থেকে তোমাদের বাড়িতে নিয়ে আস। তুমিও প্রতিদিন স্টেশনে পৌছাও ঠিক ছটায়।

একদিন হয়েছে কি, বাবা আগের ট্রেন ধরে বিকেল পাঁচটার সময় স্টেশনে এসে পৌছালেন। তারপর আর স্টেশনে তোমার জন্য অপেক্ষা না করে সোজা বাড়ির দিকে হাঁটতে শুরু করলেন, যেই পথে তুমি গাড়ি চালিয়ে স্টেশনে যাও

ঠিক সেই পথেই। তুমি তো গাড়ি নিয়ে স্টেশনে যাচ্ছিলে, পথে বাবার সঙ্গে দেখা হল, তুমিও বাবাকে তুলে নিয়ে বাড়ি ফিরে এলে।

বাড়িতে এসে দেখলে অন্য শনিবার যে সময় বাড়ি পৌছাও সেদিন তার চেয়ে আধ ঘণ্টা আগে বাড়ি ফিরেছ।

এখন তাহলে বল বাবা সেদিন কতক্ষণ হেঁটেছেন ?

**৭৯। পায়রা কতটা উড়ল ?**

একই সময় একটা ট্রেন হাওড়া থেকে রওনা হল বর্ধমানের দিকে আর একটি ট্রেন বর্ধমান থেকে রওনা হল হাওড়ার দিকে। হাওড়া হতে বর্ধমানের দূরত্ব ১০০ কিলোমিটার। উভয় ট্রেনের গতিবেগই ঘণ্টায় ৫০ কিলোমিটার আর তারা মাঝখানের কোন স্টেশনেই দাঁড়াচ্ছে না।

প্রথম ট্রেন যখন হাওড়া থেকে ছাড়ল, একটা পায়রা যেটা ট্রেনের ছাদে বসেছিল, ভয়ে উড়তে শুরু করলো একদম লাইন বরাবর ঘণ্টায় আশি কিমি বেগে বর্ধমানের দিকে। এভাবে উড়তে উড়তে পায়রাটা যখন বর্ধমান থেকে ছাড়া ট্রেনের সামনে চলে এল, তখন আবার ভয় পেয়ে ঘুরে গিয়ে হাওড়ার দিকে উড়তে সুরু করলো।

পায়রাটা যখন আবার হাওড়া থেকে আসা ট্রেনটার সামনে এসে পৌছাল তখনই ঘুরে গিয়ে বর্ধমানের দিকে উড়তে শুরু করলো। এভাবে ক্রমাগতঃ যাওয়া আসা করতে থাকলো যতক্ষণ না ট্রেন দুটো পরস্পরের মুখোমুখি হল।

তারপর যখন ট্রেনদুটো মুখোমুখি হল তখন ভয় পেয়ে লাইন ছেড়ে অন্যদিকে পালাল।

এখন তাহলে বার কর পায়রাটা লাইন ছেড়ে পালাবার আগে মোট কতটা পথ উড়ল ?

**৮০। দোকানদার কি ঠকলেন ?**

এক ব্যক্তি এক দোকানে গিয়ে ১০০ টাকা দিয়ে একটি থালা কিনলেন।

পরের দিন আবার দোকানে এসে থালাটা ছোট হয়েছে বলে ফেরৎ দিলেন। তারপর ২০০ টাকা দামের একটা বড় থালা নিয়ে বাড়ির দিকে চললেন।

দোকানদার বললেন, আর একশ টাকা ?

তিনি জবাব দিলেন, কেন ? কাল আপনাকে একশ টাকা দিয়েছি আর আজকে থালাটা দিলাম যার দাম একশ টাকা। তাহলে মোট হল দুশ টাকা— আজকের থালার দাম।

দোকানদারের সব কিছু যেন গোলমাল হয়ে গেল! তিনি কিছু বলার আগেই ঐ ব্যক্তি চলে গেলেন।

এবার বল দোকানদার কি ঠকলেন? ঠকলে কত টাকা?

## ৮১। বাকি দু টাকার কি হলো?

একজন হোটেলে খেয়ে দেখল ১০০ টাকার বিল হয়েছে। বিল মিটিয়ে যখন চলে গেল তখন ম্যানেজারের খেয়াল হল বিল হয়েছে আসলে ৯০ টাকার, ভুলে ১০ টাকা বেশী ধরা হয়েছে।

ম্যানেজার তখুনি বেয়ারার হতে দশ টাকা দিয়ে ভদ্রলোককে দিয়ে আসতে বলল।

বেয়ারা মনে মনে ভাবল, ভদ্রলোক তো জানতে পারছে না কত টাকা ফেরত দিল। এই ভেবে সে ভদ্রলোককে ছটাকা ফেরৎ দিয়ে নিজে চারটাকা রেখে দিল।

তাহলে দেখা যাচ্ছে ভদ্রলোকের খরচ হল ৯৪ টাকা আর বেয়ারা পেল ৪টাকা, মোট ৯৪+৪ বা ৯৮ টাকা। একশ টাকার বাকি দুটাকা কোথায় গেল?

## ৮২। তিন আর দুই সমান?

সেদিন রুবিয়া বলল, আমি বীজগণিতের সাহায্যে প্রমাণ করতে পারি তিনও যা দুইও তা। তুমি বললে, অসম্ভব।

রুবিয়া উত্তর দিল, বিশ্বাস হচ্ছে না তো, আচ্ছা আমি এক্ষুনি করে দেখাচ্ছি।

মনে কর $x=3$

$\therefore$ $x(x-2)=3(x-2)$ [ উভয় পক্ষকে $x-2$ দ্বারা গুণ করে ]

বা $x^2-2x=3x-6$

বা $x^2-2x-x=3x-6-x$ [ উভয় পক্ষ থেকে $x$ বিয়োগ করে ]

বা $x^2-3x=2x-6$

বা $x(x-3)=2(x-3)$

বা $x=2$ [ উভয় পক্ষকে $x-3$ দ্বারা ভাগ করে ]

কিন্তু প্রথমেই ধরা হয়েছে $x=3$

$\therefore$ $3=2$

তাহলে কি তিনও যা দুইও তা?

## ৮৩। লাভ ক্ষতি দুইই সমান ?

মনে কর $x=5$

$\therefore\ x^2=5^2$

বা, $x^2-5^2=0$

বা, $(x+5)(x-5)=0$

বা, $x+5=0$ [ উভয় পক্ষকে $x-5$ দ্বারা ভাগ করিয়া ]

বা, $x=-5$

কিন্তু আগেই ধরা হয়েছে $x=5$

$\therefore\ 5=-5$

তোমরা জান লাভ যদি ধনাত্মক হয় তবে ক্ষতি হবে ঋণাত্মক। তাহলে কি বুঝতে হবে পাঁচ টাকা লাভও যা পাঁচ টাকা ক্ষতিও তা ? লাভ ক্ষতি কি একই কথা ?

## ৮৪। সাতও যা নয়ও তা ?

আমরা জানি $49-112=-63$ আবার $81-144=-63$।

$\therefore\ 49-112=81-144$

বা, $49-112+64=81-144+64$

[ উভয় পক্ষে 64 যোগ করিয়া ]

বা, $7^2-2.7.8+8^2=9^2-2.9.8+8^2$

বা, $(7-8)^2=(9-8)^2$

$\therefore\ 7-8=9-8$

বা, $7-8+8=9$

বা, $7=9$

তাহলে কি সাত আর নয় সমান ?

## ৮৫। উত্তর কিভাবে জানবে ?

একদিন তোমার বন্ধু নন্দন একটা অঙ্কের খেলা দেখাচ্ছে। নন্দন বলল, যে কোন একটা সংখ্যা মনে মনে ধর। সংখ্যাটাকে তিন দিয়ে গুণ কর। গুণফলের যে কোন স্থানে ৮ অঙ্কটি বসাও। যেমন গুণফল যদি হয় ১০৯৫ তবে ৮ বসাবার পর হবে ৮১০৯৫ বা ১৮০৯৫ বা ১০৮৯৫ ইত্যাদি।

এবার ৮ বসাবার পরে যেই সংখ্যাটা পাওয়া গেল তাকে ৫ দিয়ে গুণ কর। এই গুণফলকে ৩ দিয়ে ভাগ কর। যত ভাগশেষ থাকবে তার সঙ্গে ২৪ যোগ

কর। সব ঠিক মত করেছ? তাহলে তোমার যোগফল হল ২৫। কি মেলেনি?

এখন বার কর কিভাবে নন্দন যোগফল বলে দিল?

৮৬। কটা আংটা কাটতে হবে?

বিদেশে গিয়ে ভোম্বলের সব টাকাপয়সা চুরি হয়ে গেলো, শুধু থাকলো একটা মোটা রুপোর চেন, তাতে সাতটা আংটা লাগানো।

বাধ্য হয়ে সে এক হোটেলওয়ালার সঙ্গে চুক্তি করল প্রতিবেলা খাওয়ার জন্য সে হোটেলের মালিককে একটা করে আংটা দেবে। তবে শর্ত রইল প্রতিবেলা খাওয়ার পরই একটা করে আংটা দিতে হবে, পরে দিলে হবে না।

এবার তুমি ভেবে বল কমপক্ষে কটা আংটা কাটলে প্রতিবার খাওয়ার পর আংটা দিয়ে হোটেলওয়ালার পাওনা মিটিয়ে দেওয়া যাবে। ভোম্বল মোট সাত বেলাই হোটেলে খেল।

৮৭। আসল মুদ্রা না নকল মুদ্রা?

তোমরা জান যে মুদ্রাতে যেই বছর মুদ্রাটি তৈরি করা হয়েছে সেই বছরের উল্লেখ থাকে। এখন একটি মুদ্রাতে সাল দেওয়া আছে ১২৪ বি. সি. (অর্থাৎ খ্রীস্টজন্মের ১২৪ বৎসর আগে)

এখন ঠিক কর মুদ্রাটা আসল না নকল?

৮৮। ভালুকের রং কি?

এক শিকারী এক জায়গায় তাঁবু ফেলল। একদিন শিকারের খোঁজে তাঁবু থেকে দক্ষিণ দিকে বার কিলোমিটার গেল, সেখান থেকে পশ্চিম দিকে গেল বার কিলোমিটার; আবার সেখান থেকে উত্তর দিকে বার কিলোমিটার অগ্রসর হয়ে তাঁবুতে ফিরে এল। পথে দূর থেকে একটা ভালুক দেখতে পেল।

এবার বলতো ভালুকটার রং কি ছিল?

৮৯। কটা আম পাড়বে?

এক বাগানে ছিল অনেক আম গাছ। সেখানে পাহারা দিত পাঁচজন দারোয়ান। একদিন এক চোর গেছে সেই বাগানে আম চুরি করতে। কিন্তু ভাগ্য খারাপ, সে দারোয়ানদের কাছে ধরা পড়ে গেল চুরি করার আগেই।

তখন বাধ্য হয়ে চোর দারোয়ানদের সঙ্গে একটা রফা করল। ঠিক হল সে যত খুশি আম পাড়তে পারে, কিন্তু সে যত আম পাড়বে, তার অর্ধেকের চেয়ে একটা কম প্রথম দারোয়ানকে দেবে। প্রথম দারোয়ানকে দেবার পর তার

কাছে যতগুলি আম থাকবে, তার আবার অর্ধেকের চেয়ে একটা কম দ্বিতীয় দারোদানকে দিতে হবে। দ্বিতীয়কে দিয়ে যা বাকি থাকবে, তার অর্ধেকের চেয়ে একটা কম পাবে তৃতীয় দারোয়ান। একইভাবে চতুর্থ আর পঞ্চম দারোয়ানকেও আম দিতে হবে।

চোর কিন্তু বুদ্ধি খাটিয়ে দারোয়ানদের ফাঁকি দেবার একটা মতলব বার করল। সে যত আম পাড়ল, তত আম নিয়েই বাড়ি ফিরতে পারল, অথচ দারোয়ানদের সঙ্গে চুক্তিরও খেলাপ হল না।

এবার বলতো চোর কটা আম পেড়েছিল ?

## ৯০। কটা ট্রেনের সঙ্গে দেখা হবে ?

মনে কর হাওড়া থেকে পাটনার দিকে ট্রেন ছাড়ে প্রতি ঘণ্টায়, সকাল আটটা, নটা, দশটা ইত্যাদি সময়ে সারাদিন সারারাত। আবার পাটনা থেকে হাওড়ার দিকেও গাড়ি ছাড়ে সারাদিনরাত—ঘণ্টায় ঘণ্টায় সকল আটটা, নটা, দশটা ইত্যাদি সময়ে। আবার হাওড়া থেকে পাটনায় যেতে বা ফিরে আসতে প্রতি ট্রেনেরই সময় লাগে আট ঘণ্টা।

তাহলে সকাল আটটায় যে ট্রেনটা হাওড়া থেকে ছাড়বে, সেটা পাটনায় পৌছবে বিকেল চারটেয়।

এখন বার কর এই ট্রেনটা হাওড়া থেকে ছাড়বার পর আর পাটনায় পৌছবার আগে পথের মধ্যে কটা হাওড়াগামী ট্রেনের সঙ্গে মুখোমুখি হবে ?

## ৯১। দাদু নাতির জন্মদিনের সংখ্যা সমান !

বিরাশি বছরের দাদুর জীবনে যতগুলি জন্মদিন এসেছে, তাঁর কুড়ি বছরের নাতির জীবনেও নাকি ঠিক ততগুলি জন্মদিন এসেছে !

এখন ভেবে বল এটা কি সম্ভব ?

## ৯২। কত ক্ষতি হল ?

এক দোকানে একদিন এক ক্রেতা এসে চল্লিশ টাকার জিনিষ কিনে একশ টাকার একটা নোট দিলেন। দোকানীর কাছে ভাঙানি না থাকায়, পাশের দোকানীর কাছ থেকে নোটটা ভাঙিয়ে নিয়ে এসে ক্রেতাকে ষাট টাকা ফেরত দিলেন।

কিছুক্ষণ পরে পাশের দোকানী এসে বললেন, নোটটা জাল। ভাল করে দেখে প্রথম দোকানী বুঝতে পারলেন সত্যই নোটটা জাল। কিন্তু তখন আর

ক্রেতাকে কোথায় পাওয়া যাবে ? ফলে পাশের দোকানীকে আরও একশ টাকা দিতে হল জাল নোটের বদলে।

দোকানী ভাবল একে খদ্দের ঠকিয়ে গেল, তার উপর আবার পাশের দোকানীকে জাল নোটের বদলে দিতে হল আরও একশ টাকা। তাহলে তো অনেক ক্ষতি হয়ে গেল।

এবার তাহলে ভেবে বার কর দোকানীর ঠিক কত টাকা ক্ষতি হল ?

## ৯৩। কি করে বুঝলো বৌকে ভূতে ধরেছে ?

এক গ্রামে এক বুদ্ধিমান মোড়ল ছিল। একদিন তার কাছে খবর এল গ্রামের তিন বাড়ির তিন বৌকে ভূতে পেয়েছে। তোমরা তো জানই এই ধরনের কুসংস্কার এখনও অনেক জায়গায় আছে।

তিন বৌকে যে ভূতে পেয়েছে, একথা গ্রামের সবাই জানে—শুধু প্রত্যেকের নিজের স্বামী ছাড়া। তিন বৌকে যদি প্রথম বৌ, দ্বিতীয় বৌ, তৃতীয় বৌ আর তাদের স্বামীদের যথাক্রমে প্রথম বর, দ্বিতীয় বর, তৃতীয় বর বলি, তাহলে প্রথম বর জানে যে দ্বিতীয় বৌ আর তৃতীয় বৌকে ভুতে ধরেছে, কিন্তু প্রথম বৌকে যে ভূতে পেয়েছে তা সে জানে না।

এখানে ধরে নিতে হবে যে, গ্রামের কোন বৌকে ভূতে পেলে সেকথা তার নিজের স্বামী ছাড়া আর সবাই জানতে পারবেই, কিন্তু তার নিজের স্বামী তা জানতে পারবে না।

যাই হোক গ্রামে মোড়লই সর্বেসর্বা। এখন মোড়ল তিন স্বামীকেই সোজাসুজি জানিয়ে দিতে পারত তাদের বৌদের ভূতে পাওয়ার কথা ; আর তাদের নির্দেশ দিতে পারত নিজ নিজ বৌকে মোড়লের কাছে নিয়ে আসার জন্য—যাতে মোড়ল ভূত ছাড়াবার জন্য তাদের ঝাড়ফুক করতে পারে। কিন্তু সেকথা খোলাখুলি না বলে মোড়ল ভাবল একটু মজা করা যাক !

মোড়ল তখন গ্রামে ঢ্যাঁড়া পিটিয়ে দিল গ্রামে ভূতে-পাওয়া বৌ আছে। ভূতে-পাওয়া বৌয়ের স্বামীকে অবশ্যই পরের দিন বৌকে নিয়ে আসতে হবে মোড়লের কাছে ভূত ছাড়াবার জন্য। তবে সন্দেহের বশে কেউ বৌকে মোড়লের কাছে আনতে পারবে না, নিশ্চিত হয়ে তবেই আনতে হবে, কারণ তা নাহলে অনর্থক মোড়লের সময় নষ্ট হবে।

মনে কর ঢ্যাঁড়া পেটানো হল রবিবার, সোম মঙ্গলবার কেউ এল না কিন্তু বুধবার তিন বরই বৌদের নিয়ে মোড়লের কাছে চলে এল।

এখন বল তিন বর কিকরে নিজের নিজের বৌয়ের ভূতে-পাওয়া সম্বন্ধে নিশ্চিত হল ( কাউকে জিজ্ঞেস না করেও )।

**৯৪। অঙ্কের থট-রিডিং !**

সেদিন স্কুলের এক অনুষ্ঠানে দেবযানী তোমাদের একটা অঙ্কের থট-রিডিং-এর খেলা দেখাচ্ছে। দেবযানী বলল, আমি যা বলছি আগে সবাই মন দিয়ে শোন।

প্রথমে তোমাদের মধ্যে যে-কেউ বোর্ডে একটা ছয় অঙ্কের সংখ্যা লেখ। তারপর আবার আগের জন বা অন্য যে-কেউ প্রথম সংখ্যার তলায় আর একটা ছয় অঙ্কের সংখ্যা লেখ। এবার এর তলায় আমি একটা সংখ্যা লিখব। তার তলায় আবার তোমাদের যে-কেউ আর একটা ছয় অঙ্কের সংখ্যা লিখবে। সব শেষে আমি আর একটা সংখ্যা লিখব। তাহলে মোট পাঁচটা সংখ্যা হল। এই পাঁচটা সংখ্যার যোগফল প্রথম সংখ্যাটা কেউ লিখবার পরই আমি একটা কাগজে লিখে মুড়ে রেখে দেব। পাঁচটা সংখ্যা লেখা হওয়ার পর তোমরা যোগফলটা কাগজের লেখার সঙ্গে মিলিয়ে দেখবে ঠিক হয়েছে কিনা।

সেইমত তোমরা ও দেবযানী পাঁচটা সংখ্যা লিখলে। এবার যোগ করার পর দেখা গেল যোগফলটা সত্যিই দেবযানীর কাগজে লেখা সংখ্যাটার সঙ্গে মিলে গেল। সবাই তো অবাক! দেবযানীর থট-রিডিং-এর ব্যাপারটা কি ?

**৯৫। কম্পিউটারের খেলা !**

একদিন চঞ্চল এসে বলল, আজ তোমাদের একটা কম্পিউটারের খেলা দেখবে।

প্রথমে তোমার কাছে যত পয়সা আছে, সেই সংখ্যাটা একটা কাগজে লেখ। এই সংখ্যাটাকে ৪ দিয়ে গুণ কর, গুণফল থেকে ৯ বিয়োগ কর। বিয়োগফলকে আবার ২৫ দিয়ে গুণ কর। গুণফলের সঙ্গে ১১৪ যোগ কর।

এবার এই যোগফলের সঙ্গে তোমার বয়স ( বৎসর হিসাবে ) যোগ কর। শেষ যোগফলটা আমাকে বললেই তোমার বয়স আর পয়সার সংখ্যা আমি বলে দেব।

উদাহরণ : মনে কর, তোমার কাছে ৩৫ পয়সা আছে, আর তোমার বয়স ১৪।

তাহলে পয়সার সংখ্যা × ৪ = ৩৫ × ৪ = ১৪০

১৪০ − ৯ = ১৩১

১৩১ × ২৫ = ৩২৭৫

৩২৭৫ + ১১৪ = ৩৩৮৯

৩৩৮৯ + ১৪ ( বয়স ) = ৩৪০৩

তুমি সব করে টরে বললে শেষ যোগফলটা হচ্ছে ৩৪০৩। চঞ্চল তোমাদের অবাক করে দিয়ে সঙ্গে সঙ্গে বলল, তাহলে তোমার বয়স ১৪ বৎসর আর তোমার কাছে ৩৫ পয়সা। চঞ্চল কিভাবে বার করল ?

## ৯৬। থট্-রিডিং-এর খেলা।

তোমার বন্ধু স্থমিত তোমাকে একটা থট-রিডিং-এর খেলা দেখাচ্ছে। ও বলল, দুই অঙ্কের যে-কোন একটা সংখ্যা আমাকে না দেখিয়ে কাগজে লেখ। এবার এই সংখ্যাটাকে পরপর তিনবার লেখ ; তাহলে একটা ছয় অঙ্কের সংখ্যা পাবে।

এই ছয় অঙ্কের সংখ্যাটাকে ১৩ দিয়ে ভাগ কর, ভাগফলকে ২ দিয়ে গুণ কর, গুণফলকে ২১ দিয়ে ভাগ কর। এই ভাগফলকে ১১ দিয়ে গুণ করে গুণফলকে ৩৭ দিয়ে ভাগ কর। এই শেষ ভাগফলটা আমায় বল, তাহলেই আমি তোমার ধরা সংখ্যাটা বলে দেব।

উদাহরণ : মনে কর, তুমি ধরলে ২৩, তাহলে তিনবার লিখলে হল ২৩২৩২৩।

২৩২৩২৩ ÷ ১৩ = ১৭৮৭১

১৭৮৭১ × ২ = ৩৫৭৪২

৩৫৭৪২ ÷ ২১ = ১৭০২

১৭০২ × ১১ = ১৮৭২২

১৮৭২২ ÷ ৩৭ = ৫০৬

তুমি জানালে শেষ ভাগফলটা ৫০৬। স্থমিত একটু ভেবে বলল, তাহলে তোমার ধরা সংখ্যাটা হল ২৩।

এখন বল, শেষ ভাগফল থেকে কিভাবে মূল সংখ্যাটা বার করা যাবে ?

## ৯৭। জন্মতারিখ কত ?

তোমার বন্ধু মধুচ্ছন্দা তোমাকে এসে বলল, আমি ম্যাজিকের সাহায্যে তোমার জন্মতারিখ বলে দেব। প্রথমে একটা উদাহরণের সাহায্যে বুঝিয়ে দিচ্ছি। মনে কর, তোমার জন্মতারিখ ৫.৯.৭২। স্থতরাং দিনের সংখ্যা ৫,

মাসের সংখ্যা ৯ আর বছরের সংখ্যা ৭২। প্রথমে দিনের সংখ্যাকে ৫০ দিয়ে গুণ কর।

দিনের সংখ্যা ৫কে ৫০ দিয়ে গুণ অর্থাৎ ৫×৫০=২৫০
৭ যোগ কর অর্থাৎ ২৫০+৭=২৫৭
২ দিয়ে গুণ কর অর্থাৎ ২৫৭×২=৫১৪
মাসের সংখ্যা ৯ যোগ অর্থাৎ ৫১৪+৯=৫২৩
২০ দিয়ে গুণ অর্থাৎ ৫২৩×২০=১০৪৬০
১১ যোগ অর্থাৎ ১০৪৬০+১১=১০৪৭১
৫ দিয়ে গুণ অর্থাৎ ১০৪৭১×৫=৫২৩৫৫
বছরের সংখ্যা ৭২ যোগ অর্থাৎ ৫২৩৫৫+৭২=৫২৪২৭
১৩৫০ বিয়োগ অর্থাৎ ৫২৪২৭−১৩৫০=৫১০৭৭

এই বিয়োগফল ৫১০৭৭ আমাকে বললেই আমি তোমার জন্মতারিখ বলে দিতে পারব। তখন তুমি তোমার জন্মতারিখ থেকে উপরের নিয়মে হিসেব-টিসেব করে বিয়োগফলটা পেলে ২৬০৬৭৬। সংখ্যাটা মধুচ্ছন্দাকে বলতেই ও সামান্য ভেবে বলল, তাহলে তোমার জন্মতারিখ হল ২৬.৫.৭১, কি ঠিক বলেছি তো?

মধুচ্ছন্দা কি করে তোমার জন্ম তারিখটা বার করল?

## ৯৮। গোলকধাঁধা থেকে বেরোবে কিভাবে?

তোমরা তো জান লক্ষ্ণৌতে ভুলভুলাইয়া নামে একটা বিখ্যাত গোলকধাঁধা আছে। এখন একটা গোলকধাঁধা যত জটিলই হোক না কেন, কি নিয়ম পালন করলে তুমি তাতে প্রবেশ করে আবার ঠিক বেরোতে পারবে?

## ৯৯। কটা কাঠি আছে?

সুজাতা ভাল নাচ জানে, এবার তো সে নাচের পরীক্ষায় প্রথম হয়েছে। সেই উপলক্ষে তাদের বাড়িতে তোমাদের নিমন্ত্রণ।

সুজাতার বাবাকে নানা দেশবিদেশে ঘুরতে হয়, সেই সুযোগে ওর মা নানাদেশের ভাল ভাল সব খাবার তৈরি করা শিখে নিয়েছেন। তোমরা মনের আনন্দে সেই সব অপূর্ব খাবার খেতে খেতে সুজাতার নাচ দেখলে। যারা সেদিন যেতে পারনি, তাদেরও অবশ্য মনে দুঃখ পাওয়ার কিছু নেই, কারণ সুজাতার মা তাদের আরেক দিন যাওয়ার জন্য বিশেষভাবে বলে দিয়েছেন। এমনকি যারা সেদিন গেছ, তারাও আবার যেতে পার!

একটু পর সুজাতা বলল, আজ একটা দেশলাই কাঠির খেলা দেখাব।

আমি যা বলছি, পরপর ঠিক সেভাবে করে যাও। এই বলে সে তোমার হাতে একটা দেশলাই বাক্স দিয়ে বলল—

প্রথম ধাপে : এক থেকে দশের মধ্যে যে-কোন সংখ্যক কাঠি তোমার পকেটে রেখে দাও। আমাকে দেখাবে না কিন্তু।

দ্বিতীয় ধাপ : যতগুলো কাঠি পড়ে আছে, তা গুণে সেই সংখ্যার অঙ্ক দুটো যোগ কর। এই যোগফলের সমান সংখ্যক কাঠিও তোমার পকেটে রাখ।

তৃতীয় ধাপ : এখন দেশলাই বাক্সে যতগুলো কাঠি পড়ে আছে, তা থেকে তোমার যে কটা খুশি কাঠি তুলে তোমার হাতের মুঠোয় লুকিয়ে রাখ।

এবার খোলা দেশলাই বাক্সের দিকে এক পলক তাকিয়েই আমি বলে দেব— তোমার হাতের মুঠোয় কটা কাঠি আছে।

সত্যি সত্যি, সুজাতা দেশলাই বাক্সের দিকে একবার তাকিয়েই বলে দিল, তোমার মুঠোয় আছে ছটা কাঠি।

কিভাবে সুজাতা সঠিক বলতে পারল ?

**১০০। লাঠির ওজন কত ?**

একটি গোলাকার লাঠির ওজন দুই কিলোগ্রাম।

লাঠিটা যদি দ্বিগুণ মোটা ( অর্থাৎ ব্যাস দ্বিগুণ ) কিন্তু লম্বায় অর্ধেক হত, তবে তার ওজন কত হত ?

**১০১। তুলাদণ্ড কি অনুভূমিক থাকবে ?**

একটি তুলাদণ্ডের একদিকের পাত্রে রয়েছে একটা অ্যালুমিনিয়ামের বল, আর অন্যদিকের পাত্রে রয়েছে এক কিলোগ্রাম ওজনের লোহার বাটখারা। এই অবস্থায় তুলাদণ্ডটি অনুভূমিক আছে।

এখন যদি তুলাদণ্ডটি জলের মধ্যে ডুবিয়ে দেওয়া হয়, তাহলেও কি তা অনুভূমিক থাকবে ?

অ্যালুমিনিয়ামের বল না থেকে লোহার নিরেট বা ফাঁপা বল থাকলেই বা কি হত ?

**১০২। কেকের ওজন কত ?**

একটি তুলাদণ্ডের একদিকের পাত্রে একটি আস্ত কেক, আর অন্যদিকের পাত্রে সেই একই ধরণের কেকের তিন-এর চার অংশ, আর তিন-এর চার কিলোগ্রাম ওজন রাখলে তুলাদণ্ড অনুভূমিক থাকে।

তাহলে বল, আস্ত কেকটির ওজন কত ?

### ১০৩। কিভাবে আপেল ভাগ করবে ?

বারজন বালকের মধ্যে সাতটি আপেল এমনভাবে ভাগ করতো, যাতে প্রত্যেক বালক সমান ভাগ পায়. অথচ কোন আপেলকেই চারের বেশী টুকরো করতে না হয়।

### ১০৪। এক লক্ষ পা হাঁটলে কতদূর যাবে ?

একবার পা ফেললে কতটা যাও তার মোটামুটি আন্দাজ তোমার আছে ; তাহলে বল এক লক্ষ পদক্ষেপে তুমি কতটা দূরত্ব অতিক্রম করবে ? দশ কিলোমিটারের বেশী, না কম ?

### ১০৫। ঘনমিটার আর ঘন মিলিমিটার ?

এক ঘনমিটারে যতগুলি ঘন মিলিমিটার আছে, সেগুলি যদি পর পর একটার উপর আরেকটা রাখা যায়, তবে কতটা উচু হবে ? হিমালয়ের সমান কি হতে পারবে ?

### ১০৬। কিভাবে দক্ষিণা আদায় করবেন ?

কথিত আছে, প্রোটাগোরাস ( ৪৮১—৪১০ বি. সি. ) নামে একজন প্রাচীন গ্রীক শিক্ষক এক যুবককে আইনশাস্ত্র শিক্ষা দেন। তাঁদের মধ্যে শর্ত হয়—ছাত্র এখন কোন দক্ষিণা দেবে না ; তবে ছাত্র প্রথম যেই মামলা জিতবে, তার পরেই তাঁকে গুরুদক্ষিণা দিতে হবে।

শিক্ষা লাভ শেষ হওয়ার পর ছাত্র কিন্তু আইন-ব্যবসা শুরুই করলো না, মামলা জেতা তো পরের কথা !

তাহলে কি প্রোটোগোরাস তাঁর গুরুদক্ষিণা পাবেন না ? ভেবে দেখতো তাঁর গুরুদক্ষিণা পাওয়ার কোন পথ আছে কিনা ?

### ১০৭। কে কত টাকা পাবে ?

প্রাচীন রোমের আইন ব্যবসায়ীদের প্রিয় একটা গল্প। এক সন্তানসম্ভবা বিধবা তাঁর স্বামীর সম্পত্তির কত অংশ পাবেন, তাই নিয়েই সমস্যা।

প্রাচীন রোমে আইন ছিল সন্তান যদি ছেলে হয়, তবে মাতা পাবেন ছেলের অর্ধেক ; আর সন্তান মেয়ে হলে মাতা পাবেন মেয়ের দ্বিগুণ। কিন্তু দেখা গেল বিধবা মহিলার যমজ সন্তান হল —একটি ছেলে ও একটি মেয়ে।

এখন সম্পত্তির মূল্য সাড়ে তিন হাজার সেসটারটাই ( প্রাচীন রোমের মুদ্রা ) হলে মাতা, পুত্র, কন্যার মধ্যে কে কত পাবে ?

### ১০৮। একশটি কলা !

একশটি কলা পঁচিশ জন বালকের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করতে হবে যেন প্রত্যেকে বিজোড় সংখ্যক কলা পায়। এটা কি সম্ভব ?

### ১০৯। কোন ছেলে কটা ভেড়া পাবে ?

এক মেষপালকের অনেকগুলো ভেড়া ছিল। সে ভেড়াগুলোকে তার ছেলেদের মধ্যে নীচের নিয়মে ভাগ করে দিল :

বড় ছেলে পাবে একটি ভেড়া এবং অবশিষ্ট ভেড়ার ১/৭ অংশ, মেজ ছেলে পাবে দুইটি ভেড়া এবং ( বড় ছেলে যে কটা পাবে, সে কটা আর মেজ ছেলেকে দুটো দেওয়ার পর ) যা অবশিষ্ট থাকবে, তার ১/৭ অংশ। সেজ ছেলে পাবে তিনটি ভেড়া এবং অবশিষ্ট ভেড়ার ১/৭ অংশ। একই নিয়মে সব ছেলেই পেয়ে যাবে আর ছোট ছেলেকে দেওয়ার পর একটি ভেড়াও পড়ে থাকবে না।

মেষপালকের সন্তানের সংখ্যা যদি কুড়িটির বেশী না হয়, তবে তার ছেলের সংখ্যা কত আর ভেড়ার সংখ্যাই বা কত ?

### ১১০। কিভাবে তালা দেবে ?

এক দোকানে তিনজন কর্মচারী কাজ করে। তাদের প্রত্যেকের কাছে আছে একটি করে তালা, আর নিজের তালার একটি চাবি।

এর সাহায্যে তারা কিভাবে দোকান বন্ধ করবে—যাতে তাদের যে-কেউ এসে দোকান খুলতে পারে, অথচ অন্য কেউ এসে দোকান খুলতে না পারে ?

### ১১১। কে আগে পৌঁছবে ?

তিন বন্ধু একই স্কুলে পড়ে। একদিন তারা স্কুলে যাবার জন্য বাসস্টপে দাঁড়িয়ে ছিল। অনেকক্ষণ বাস আসছে না দেখে প্রথম বন্ধু বলল—আমরা বরং স্কুলের দিকে এগিয়ে যাই, পথে পেছন থেকে যে বাস আসবে, তাতে উঠেই স্কুলে যাব, এতে আমরা তাড়াতাড়ি স্কুলে পৌছাব।

দ্বিতীয় বন্ধু বলল, তার চেয়ে আমরা বরং পেছন দিকে যাই, তার ফলে আমরা তাড়াতাড়ি বাসের দেখা পাব, আর কাজেই আগে স্কুলে পৌছাব।

তৃতীয় বন্ধু বলল, আমার হাঁটতে ইচ্ছা করছে না, তোমরা যাবে তো যাও, আমি এখানেই দাঁড়িয়ে থাকব।

তিন বন্ধুই যদি নিজের ইচ্ছামত কাজ করে, তবে কে আগে স্কুলে পৌছাবে ?

**১১২। নয়ের নামতা ভুলে গেলে !**

নয়ের নামতা ভুলে গেলে দু' হাতের আঙুলের সাহায্যে কিভাবে এক থেকে নয় পর্যন্ত যে-কোন সংখ্যার সঙ্গে নয়ের গুণফল বার করবে ?

**১১৩। সন্তান সংখ্যা কত ?**

এক ব্যক্তির ছ'টি পুত্র ; প্রত্যেক ছেলের একটি করে বোন।

এই ব্যক্তির কটি সন্তান ?

**১১৪। একজনের তিন-চতুর্থাংশ !**

এক দলনেতাকে জিজ্ঞেস করা হল, আপনার দলের লোকসংখ্যা কত ? তিনি উত্তর দিলেন, বেশী নয়, আমাদের তিন-চতুর্থাংশের সঙ্গে একজনের তিন-চতুর্থাংশ যোগ করলে যত জন হয়, তত জন। এই দলের লোকসংখ্যা কত ?

**১১৫। বয়স বার কর তো ?**

নাতির বয়স যত মাস, ঠাকুর্দার বয়স তত বৎসর ; আবার বাবার বয়স যত সপ্তাহ, নাতির বয়স তত দিন।

তিনজনের মোট বয়স ১০০ বৎসর হলে, কার বয়স কত ?

**১১১। কে কবার খেলল ?**

তিনজন লোক দাবা খেলছিল। তারা তিনটে গেম খেলল।

তাহলে প্রত্যেকে কটা গেম খেলল ?

**১১৭। কতটা সময় বাঁচল ?**

কোনও এক গ্রাম থেকে শহরের দূরত্ব একুশ কিলোমিটার। এক ব্যক্তি তাড়াতাড়ি শহরে পৌছোবার জন্য পায়ে হেঁটে না গিয়ে, অর্ধেক পথ গেল গরুর গাড়িতে, আর বাকি পথ গেল ট্রেনে।

এখন গরুর গাড়ির গতিবেগ হল হেঁটে যাওয়ার গতিবেগের অর্ধেক, এবং ট্রেনের গতিবেগ হল হাঁটার গতিবেগের কুড়ি গুণ। এভাবে গিয়ে হেঁটে যাওয়ার তুলনায় তার সময় কত বাঁচল ?

**১১৮। বেল্টের দাম কত ?**

একটি ঘড়ি আর তার বেল্টের মোট দাম ৭৬০ টাকা। ঘড়ির দাম বেল্টের দামের চেয়ে ৭০০ টাকা বেশী।

তাহলে বেল্টের দাম কত ?

### ১১৯। 'কিভাবে খেললে জিতবে' এর বিপরীত ?

এখানে সবই 'কিভাবে খেললে জিতবে ? (৪৫ নম্বর) এর মতই, শুধু পার্থক্য হল শেষ আপেলটা যে তুলবে সে জেতার বদলে হারবে।

এখন তাহলে কোন্ নিয়মে খেলবে ?

### ১২০। অসাধারণ স্মরণশক্তি ?

তোমার বন্ধু মৌসুমী সেদিন পঞ্চাশটা ছোট ছোট কার্ড নিয়ে এসে তোমাদের বলল, আজকে এই পঞ্চাশটা কার্ড দিয়ে একটা খেলা দেখাব, তাতে বুঝবে— আমার কি স্মরণশক্তি !

প্রত্যেকটা কার্ডে একটা কোড দেওয়া আছে, যেমন—A, B, C, A1, B3, C8 ইত্যাদি ; তার নীচে লেখা আছে একটা পাঁচ, ছয়, সাত বা আট অঙ্কের সংখ্যা।

তুমি এই পঞ্চাশটা কার্ডের যে-কোনটার কোড আমাকে বললেই, আমি সেই কার্ডের সংখ্যাটি বোর্ডে লিখে দেব।

তুমি E8 কার্ডের সংখ্যাটা জানতে চাইলে, মৌসুমী বোর্ডে লিখে দিল 14136248 ; তুমিতো ওর স্মরণ-শক্তি দেখে অবাক !

এবার বল মৌসুমীর এই অসাধারণ স্মরণ শক্তির রহস্যটা কি ?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| 24020 | 36030 | 48040 | 510050 | 612060 |
| A1 | B1 | C1 | D1 | E1 |
| 34212 | 46223 | 58234 | 610245 | 712256 |
| A2 | B2 | C2 | D2 | E2 |
| 44404 | 56416 | 68428 | 7104310 | 3124412 |
| A3 | B3 | C3 | D3 | E3 |
| 54616 | 66609 | 786112 | 8106215 | 9126318 |
| A4 | B4 | C4 | D4 | E4 |
| 64828 | 768112 | 888016 | 9108120 | 10128224 |
| A5 | B5 | C5 | D5 | E5 |
| 750310 | 870215 | 990120 | 10110025 | 11130130 |
| A6 | B6 | C6 | D6 | E6 |
| 852412 | 972318 | 1092224 | 11112130 | 12132036 |
| A7 | B7 | C7 | D7 | E7 |
| 954514 | 1074421 | 1194328 | 12114235 | 13134142 |
| A8 | B8 | C8 | D8 | E8 |
| 1056616 | 1176524 | 1296432 | 13116340 | 14136248 |
| A9 | B9 | C9 | D9 | E9 |
| 1158718 | 1278627 | 1398536 | 14118445 | 15138354 |

**১২১। পাইয়ের নেমোনিক !**

ইংরেজীতে এমন একটা বাক্য ( Mnemonic – নেমোনিক ) বলতে পার যার সাহায্যে পাই ( $\pi$ ) এর মান সাত দশমিক স্থান পর্যন্ত বলে দেওয়া যায় ?

**১২২। কজন লোক ?**

একটি পার্টিতে উপস্থিত ব্যক্তিরা নিজেদের মধ্যে মোট ৩৬ বার করমর্দন করলেন। তাহলে পার্টির লোকসংখ্যা কত ?

**১২৩। আর একটি স্মরণশক্তির খেলা !**

তোমার বন্ধু উৎপল তোমাকে বলল, আমি একটা ২৪ অঙ্কের সংখ্যা লিখেই সেটা মুছে দিয়ে আবার ঠিক সেই সংখ্যাটা লিখতে পারি, যেমন—৬৪২৫৭৩৮১০৫২৪৩৫৭৯০১৭৫২০৪৯।

উৎপল কি করে পারে ?

**১২৪। রহস্যময় ছক্কা !**

তোমার বন্ধু কণিকা তোমাকে বলল, আজ লুডোর ছক্কা দিয়ে একটা খেলা দেখাব। এই বলে কণিকা পাঁচটা ছক্কা বার করে বলল, আমাকে না দেখিয়ে এই পাঁচটা ছক্কা যেমন ভাবে খুশি একটার উপর আরেকটা বসিয়ে একটা স্তম্ভের মত কর ( চিত্র ৬ )। তারপর আমি এক পলক দেখেই বলে দেব পাঁচটা ছক্কায় ঢাকা মুখগুলোর সংখ্যাগুলোর যোগফল কত। ( অর্থাৎ নীচের চারটে ছক্কার উপরের আর তলার মিলিয়ে আটটা মুখ এবং সবচেয়ে উপরের ছক্কার তলার মুখ এই মোট নটা মুখে লেখা সংখ্যাগুলোর যোগফল )।



চিত্র 6 (প্রশ্ন 124)

কণিকা কিভাবে বলতে পারে ?

**১২৫। আশ্চর্য থট-রিডিং !**

সেদিন তোমার বন্ধু মলয় এসে জানাল—আজকে একটা আশ্চর্য থট-রিডিং-এর খেলা দেখাব।

আমাকে না দেখিয়ে যেভাবে বলছি একটা কাগজে পর পর সেভাবে লিখে যাও। প্রথমে তোমার জন্মসালটা লেখ ; এবার যেই সালে তুমি স্কুলে ভর্তি হয়েছ সেই সালটা লেখ, এর তলায় লেখ ২৪২, এখন তোমার বয়স লেখ, সবশেষে তুমি যত বছর ধরে স্কুলে পড়ছ, সেই বছরের সংখ্যা লেখ। যেমন—এটা যদি ১৯৮৬ সাল হয়, আর তুমি যদি ১৯৭৯ সালে স্কুলে ভর্তি হও, তবে লিখবে ১৯৮৬—১৯৭৯=৭। বয়সও ঠিক একই নিয়মেই লিখবে। এবার এই পাঁচটা সংখ্যা যোগ কর, যোগফলকে দুই দিয়ে ভাগ কর।

তুমি বললে—সব করেছি।

তখন মলয় মুচকে হেসে বলল—আমি এখন থট-রিডিং-এর সাহায্যে বলে দিচ্ছি—তোমার ভাগফল হল ২১০৭। মলয় কি সত্যিই থট-রিডিং জানে ?

## ১২৬। অঙ্কের ধাঁধা—১ !

যে কোন একটি তিন অঙ্কের সংখ্যা নাও ; এই সংখ্যার ডানদিকে আবার একই সংখ্যা লেখ, তাহলে একটা ছয় অঙ্কের সংখ্যা পেলে। এই ছয় অঙ্কের সংখ্যাটাকে তের দিয়ে ভাগ কর ; এই ভাগফলকে মুল তিন অঙ্কের সংখ্যাটা দিয়ে ভাগ কর। এই ভাগফলকে পাঁচ দিয়ে গুণ কর। গুণফলকে ৭ দিয়ে ভাগ কর। ভাগফলের অঙ্কগুলো যোগ কর। যোগফল হবে ১০।

কি ঠিক হয় নি ? কি করে হল ?

## ১২৭। অঙ্কের ধাঁধা—২ !

যে কোন সংখ্যা নাও। সংখ্যাটাকে ৫ দিয়ে গুণ কর, গুণফলের সঙ্গে ১০৮ যোগ কর। যোগফলকে ৬ দ্বারা গুণ কর। গুণফলের একদম ডানদিকের অঙ্কটাকে বর্গ কর। বর্গের অঙ্কগুলো যোগ কর। যোগফল হল ১০। কি করে বার করা হোল ?

## ১২৮। অঙ্কের ধাঁধা—৩ !

এক হাজারের মধ্যে যে-কোন সংখ্যা নাও। এর সঙ্গে ৬৭ যোগ কর। এই যোগফল ১২০০ থেকে বিয়োগ কর। বিয়োগফল থেকে ১০২ বিয়োগ কর। এই বিয়োগফলের সঙ্গে মূল সংখ্যাটা যোগ কর। যোগফলের অঙ্কগুলো যোগ কর। এই যোগফলকে বর্গ কর। বর্গের সঙ্গে ৩১ যোগ কর। এইযোগফলকে ৭ দিয়ে ভাগ কর। ভাগফল থেকে ২ বিয়োগ কর। তাহলে বিয়োগফল ৬। কি করে বিয়োগফলটা পাওয়া যায় ?

## ১২৯। অঙ্কের ধাঁধা—৪!

যে-কোন একটি তিন অঙ্কের সংখ্যা নাও। প্রথম ( বাঁদিকের ) অঙ্কটাকে ২ দ্বারা গুণ কর। গুণফল থেকে ৭ বিয়োগ কর। বিয়োগফলকে ৫ দিয়ে গুণ কর; গুণফলের সঙ্গে মূল সংখ্যার মাঝখানের অঙ্কটা যোগ কর। এই যোগফলকে ১০ দ্বারা গুণ কর। গুণফলের সঙ্গে মূল সংখ্যার ডানদিকের অঙ্কটা যোগ কর। এই যোগফল থেকে ২৭ বিয়োগ কর। বিয়োগফল কত? ৯৮৬? তাহলে মূল সংখ্যাটা ৬৬৩। কি করে পাওয়া গেল ভেবে বার কর।

উদাহরণ : মনে কর, মূল সংখ্যাটা ৮৬৭, তাহলে—

প্রথম অঙ্কের দ্বিগুণ = ৮ × ২ = ১৬

৭ যোগ : ১৬ + ৭ = ২৩

৫ দিয়ে গুণ : ২৩ × ৫ = ১১৫

মাঝখানের অঙ্ক যোগ : ১১৫ + ৬ = ১২১

১০ দিয়ে গুণ : ১২১ × ১০ = ১২১০

ডানদিকের অঙ্ক যোগ : ১২১০ + ৭ = ১২১৭

এ থেকে ২৭ বিয়োগ : ১২১৭ − ২৭ = ১১৯০

## ১৩০। অঙ্কের ধাঁধা—৫ ( বয়স নির্ণয় )!

যে-কোন একটা তিন অঙ্কের সংখ্যা নাও, প্রথম আর তৃতীয় অঙ্ক যেন সমান না হয়। সংখ্যাটির বিপরীত সংখ্যা লেখ ( যেমন ৩১৭ এর বিপরীত সংখ্যা ৭১৩ )। মূল সংখ্যা আর বিপরীত সংখ্যার মধ্যে বড়টা থেকে ছোটটা বিয়োগ কর। এই বিয়োগফলের সঙ্গে বিয়োগফলের বিপরীত সংখ্যাটা যোগ কর। যোগফলের সঙ্গে তোমার বয়স যোগ কর।

মনে কর, শেষ যোগফল ১১০৪। তাহলে তোমার বয়স পনরো।

কি করে হল?

## ১৩১। অঙ্কের ধাঁধা – ৬ ( ভাই-বোনের সংখ্যা নির্ণয় )!

তোমার বোনের সংখ্যার সঙ্গে ৬ যোগ কর, যোগফলকে ২ দিয়ে গুণ কর। গুণফলের সঙ্গে ১৯ যোগ কর, এই যোগফলকে ৫ দিয়ে গুণ কর। গুণফলের সঙ্গে তোমার ভাইয়ের সংখ্যা যোগ কর। যোগফল থেকে ১১৪ বিয়োগ কর।

মনে কর, বিয়োগফল ৫৩, তাহলে তোমার বোনের সংখ্যা ১ এবং ভাইয়ের সংখ্যা ৩। এবার বলতো কি করে হোল?

**পিয়ানোর অঙ্ক :**

পিয়ানোতে সাতটি অক্টেভই আছে। মনে কর সবচেয়ে নীচের অক্টেভের (একে আমরা শূন্য অক্টেভ বলব) সা অর্থাৎ $C_3$ এর কম্পাঙ্ক n, তাহলে এর পরের বা প্রথম অক্টেভের সা অর্থাৎ $C_2$ এর কম্পাঙ্ক 2n এবং সাধারণভাবে p তম অক্টোভের সা এর কম্পাঙ্ক $n\times 2^p$।

মনে কর টেম্পারড্ স্কেলে যে কোন অক্টেভের সা কে ধরা হচ্ছে শূন্য নোট, তাহলে রে কোমল হবে প্রথম নোট, মা হবে ষষ্ঠ নোট ইত্যাদি। টেম্পারড্ স্কেলে পরপর দুই নোটের সুর অন্তর সর্বদা $\sqrt[12]{2}$ বলে p তম অক্টেভের k তম নোটের কম্পাঙ্ক $N_{pk}$ হলে

$$N_{pk}=n\times 2^p\left(\sqrt[12]{2}\right)^k$$

বা $\log N_{pk}=\log n+p\log 2+\frac{k}{12}\log 2$ (উভয় পক্ষের লগ নিয়ে)

বা $\log N_{pk}-\log n=\left(p+\frac{k}{12}\right)\log 2$

বা $\log\left(\frac{N_{pk}}{n}\right)=\left(p+\frac{k}{12}\right)\log 2$

এখন বেস 2 হলে $\log_2 2=1$, সুতরাং

$$\log_2\left(\frac{N_{pk}}{n}\right)=p+\frac{k}{12}$$

তাহলে দেখতে পাচ্ছ p তম অক্টোভের k তম নোট এবং $C_3$ এর সুর অন্তরের লগারিথ্‌ম্ (বেস 2) এর ক্যারেক্টারিষ্টিক p এবং ম্যান্টিসা k/12। উদাহরণ হিসাবে মনে কর তৃতীয় অক্টেভের পা (G) অর্থাৎ সপ্তম নোটকে নেওয়া হোল। সুতরাং G এবং $C_3$ এর সুর অন্তরের লগারিথ্‌ম্ $=3+7/12=3{\cdot}583$ অর্থাৎ এই সুর অন্তর $=2^{3\cdot583}$ বা 11·98

তাহলে G এর কম্পাঙ্ক $C_3$ এর কম্পাঙ্কের 11·98 গুণ।

শেষ করার আগে আর একটি কথা বলছি।

তারের কম্পনের ফলে যে শব্দ উৎপন্ন হয় তার কম্পাঙ্ক তারের যে অংশ কম্পিত হয় তার দৈর্ঘ্যের ব্যস্ত সমানুপাতী। এইজন্য সেতার বেহালা ইত্যাদি তার যন্ত্রে তারের যত ছোট অংশ বাজান হয় সুর তত তীক্ষ্ণ হয়।

বাঁশীতে যে সুর সৃষ্টি হয় তার কারণ বাঁশীর ভিতরের বাতাসের কম্পন। এখানেও উৎপন্ন সুরের কম্পাঙ্ক বাঁশীর ভিতরের কম্পমান বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্যের ব্যস্ত সমানুপাতী। ফলে কম্পমান বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য যত কম হয় বাঁশীর সুর তত তীক্ষ্ণ হয়। অবশ্য সুরের তীক্ষ্ণতা কত জোরে ফুঁ দেওয়া হচ্ছে তার উপরেও নির্ভর করে।

**২২৮। সবচেয়ে বড় সংখ্যা!**

সবচেয়ে বড় যে সংখ্যার নামকরণ করা হয়েছে তার নাম কি?

**২২৯। কার ক্ষতি হল?**

পাশাপাশি দুই রাজ্য রায়পুর আর চন্দনপুর। দুই রাজায় খুব রেসারেসি কে বড় এই নিয়ে। অবশ্য তাদের মধ্যে যুদ্ধ বিগ্রহ হোত না কারণ দুজনেই ছিলেন শান্তিপ্রিয়। তবে তাদের মধ্যে সব সময় চলত প্রতিযোগিতা, কে বুদ্ধির কৌশলে অন্যকে জব্দ করতে পারে তা নিয়ে।

এতদিন দুই দেশেরই টাকার দাম ছিল সমান। একদিন চন্দনপুরের মন্ত্রীর মাথায় এক বুদ্ধি এল, তিনি রাজাকে বললেন, আমাদের এক টাকা আর রায়পুরের এক টাকার দাম সমান, এটা কিন্তু ঠিক নয়। আপনি আইন করে দিন এখন থেকে রায়পুরের একশ টাকার দাম হবে চন্দনপুরের নব্বই টাকার সমান। এতে আমাদের রাজ্যের শ্রেষ্ঠতা প্রতিপন্ন হবে।

রাজারও পরামর্শটা খুব মনে ধরল, তিনি সঙ্গে সঙ্গে সেইমত নির্দেশ জারী করলেন।

কিছুদিন পরে রায়পুরের রাজা ব্যাপারটা জানতে পেরে অত্যন্ত ক্রুদ্ধ হয়ে মন্ত্রীকে বললেন, কি এতবড় আস্পর্ধা, আমাদের টাকার দাম কমিয়ে আমাদের দেশকে ছোট করার চেষ্টা! ঠিক আছে, আপনি জানিয়ে দিন আজ থেকে চন্দনপুরের একশ টাকা দিলে রায়পুরের মাত্র আশী টাকা পাওয়া যাবে।

সেইমত দুই দেশেই স্থাপিত হল টাকা বদল করার একটি করে কেন্দ্র। সেখানে যে কেউ এসে সেই দেশের হারে টাকা বদল করতে পারে।

এখন একজন বুদ্ধিমান লোক মাথা ঘামিয়ে এ থেকে টাকা কামাবার এক পথ বার করল। সে প্রথমে চন্দনপুরের নব্বই টাকা নিয়ে চন্দনপুরের টাকা পাল্টাবার কেন্দ্রে তা দিয়ে রায়পুরের একশ টাকা পেল।

এবার সে রায়পুরের কেন্দ্রে গেল। এখানে রায়পুরের আশী সমান চন্দনপুরের একশ হিসেবে রায়পুরের একশর বিনিময়ে সে পেল চন্দনপুরের 125 টাকা। তাহলে চন্দনপুরের নব্বই টাকা খাটিয়ে সে পেল 125 টাকা অর্থাৎ তার লাভ হল

### ১৩২। টেলিফোন গাইডের খেলা !

সেদিন তোমার বন্ধু চন্দনা তোমাকে বলল, আজ টেলিফোন গাইড নিয়ে একটা খেলা দেখাবে। যা বলছি ঠিক ঠিক করে যাও।

প্রথমে দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা লেখ (অঙ্ক দুইটি যেন আলাদা হয়)। এই অঙ্ক দুইটির মাঝখানে যে-কোন একটি অঙ্ক লেখ তাহলে একটি তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা পাওয়া যাবে। এই সংখ্যার বিপরীত সংখ্যা লেখ ; (যেমন ৪০০-এর বিপরীত সংখ্যা ০০৪)। মূল সংখ্যা আর বিপরীত সংখ্যার মধ্যে বড় থেকে ছোট বিয়োগ কর। এই বিয়োগফলের বিপরীত সংখ্যা বার কর। বিয়োগ-ফলের সঙ্গে বিয়োগফলের বিপরীত সংখ্যা যোগ কর।

এবার যোগফলের বাঁ-দিকের তিনটে অঙ্ক নিয়ে যে সংখ্যা হয়, এই টেলিফোন গাইড থেকে তত সংখ্যক পৃষ্ঠা বার কর। এখন এই পৃষ্ঠায় যোগফলের ডানদিকের শেষ অঙ্ক যত, তত তম গ্রাহকের নাম বার কর।

না না, নামটা আমাকে বলতে হবে না, আমিই নামটা বলে দিচ্ছি।

এখন ভেবে বার কর চন্দনা সঠিক নামটা বলল কি করে ?

### ১৩৩। আর একটি মজার আবৃত্ত দশমিক !

তুমি যদি $\frac{১}{৮১}$ কে আবৃত্ত দশমিকে পরিণত কর, তবে দেখবে এর একটা মজার বৈশিষ্ট্য আছে !

### ১৩৪। অন্যোন্যকের যোগফল কত ?

দুইটি সংখ্যার যোগফল ১০ এবং গুণফল ৩০। এই সংখ্যা দুইটির অন্যোন্যক দ্বয়ের যোগফল কত ? (যেমন ৩ এর অন্যোন্যক $\frac{১}{৩}$, $\frac{৫}{৭}$ এর অন্যোন্যক $\frac{৭}{৫}$ ইত্যাদি)।

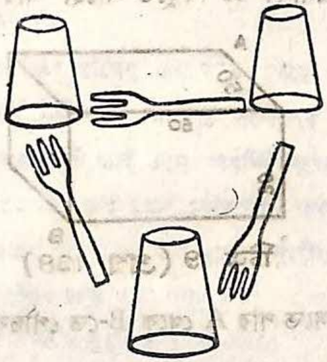
### ১৩৫। ঘূর্ণমান সংখ্যা !

ছয় অঙ্কবিশিষ্ট এমন একটি সংখ্যা বার করতে পার, যাকে যথাক্রমে ২, ৩, ৪, ৫ এবং ৬ দ্বারা গুণ করলে গুণফলে প্রতিক্ষেত্রে মূল সংখ্যার অঙ্কগুলোই একই ক্রমে আসে ?

### ১৩৬। কাঁটা চামচগুলো সাজাও তো !

তিনটে সমান কাঁটা চামচ আছে আর টেবিলের উপর তিনটে গ্লাস এমনভাবে

রাখা আছে যাতে যে-কোনো দুটো গ্লাসের মাঝখানের দূরত্ব একটি কাঁটা-চামচের দৈর্ঘ্যের চেয়ে সামান্য বেশী ( চিত্র ৭ )।

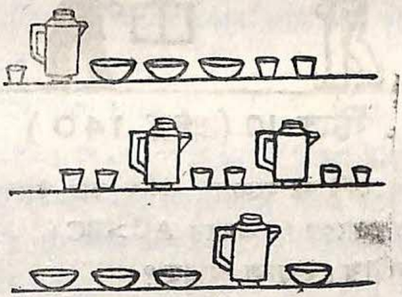


চিত্র 7 (প্রশ্ন ১36)

এখন গ্লাসগুলোকে না সরিয়ে কাঁটা চামচ তিনটেকে এমনভাবে সাজাতে পার যাতে তিনটে গ্লাসই কাঁটা-চামচ তিনটে দ্বারা পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত হয় ?

১৩৭। জগ আর বাটিতে কতটা জল ধরে ?

তিনটে তাকে তিনরকম পাত্র রাখা আছে—জগ, বাটি আর গ্লাস ( চিত্র ৮ )। প্রত্যেক তাকের সমস্ত পাত্রগুলোর মোট জল ধারণ ক্ষমতা সমান।

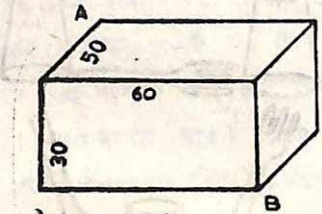


চিত্র ৪ (প্রশ্ন ১37)

এখন ছবি দেখে বল, একটা জগ আর একটা বাটিতে একটা গ্লাসের কত গুণ জল ধরে ?

১৩৮। পোকা কোন্ পথে যাবে ?

একটা কাগজের বাক্সের দৈর্ঘ্য ৬০ সেন্টিমিটার, প্রস্থ ৫০ সেমি. এবং উচ্চতা ৩০ সেমি.। একটা পোকা A বিন্দুতে আছে, আর যেতে চায় B বিন্দুতে




চিত্র 9 (প্রশ্ন 138)

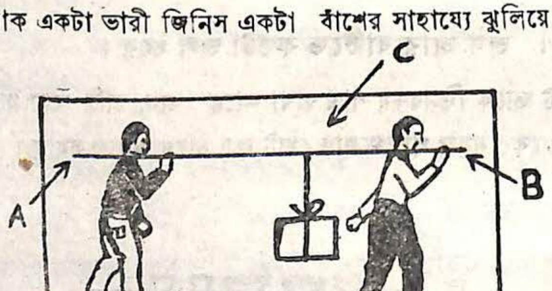
(চিত্র ৯)। এখন বলতে পার A থেকে B-তে পৌছবার সবচেয়ে কম দূরত্বের পথ কোন্‌টা ?

১৩৯। কত সময় লাগবে ?

একটা ঘড়িতে তিনটে বাজতে সময় লাগে তিন সেকেণ্ড। তাহলে নটা বাজতে সময় লাগবে কত সেকেণ্ড ?

১৪০। কার বেশী কষ্ট হচ্ছে ?

দুজন লোক একটা ভারী জিনিস একটা বাঁশের সাহায্যে ঝুলিয়ে নিয়ে যাচ্ছে




চিত্র 10 (প্রশ্ন 140)

(চিত্র ১০)। কার বেশী কষ্ট হচ্ছে ? অর্থাৎ কার কাঁধে বেশী চাপ পড়ছে, সামনের না পিছনের লোকের ? এখানে AC>BC।

১৪১। কোনটায় ভেজাল আছে ?

ছটি রূপোর বাঁট আছে, তার মধ্যে পাঁচটি খাঁটি আর একটিতে অন্য ধাতু মেশানো আছে। খাঁটি বাঁটগুলোর ওজন পরস্পর সমান, কিন্তু অন্যটার ওজন কিছু বেশী বা কম। এখন তিনবার মাত্র ওজন করে কোন্‌টায় অন্য ধাতু মেশানো আছে, তা বার করতে পারবে ?

১৪২। কটা সন্দেশ ছিল ?

এক বাড়িতে তিন ভাই বাস করত। একদিন ওদের মামা ওদের জন্য এক বাক্স সন্দেশ পাঠিয়ে দিলেন, আর সঙ্গে একটা চিঠিতে লিখে দিলেন—তোমরা সবাই সমান ভাগ করে খাবে।

বড় ভাই চিঠি পড়ে তিন ভাগের এক ভাগ খেয়ে কাজে বেরিয়ে পড়ল। একটু পর মেজ ভাই এসে চিঠি পড়ে অবশিষ্ট সন্দেশের তিনভাগের এক ভাগ খেয়ে চলে গেল। সবশেষে ছোট ভাই এসে অবশিষ্ট সন্দেশের তিনভাগের এক ভাগ খেয়ে নিল। এরপর তিনভাই যখন একত্র হল, তখন দেখা গেল চব্বিশটা সন্দেশ পড়ে আছে। এবার বল, মামা কটা সন্দেশ পাঠিয়েছিলেন, আর অবশিষ্ট চব্বিশটা সন্দেশের মধ্যে কোন্ ভাই কটা পাবে ?

১৪৩। কিভাবে পূর্ণ করবে ?

তিনটি বাটি আছে, বড়, মাঝারি এবং ছোট। বড় বাটি খালি আর মাঝারি ও ছোট বাটিতে কিছু দুধ আছে। এই দুই বাটির মোট দুধের পরিমাণ বড় বাটিটাকে সম্পূর্ণ ভর্তি করতে পারে।

এখন আরও দুধ বা অন্য কিছু না মিশিয়ে ঐ দুই বাটির দুধের সাহায্যে কি করে তিনটি বাটিকেই কানায় কানায় ভর্তি করা যায় ?

১৪৪। কি করে ট্রাক যাবে ?

চাল-বোঝাই একটা ট্রাক রাস্তা দিয়ে যেতে যেতে সামনে একটা ব্রীজ পড়লো। ব্রীজের তলা দিয়ে ট্রকটাকে যেতে হবে। কিন্তু দেখা গেল মাত্র এক সেন্টিমিটারের জন্য ট্রাকটা ব্রীজের তলায় আটকে যাচ্ছে।

এখন চাল না নামিয়ে বা ব্রীজের কোন ক্ষতি না করে কিভাবে ট্রাকটা ব্রীজের তলা দিয়ে পার হতে পারবে ?

১৪৫। কিভাবে রক্ষা পাবে ?

তিন জোচ্চোর একজন সৎ লোকের কাছে দশ হাজার টাকা গচ্ছিত রাখলো। কথা রইলো তিনজনে একসঙ্গে এলে তবেই টাকা ফেরত পাবে।

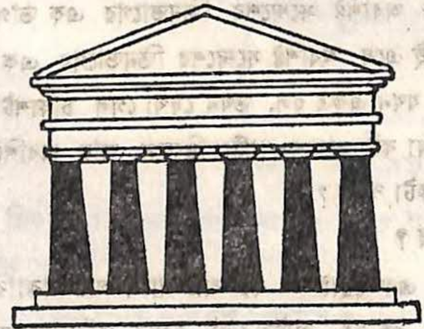
কয়েকদিন পর এক জোচ্চোর এসে বলল, ভুলে এগারো হাজার টাকা রাখা হয়েছে, একবার গুণে দেখবো। সৎলোকটি সরল মনে যেই টাকার ব্যাগ বার করে দিল, সঙ্গে সঙ্গে জোচ্চোর ব্যাগ নিয়ে পালাল।

দুদিন পর বাকি দুই জোচ্চোর এসে টাকা চাইল। সৎ লোকটি সব জানাতে তারা বলল, সব মিথ্যে কথা, আমরা ওসব বুঝি না, আমাদের এক্ষুণি টাকা

ফেরত দিতে হবে। ভাল লোকটি আবার থানা পুলিসের ঝামেলায় যেতে চায় না, তাহলে সে কি করবে ?

**১৪৬। কোথায় গোণা শেষ হবে ?**

এক বিরাট বারান্দায় পরপর ছটা মোটা থাম আছে ( চিত্র ১১ )। এই ছটা থাম বাঁ-দিক থেকে ডান দিকে, আবার ডানদিক থেকে বাঁদিকে এইভাবে পর পর এক দুই করে গুণে গেলে কোন্ থামটায় এসে এক হাজার পাঁচ গোনা শেষ হবে ?


চিত্র ।। (প্রশ্ন।46)

মনে রাখবে বাঁ দিক থেকে এক দুই করে গুনলে ডান-দিকের একদম শেষ থামটা হবে ছ নম্বর, এইবার এই থামটাকেই সাত ধরে বাঁ দিকে পরপর আট নয় ইত্যাদি গুণে যেতে হবে। গোনা শুরু হবে একেবারে বাঁ দিকের থাম থেকে।

**১৪৭। প্রথমদিন কটা খেয়েছে ?**

একজন লোক পাঁচদিনে মোট একশটা রসগোল্লা খেল। সে প্রত্যেকদিন তার আগের দিনের চেয়ে সাতটা রসগোল্লা বেশী খেলে প্রথমদিন কটা খেয়েছিল ?

**১৪৮। দুটো এঞ্জিন কেন ?**

তোমরা জান রেলগাড়িতে অনেক সময়, বিশেষ করে পাহাড়ে উঠবার বেলা দুটো এঞ্জিন লাগানো থাকে, একটা সামনে আর একটা পিছনে। কিন্তু সামনের এঞ্জিনটা শুধু তখনই গাড়িটাকে টানতে পারে যখন কাপলিংগুলো অর্থাৎ দুটো কামরার মাঝের সংযোগকারী আংটাগুলো শক্ত বা টান থাকে। কিন্তু এক্ষেত্রে বাফারগুলো পরস্পর ঠেকে থাকে না, ফলে পিছনের এঞ্জিন গাড়িটাকে ঠেলতে পারে না। আবার যখন বাফারগুলো পরস্পর ঠেকে থাকে তখন পেছনের এঞ্জিন গাড়িটাকে সামনের দিকে ঠেলতে পারে ঠিকই কিন্তু এক্ষেত্রে কাপলিংগুলো টান না হয়ে ঢিলে হয়ে পড়ে ফলে সামনের এঞ্জিন গাড়িটাকে টানতে পারে না। তাহলে দেখা যাচ্ছে দুটো এঞ্জিন একই সঙ্গে গাড়িটাকে চালাতে পারে না। এখন প্রশ্ন হচ্ছে তাহলে গাড়িতে দুটো এঞ্জিন লাগাবার সার্থকতা কি ?

**১৪৯। ওজন করার মেশিনে বসে পড়লে কি হবে?**

মনে কর, তুমি একটি ওজন করার মেশিনের প্ল্যাটফর্মের উপর দাঁড়িয়ে আছ। হঠাৎ যদি তুমি মেশিনের উপর বসে পড়, তাহলে কি হবে? তোমার ওজন মেশিনে বেশী দেখাবে না কম দেখাবে, না একই থাকবে?

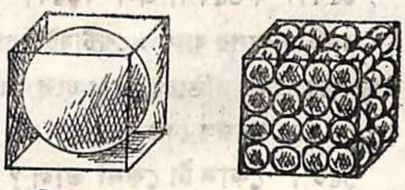
**১৫০। কতটা জল আছে?**

একটা পিপেতে মোটামুটি অর্ধেক জল আছে। তোমার কাছে কাঠি বা পরিমাপের অন্য কোন যন্ত্র নেই। তাহলে তুমি কিভাবে নিশ্চিত হবে যে পিপের জল অর্ধেক, না অর্ধেকের বেশী, না কম?

**১৫১। কোন্ বাক্সের ওজন বেশী?**

দুটো সমান মাপের সমান ওজনের বাক্স আছে। প্রত্যেক বাক্সের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা সমান অর্থাৎ প্রত্যেক বাক্সই একটি ঘনক। প্রথম বাক্সে একটি বড় সোনার বল আছে যার ব্যাস বাক্সের দৈর্ঘের সমান।

দ্বিতীয় বাক্সে প্রত্যেক সারিতে চারটে হিসাবে মোট ৬৪টা ছোট সোনার বল আছে। প্রত্যেক বলের ব্যাস বাক্সের দৈর্ঘ্যের চার ভাগের এক ভাগ (চিত্র ১২)। এখন বল কোন্ বাক্স বেশী ভারী?



চিত্র ।12 (প্রশ্ন ।51)

**১৫২। সময় কত লাগবে?**

একটা ৬০ মিটার লম্বা ফিতে কেটে এক মিটার লম্বা ৬০টি টুকরো তৈরি করতে হবে। একটা টুকরো কাটতে যদি এক সেকেণ্ড সময় লাগে তবে ষাটটি টুকরো বার করতে কত সময় লাগবে?

**১৫৩। কিভাবে ভাগ করবে?**

আচ্ছা বলতো ৪৫ কে কিভাবে চার ভাগে ভাগ করবে, যাতে প্রথম অংশের সঙ্গে ২ যোগ করলে, দ্বিতীয় অংশ থেকে ২ বিয়োগ করলে, তৃতীয় অংশকে ২ দ্বারা গুণ করলে আর চতুর্থ অংশকে ২ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রেই সমান হবে?

**১৫৪। কটা খুঁটি আছে?**

একটি বর্গাকৃতি বাগানের চারপাশে বেড়া দেওয়া আছে।

যদি প্রত্যেক দিকের বেড়াতে দশটি করে খুঁটি থাকে তবে চারদিকের বেড়াতে মোট কটি খুঁটি আছে ?

**১৫৫। কেন আগে ক্ষয়ে যায় ?**

কোন কোন গাড়িতে দেখা যায় সামনের চাকা দুটোর মাঝখানের অক্ষদণ্ড বা অ্যাক্সল পেছনের চাকার অ্যাক্সলের চেয়ে তাড়াতাড়ি ক্ষয়ে যায়।

বলতো এর কারণ কি হতে পারে ?

**১৫৬। গড় বেগ কত ?**

তুমি যখন বাড়ি থেকে স্কুলে যাও তখন তোমার গতিবেগ ঘণ্টায় ৫ কিলোমিটার আর ফেরার সময় কতক্ষণে বাড়ি পৌছে খেলতে যাবে এই ভেবে তাড়াতাড়ি ছোট। তখন তোমার গতিবেগ ঘণ্টায় ৭ কিলোমিটার।

এবার বল যাতায়াতে তোমার গড় গতিবেগ কত ?

**১৫৭। কতবেশী জল পড়বে ?**

একটি পাইপের ব্যাস ১ সেন্টিমিটার আর একটি পাইপের ব্যাস দশ সেমি। উভয় নলে জলের গতিবেগ সমান হলে একই সময়ে দ্বিতীয় নলে প্রথম নলের তুলনায় কত গুন জল বেশী পড়বে ?

**১৫৮। কোন্‌টা কেনা ভাল ?**

একই ধরনের দুটো তরমুজের মধ্যে প্রথমটার দাম দ্বিতীয়টার দ্বিগুন। প্রথমটার পরিধি ৭৫ সেন্টিমিটার আর দ্বিতীয়টার ৫০ সেন্টিমিটার।

তাহলে কোন্‌ তরমুজটা কেনা ভাল ?

**১৫৯। 'ই' এর নেমোনিক !**

ইংরেজীতে এমন একটা বাক্য রচনা কর যার সাহায্যে e $(1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots\cdots)$ এর মান নয় দশমিক স্থান পর্যন্ত বলে দেওয়া যায়।

**১৬০। কটা জুতো লাগবে ?**

এক দেশে এক লক্ষ লোক বাস করে। এর মধ্যে কিছু লোকের মাত্র একটি করে পা আর বাকি লোকের অর্ধেক কোন জুতো ব্যবহার করে না। তাহলে এই দেশের লোকেদের জন্য কমপক্ষে কটা জুতো (ক জোড়া জুতো নয় কিন্তু) প্রয়োজন ?

**১৬১। সংখ্যা তিনটি কত ?**

তিনটি সংখ্যা একটি সমান্তর শ্রেণীতে আছে আর এই তিনটি সংখ্যার গুণফল একটি মৌলিক সংখ্যা। এখন বল সংখ্যা তিনটি কি কি ?

### ১৬২। গুনের ল্যাটিস পদ্ধতি কি ?

দুটো সংখ্যার গুণফল নির্ণয়ের ল্যাটিস পদ্ধতি কি ?

### ১৬৩। আর কটা দাগ ডুববে ?

একটা নৌকা নদীতে যাচ্ছে, নৌকা থেকে একটা ভারী তার জলে ডুবিয়ে দেওয়া আছে। তারটার প্রতি পনেরো সেন্টিমিটার অন্তর দাগ কাটা আছে। তারটার ঠিক পাঁচটা দাগ পর্যন্ত জলে ডুবে আছে।

এখন যদি নদীতে জোয়ার আসে আর নদীর জল ঘণ্টায় ২৪ সেন্টিমিটার হিসাবে বৃদ্ধি পায় তবে দু ঘণ্টায় আর কটা দাগ জলের নীচে ডুবে যাবে ?

### ১৬৪। বেড়াতে গিয়ে কদিন ছিল ?

সেদিন তনুশ্রী এসে তোমাকে বলল, আমরা পুরী থেকে বেরিয়ে এলাম তবে বৃষ্টিতে একটু অসুবিধা হয়েছিল।

তুমি কথায় কথায় জানতে চাইলে, পুরীতে ওরা কতদিন ছিল।

উত্তরে তনুশ্রী হেসে বলল, পুরীতে মোট দশদিন বৃষ্টি হয়েছিল কিন্তু যেদিন সকালে বৃষ্টি হয়েছে সেদিন বিকেলে বৃষ্টি হয় নি আবার যেদিন বিকেলে বৃষ্টি হয়েছে সেদিন সকালে বৃষ্টি হয় নি।

এখন যদি এগারো দিন সকালে বৃষ্টি না হয় আর পনেরো দিন বিকেলে বৃষ্টি না হয় তবে ভেবে বার কর পুরীতে আমরা কতদিন ছিলাম।

### ১৬৫। দ্রুত বংশবৃদ্ধি !

অনেক উদ্ভিদ এবং প্রাণী এত দ্রুতগতিতে বংশবিস্তার করে যে অকালমৃত্যু না হলে ( অর্থাৎ প্রত্যেক বীজ বা ডিম থেকে নতুন উদ্ভিদ বা প্রাণীর সৃষ্টি হলে এবং সেই উদ্ভিদ বা প্রাণী স্বাভাবিক আয়ু লাভ করলে ) অল্প কিছুদিনের মধ্যেই সমস্ত পৃথিবী সেই উদ্ভিদ বা প্রাণীতে সম্পূর্ণ ভরে যেত। এখানে একটি উদাহরণ দেওয়া হল।

এক জোড়া ( একটি পুরুষ ও একটি স্ত্রী ) মাছি থেকে আটটি প্রজন্মে কটি মাছি সৃষ্টি হবে হিসেব করে দেখা যাক। মনে কর একটি স্ত্রী মাছি ১২০টি ডিম পাড়ে। এখন স্ত্রী মাছিটি ১লা এপ্রিল ডিম পাড়লে এই ১২০টি ডিম থেকে ৬০টি পুরুষ ও ৬০টি স্ত্রী মাছি সৃষ্টি হবে।

ডিম পাড়ার পর এই ডিম থেকে যে স্ত্রী মাছি সৃষ্টি হবে তাদের ডিম পাড়া পর্যন্ত যদি তিন সপ্তাহ সময় ধরে নিই তবে এই ৬০টি স্ত্রীমাছি ডিম পাড়বে ২২শে

এপ্রিল। মোট ডিম হবে ৬০×১২০=৭২০০, যা থেকে স্ত্রী মাছি হবে অর্ধেক বা ৩৬০০।

এই ৩৬০০ স্ত্রী মাছি ডিম পাড়বে ১৩ই মে, মোট ডিম ৩৬০০×১২০= ৪৩২০০০, স্ত্রী মাছি ২১৬০০০।

এই ২১৬০০০ স্ত্রী মাছি ডিম পাড়বে ৩রা জুন, মোট ডিম ২১৬০০০×১২০ =২৫৯২০০০০, স্ত্রী মাছি ১২৯৬০০০০।

এর পর ২৪শে জুন ডিম=১৫৫৫২০০০০০, স্ত্রী মাছি ৭৭৭৬০০০০০।

এবার ১৫ই জুলাই মোট ডিম ৯৩৩১২০০০০০০০, স্ত্রী মাছি ৪৬৬৫৬০০০০০০০।

এর পর ৫ই আগস্ট মোট ডিম ৫৫৯৮৭২০০০০০০০০, স্ত্রী মাছি ২৭৯৯৩৬০০০০০০০০০।

এর পর ২৬শে আগস্ট মোট মাছি ৩৫৫৯২৩২০০০০০০০০০০। মাত্র পাঁচ ছ মাস সময়ের মধ্যে দুটো মাছি থেকে এতগুলো মাছি সৃষ্টি হল!

প্রতিটি মাছি ৫ মিলিমিটার লম্বা হলে এতগুলি মাছিকে এক সারিতে সাজালে মোট দৈর্ঘ্য হবে ২৫০০০০০০০০০ কিলোমিটার। এটা মোটামুটিভাবে পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্বের ১৮ গুন বা পৃথিবী থেকে ইউরেনাস গ্রহের দূরত্বের সমান!

প্রথমে যখন ইউরোপীয়রা অস্ট্রেলিয়া যায় তখন সেখানে কোন খরগোস ছিল না। আঠারো শতকের শেষে সেখানে প্রথম খরগোস নিয়ে যাওয়া হয়। আর সেখানে খরগোসের শত্রু কোন প্রাণী না থাকায় অত্যন্ত দ্রুতগতিতে তারা বংশ বৃদ্ধি করে। ফলে বহু শস্য নষ্ট হয় আর শেষ পর্যন্ত বহু চেষ্টা করে আর বহু অর্থব্যয়ে খরগোসের উৎপাত থেকে দেশকে মুক্ত করা হয়।

১৬৬। যাদুবর্গ!

যাদুবর্গ বা ম্যাজিক স্কোয়ারের কথা তোমরা নিশ্চয়ই শুনেছো। যাদুবর্গের অন্তর্গত সংখ্যাগুলো পাশাপাশি, উপর থেকে নীচে বা কোণাকুনি যে ভাবেই যোগ কর না কেন যোগফল সবসময় সমান হবে।

যাদুবর্গে যতগুলো সারি থাকবে ততগুলো স্তম্ভ থাকবে আর ঘরের সংখ্যা হবে সারি বা স্তম্ভের সংখ্যার বর্গ। যেমন ৩টি সারি থাকলে ঘরের সংখ্যা হবে ৩×৩=৯, একে বলা হবে ৩×৩ যাদুবর্গ। একইভাবে ৪টি স্তম্ভ থাকলে ঘরের সংখ্যা হবে ৪×৪=১৬, যাকে বলা হবে ৪×৪ যাদুবর্গ।

সবচেয়ে ছোট যাদুবর্গ হল ৩×৩ যাদুবর্গ কারণ ২×২ যাদুবর্গ গঠন করা

সম্ভব নয়। একটি ৩×৩ বা ৯ ঘরের যাদুবর্গে ১ থেকে ৯ পর্যন্ত পূর্ণসংখ্যাগুলো প্রতিটি সংখ্যা একবার করে থাকবে। এই রকম ৮×৮ বা ৬৪ ঘরের যাদুবর্গে ১ হইতে ৬৪ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো প্রতি সংখ্যা একবার করে থাকবে ইত্যাদি।

এক নম্বর চিত্রে একটি ৩×৩ যাদুবর্গ দেখানো হল। এর নটা ঘরের সব সংখ্যার যোগফল=১+২+৩+৪+৫+৬+৭+৮+৯=৪৫। এখন প্রত্যেক সারি বা স্তম্ভের যোগফল সমান। সুতরাং প্রতি সারি বা স্তম্ভের যোগফল $=\frac{৪৫}{৩}=১৫$। একইভাবে একটি ৪×৪ যাদুবর্গের সব ঘরে যোগফল=১+২+৩+··· ··+১৫+১৬=১৩৬। সুতরাং এর যে কোন সারি বা স্তম্ভের যোগফল$=\frac{১৩৬}{৪}=৩৪$। এই নিয়মে যে কোন যাদুবর্গের একটি সারি বা স্তম্ভের যোগফল বার করা যায়।

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 7 | 2 |
| 1 | 5 | 9 |
| 8 | 3 | 4 |

চিত্র 1 (166)

কোন যাদুবর্গে সারির সংখ্যা জোড় বা বিজোড় হলে তাকে যথাক্রমে জোড় বা বিজোড় যাদুবর্গ বলে। মনে রাখবে সারির সংখ্যা জোড় হলে ঘরের সংখ্যাও জোড় হবে আবার সারির সংখ্যা বিজোড় হলে ঘরের সংখ্যাও বিজোড় হবে। যেমন সারির সংখ্যা ৫ হলে ঘরের সংখ্যা ৫×৫=২৫ আর সারির সংখ্যা ৬ হলে ঘরের সংখ্যা ৬×৬=৩৬।

**রূপান্তর ঃ**

যে কোন যাদুবর্গ থেকে রূপান্তরের সাহায্যে আরো কতগুলো যাদুবর্গ তৈরি করা যায়। রূপান্তর দুরকম ঘুর্ণন ও প্রতিফলন।

**ঘুর্ণন ঃ** যেমন এক নম্বর চিত্রের যাদুবর্গকে ৯০°, ১৮০° বা ২৭০° ঘোরালে যথাক্রমে দুই, তিন বা চার নম্বর চিত্রের বর্গ পাওয়া যাবে।

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 9 | 4 |
| 7 | 5 | 3 |
| 6 | 1 | 8 |

চিত্র 2

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 3 | 8 |
| 9 | 5 | 1 |
| 2 | 7 | 6 |

চিত্র 3

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

চিত্র 4

**প্রতিফলন ঃ** আবার যে কোন যাদুবর্গকে আয়নায় প্রতিফলিত করলে যে প্রতিবিম্ব পাওয়া যায় তাও একটি যাদুবর্গ। প্রতিফলনের ক্ষেত্রে মূল যাদুবর্গ ও

প্রতিবিম্বের একই সারিতে একই সংখ্যা থাকবে তবে বিপরীতভাবে। পাঁচ, ছয়, সাত ও আট নম্বর চিত্রের যাদুবর্গগুলো যথাক্রমে এক, দুই, তিন ও চার নম্বর চিত্রের বর্গের প্রতিবিম্ব।

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 7 | 6 |
| 9 | 5 | 1 |
| 4 | 3 | 8 |

চিত্র 5
166

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

চিত্র 6
166

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 3 | 4 |
| 1 | 5 | 9 |
| 6 | 7 | 2 |

চিত্র 7
166

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 1 | 8 |
| 7 | 5 | 3 |
| 2 | 9 | 4 |

চিত্র 8
166

এক থেকে নয় পর্যন্ত সংখ্যাগুলো দিয়ে কেবল এই আটটি যাদুবর্গই তৈরি করা সম্ভব।

## বিজোড় যাদুবর্গ প্রস্তুত প্রণালী—বাশে পদ্ধতি ঃ

ফরাসী গণিতজ্ঞ ক্লদ গাসপার বাশে ( Claude Gaspar Bachet, 1581—1638 ) এই পদ্ধতি আবিষ্কার করেন। এই পদ্ধতির সাহায্যে যে কোন বিজোড় যাদুবর্গ প্রস্তুত করা যায়।

### এর নিয়ম হলো ঃ

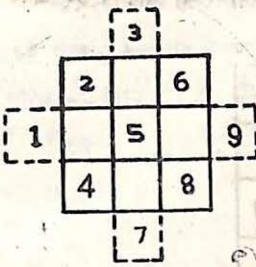
(১) যত ঘরের যাদুবর্গ তৈরি করতে হবে তত ঘরের একটি শূন্য বর্গ ( সংখ্যা না বসানো ) তৈরি কর।

(২) এই বর্গের চারদিকেই কতকগুলো অতিরিক্ত ঘর বসাও, অতিরিক্ত ঘরের সংখ্যা ক্রমান্বয়ে দুইটি করে কমে যাবে।

(৩) এবার এক থেকে সুরু করে যাদুবর্গের সংখ্যাগুলো কোনাকুনিভাবে পরপর বসাও।

(৪) অতিরিক্ত ঘরে যে সংখ্যাগুলো থাকবে তাদের মূল বর্গের একই সারি বা স্তম্ভের সবচেয়ে দূরের খালি ঘরে বসাও।

(৫) এবার অতিরিক্ত ঘরগুলো বাদ দিয়ে দিলেই তোমার জাদুবর্গ পেয়ে যাবে। নয় নম্বর ক ও খ (৩ × ৩ যাদুবর্গ) ও দশ নম্বর ক ও খ (৫ × ৫ বর্গ) চিত্র দেখ।

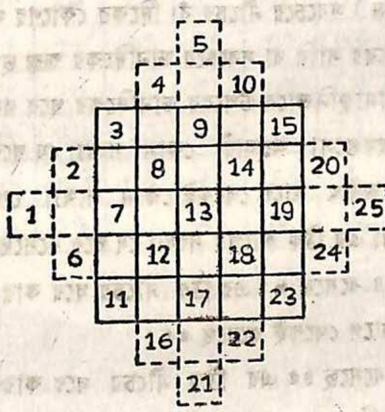


চিত্র ৯ক (প্রশ্ন 166

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 7 | 6 |
| 9 | 5 | 1 |
| 4 | 3 | 8 |

চিত্র 9 (খ) (166)

এই বর্গগুলো থেকে আগের মতই ঘূর্ণন বা প্রতিফলনের সাহায্যে নতুন যাদুবর্গ পাওয়া যাবে।



চিত্র 10 ক (প্রশ্ন 166)

## বিযোড় যাদুবর্গ প্রস্তুত প্রণালী—ভারতীয় পদ্ধতি :

এই পদ্ধতি প্রায় দু হাজার বৎসর পূর্বে আমাদের এই ভারতবর্ষে আবিষ্কৃত হয়েছিল। এর নিয়মগুলো হল ( চিত্র ১১ দেখ ) :

(১) সবচেয়ে উপরের সারির মাঝখানের ঘরে ১ বসাতে হবে।

(২) সবচেয়ে উপরের সারিতে কোন স্তম্ভে কোন সংখ্যা বসলে পরবর্তী সংখ্যা ঠিক তার ডান দিকের স্তম্ভের সবচেয়ে নিচের ঘরে বসবে। উদাহরণস্বরূপ ২ বসছে সবচেয়ে নীচের সারির ষষ্ঠ স্তম্ভে।

(৩) কোন সংখ্যা সবচেয়ে ডানদিকের স্তম্ভের যে কোন সারিতে বসলে পরের সংখ্যা ঠিক তার উপরের সারির সবচেয়ে বাঁ দিকের স্তম্ভে বসবে। সবচেয়ে উপরের ডানদিকের কোণের ঘরের পরের সংখ্যা ( যা আগের দুই এবং

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 16 | 9 | 22 | 15 |
| 20 | 8 | 21 | 14 | 2 |
| 7 | 25 | 13 | 1 | 19 |
| 24 | 12 | 5 | 18 | 6 |
| 11 | 4 | 17 | 10 | 23 |

চিত্র 10 খ (166)

তিন উভয় নিয়মেই পড়ে ) সবচেয়ে নীচের বাঁ দিকের কোণের ঘরে বসবে।

(৪) সবচেয়ে উপরের সারি বা সবচেয়ে ডানদিকের স্তম্ভ ছাড়া অন্য যে কোন ঘরের পরের সংখ্যা কোনাকুনিভাবে উপরের ডানদিকের ঘরে বসবে।

(৫) উপরের নিয়মগুলো অনুযায়ী কোন সংখ্যা যে ঘরে বসার কথা সেই ঘর যদি পূর্ণ থাকে ( অর্থাৎ আগে থেকেই কোন সংখ্যা সেই ঘরে অবস্থান করলে ) তবে এই সংখ্যা এর ঠিক আগের সংখ্যা যে ঘরে বসেছে তার ঠিক নিচের ঘরে বসবে। যেমন ৬৪ বসেছে ৬৩ এর ঠিক নীচের ঘরে কারণ ৬৪ এর যে ঘরে বসার কথা সেই ঘরে আগে থেকেই রয়েছে ৫৫।

একই নিয়মে ৪৬ বসেছে ৪৫ এর ঠিক নীচের ঘরে কারণ ৪৬ এর যে ঘরে বসার কথা সেই বাঁ দিকের সবচেয়ে নীচের কোণের ঘরে আগে থেকেই ৩৭ আছে।আর যদি আগের সংখ্যা যেই ঘরে বসেছে তার নীচে কোন ঘর না থাকে ( অর্থাৎ আগের সংখ্যা সবচেয়ে নীচের ঘরে থাকলে ) তবে পরের সংখ্যা আগের সংখ্যা যেই স্তম্ভে আছে সেই স্তম্ভের সবচেয়ে উপরের ঘরে বসবে।

যদি সারির সংখ্যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য না হয় তবে উপরের এক নম্বর নিয়মের বদলে নীচের নিয়মটি ইচ্ছা হলে অনুসরণ করতে পার। অন্য নিয়মগুলো ঠিকই থাকবে। বার নম্বর চিত্র দেখ।

**নিয়ম ঃ** সবচেয়ে বাঁ দিকের স্তম্ভের মাঝখানের ঘর এবং সবচেয়ে উপরের সারির মাঝখানের ঘর, এই দুই ঘরের সংযোগকারী সরলরেখার উপর যে সব ঘর

পড়বে তার যে কোনটিতে ১ বসাতে হবে। বার নম্বর চিত্রে এই ঘরগুলোতে ৭, ১, ২, ৩ বসেছে।

আরো লক্ষ্য কর পাঁচ নম্বর নিয়মানুযায়ী ৪৩ বসেছে ৪২ যেই স্তম্ভে বসেছে সেই স্তম্ভের সবচেয়ে উপরের ঘরে কারণ ৪৩-এর যে ঘরে বসার কথা সেই ঘরে আছে ৩৬ আর ৪২ এর নীচে কোন ঘর নেই।

বিজোড় যাদুবর্গ তৈরি করার অবশ্য আরও পদ্ধতি আছে। তবে সেগুলো আরো জটিল।

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 47 | 58 | 69 | 80 | 1 | 12 | 23 | 34 | 45 |
| 57 | 68 | 79 | 9 | 11 | 22 | 33 | 44 | 46 |
| 67 | 78 | 8 | 10 | 21 | 32 | 43 | 54 | 56 |
| 77 | 7 | 18 | 20 | 31 | 42 | 53 | 55 | 66 |
| 6 | 17 | 19 | 30 | 41 | 52 | 63 | 65 | 76 |
| 16 | 27 | 29 | 40 | 51 | 62 | 64 | 75 | 5 |
| 26 | 28 | 39 | 50 | 61 | 72 | 74 | 4 | 15 |
| 36 | 38 | 49 | 60 | 71 | 73 | 3 | 14 | 25 |
| 37 | 48 | 59 | 70 | 81 | 2 | 13 | 24 | 35 |

চিত্র 11 (প্র: 166)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 32 | 41 | 43 | 3 | 12 | 21 | 23 |
| 40 | 49 | 2 | 11 | 20 | 22 | 31 |
| 48 | 1 | 10 | 19 | 28 | 30 | 39 |
| 7 | 9 | 18 | 27 | 29 | 38 | 47 |
| 8 | 17 | 26 | 35 | 37 | 46 | 6 |
| 16 | 25 | 34 | 36 | 45 | 5 | 14 |
| 24 | 33 | 42 | 44 | 4 | 13 | 15 |

চিত্র 12 (প্র: 166)

## যোড় যাদুবর্গ প্রস্তুত প্রণালী ঃ

যোড় যাদুবর্গ প্রস্তুত প্রণালী অপেক্ষাকৃত জটিল। তবে সারির সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য হলে কিছুটা সহজে নির্মাণ করা যায়। যেমন—৪ × ৪, ৮ × ৮, ১২ × ১২ ইত্যাদি যাদুবর্গগুলো।

এর জন্য আমাদের প্রথমে জানতে হবে বিপরীত ঘর কাকে বলে। কোন ঘর সবচেয়ে উপরের সারি থেকে যত সারি নীচে থাকবে তার বিপরীত ঘর সবচেয়ে নীচের সারি থেকে তত সারি উপরে থাকবে, একইভাবে কোন ঘর সবচেয়ে বাঁ দিকের স্তম্ভের যত ডানদিকে থাকবে তার বিপরীত ঘর সবচেয়ে ডানদিকের স্তম্ভের তত বাঁদিকে থাকবে। যেমন তের নম্বর চিত্রে একই চিহ্নযুক্ত ঘরগুলো হলো বীপরীত ঘর। আর বিপরীত ঘরের সংখ্যাগুলো হলো বিপরীত সংখ্যা।

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| × | | | | | |
| | | | | | ^ |
| | | | | o | |
| | o | | | | |
| ^ | | | | | |
| | | | | | × |

চিত্র ।3(প্রশ্ন ।66)

আমরা উদাহরণ হিসাবে একটি ৮ × ৮ যাদুবর্গ তৈরী করব। প্রথমে ১ থেকে ৬৪ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো পরপর লিখতে হবে ( চিত্র ১৪ )

এখানে উভয় দিকেই কোনাকুনি ঘরগুলোর যোগফল ২৬০, একটি ৮ × ৮ যাদুবর্গে ঠিক যা হওয়া উচিত।

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 |
| 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
| 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 |

চিত্র 14 (প্র: 166)

কিন্তু সারি ও স্তম্ভগুলোর যোগফল বিভিন্ন যেমন সবচেয়ে উপরের সারির যোগফল ৩৬ ( অর্থাৎ ২৬০ থেকে ২২৪ কম ) আবার সবচেয়ে নীচের সারির

যোগফল ৪৮৪ ( অর্থাৎ ২২৪ বেশী )। আরো লক্ষ্য কর সবচেয়ে নীচের সারির যে কোন সংখ্যা একই স্তম্ভের সবচেয়ে উপরের সারির সংখ্যার চেয়ে ৫৬ বেশী। আবার যেহেতু ৫৬×৪=২২৪ তহেলে দেখা যাচ্ছে সবচেয়ে উপরের সারির যে কোন চারটি সংখ্যা আর সবচেয়ে নীচের সারির অনুরূপ চারটে সংখ্যা পরস্পর বিনিময় করলে এই দুটো সারির প্রত্যেকটির যোগফলই দাঁড়াবে ২৬০। যেমন, যদি ৪, ৫, ৬, ৭ আর যথাক্রমে ৬০, ৬১, ৬২, ৬৩ পরস্পর বিনিময় করা যায়।

প্রথম ও অষ্টম সারি সম্বন্ধে যা বলা হলো দ্বিতীয় ও সপ্তম, তৃতীয় ও ষষ্ঠ এবং চতুর্থ ও পঞ্চম সারি সম্বন্ধেও তা সত্য। তাহলে উপরের নিয়মে প্রত্যেক সারির চারটে করে সংখ্যা বিনিময় করলেই প্রতি সারির যোগফল হবে ২৬০।

কিন্তু প্রত্যেক স্তম্ভের যোগফলও ২৬০ করতে হবে। প্রত্যেক সারি ও প্রত্যেক স্তম্ভের যোগফলও ২৬০ করতে হলে আমাদের বিপরীত সংখ্যাগুলোকে পরস্পর বিনিময় করতে হবে। কিন্তু সব জোড়া বিপরীত সংখ্যা পরস্পর বিনিময় করলে চলবে না, শুধু অর্ধেক জোড়া বিপরীত সংখ্যাই পরস্পর বিনিময় করতে হবে। কোন্ জোড়া বিপরীত সংখ্যা পরস্পর বিনিময় করতে হবে তা ঠিক করতে হলে নীচের নিয়মগুলো অনুসরণ করতে হবে।

(১) চোদ্দ নম্বর চিত্রের যাদুবর্গকে চারটে ভাগে ভাগ কর ( চিত্র ১৫ )।

(২) বাঁদিকের উপরের ছোটবর্গের অর্ধেক ঘরকে এমনভাবে দাগ ( √ ) দাও যাতে প্রত্যেক সারির অর্ধেক ঘরে আবার প্রতি স্তম্ভের অর্ধেক ঘরে দাগ পড়ে। এটা বিভিন্নভাবে করা যায়, পনেরো নম্বর চিত্রে একভাবে করে দেখানো হয়েছে আর ষোল নম্বর চিত্রে আরো কয়েকভাবে করা হয়েছে।

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1✓ | 2 | 3 | 4✓ | 5✓ | 6 | 7 | 8✓ |
| 9✓ | 10✓ | 11 | 12 | 13 | 14 | 15✓ | 16✓ |
| 17 | 18✓ | 19✓ | 20 | 21 | 22✓ | 23✓ | 24 |
| 25 | 26 | 27✓ | 28✓ | 29✓ | 30✓ | 31 | 32 |
| 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 |
| 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
| 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 |

চিত্র 15 (প্রশ্ন 166)

(৩) ডানদিকের উপরের ছোট বর্গের ঘরগুলোকে বাঁদিকের উপরের ছোট বর্গের দাগকাটা ঘরগুলোর সঙ্গে প্রতিসমভাবে ( symmetrieally ) দাগ দাও ( চিত্র ১৫ )।

(১) এবার দাগকাটা ঘরের সংখ্যাগুলো বিপরীত ঘরের সংখ্যাগুলোর সঙ্গে পরস্পর বিনিময় করলেই ৮×৮ যাদুবর্গ পাওয়া যাবে ( চিত্র ১৭ )।

| | | | |
|---|---|---|---|
| | ✓ | ✓ | |
| ✓ | | | ✓ |
| ✓ | | | ✓ |
| | ✓ | ✓ | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| ✓ | ✓ | | |
| ✓ | ✓ | | |
| | | ✓ | ✓ |
| | | ✓ | ✓ |

চিত্র 16 (প্রশ্ন 166)

দুই নম্বর নিয়মানুযায়ী বিভিন্নভাবে দাগ কাটলে বিভিন্নরকম যাদুবর্গ পাওয়া যাবে। একই নিয়মে ১২×১২, ১৬×১৬, ২০×২০ ইত্যাদি যাদুবর্গ গঠন করা যায়। যাদুবর্গ তৈরি করা কেবল অবসর বিনোদনই নয়, এর গাণিতিক তত্ত্বগত মূল্যও রয়ে গেছে। অনেক বিখ্যাত গণিতবিদ এ নিয়ে আলোচনা করেছেন আর এর গাণিতিক তত্ত্বের বিভিন্ন প্রয়োগও আছে যেমন সহ-সমীকরণ সমাধান করার বেলায়।

প্রাচীন বই থেকে জানা যায় যে, এমন কি খৃষ্টজন্মের চার হাজার থেকে পাঁচ হাজার বছর আগেও লোকে যাদুবর্গের কথা জানত। আমাদের দেশের মানুষের প্রাচীনকালেও যাদুবর্গ সম্বন্ধে গভীর জ্ঞান ছিল। ভারত থেকে এটা যায়

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 64 | 2 | 3 | 61 | 60 | 6 | 7 | 57 |
| 56 | 55 | 11 | 12 | 13 | 14 | 50 | 49 |
| 17 | 47 | 46 | 20 | 21 | 43 | 42 | 24 |
| 25 | 26 | 38 | 37 | 36 | 35 | 31 | 32 |
| 33 | 34 | 30 | 29 | 28 | 27 | 39 | 40 |
| 41 | 23 | 22 | 44 | 45 | 19 | 18 | 48 |
| 16 | 15 | 51 | 52 | 53 | 54 | 10 | 9 |
| 8 | 58 | 59 | 5 | 4 | 62 | 63 | 1 |

চিত্র 17 (প্রঃ 166)

আরবে। তবে প্রাচীনকালে মানুষের মনে যাদুবর্গ সম্বন্ধে নানারকম অলৌকিক রহস্যময় ধারণা ছিল যার জন্যই এর নাম হয় যাদুবর্গ। যেমন আগেকার দিনে

লোকে মনে করতো যাদুবর্গ মানুষকে নানা দুর্ভাগ্য থেকে রক্ষা করে। এজন্ত আগে লোকে বাড়ি দুর্গ ইত্যাদিতে দেওয়াল বা অন্ত কিছুতে যাদুবর্গ এঁকে রাখতো।

যাদুবর্গের অন্তর্গত সংখ্যাগুলি যদি এক থেকে স্থরু না হয়ে অন্ত কোন সংখ্যা থেকে স্থরু হয়ে পরপর হয় তবে আগের যে কোন নিয়মে যাদুবর্গ তৈরি করে তার প্রত্যেক ঘরের সংখ্যার সঙ্গে একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা যোগ করতে হবে।

| | | |
|---|---|---|
| 12 | 13 | 8 |
| 7 | 11 | 15 |
| 14 | 9 | 10 |

চিত্র 18 (166)

যেমন 7 থেকে 15 পর্যন্ত সংখ্যা নিয়ে একটি $3\times3$ যাদুবর্গ তৈরি করতে হলে প্রথমে 1 থেকে 9 পর্যন্ত সংখ্যা নিয়ে আগের নিয়মে একটি $3\times3$ যাদুবর্গ তৈরি কর। এবার এই যাদুবর্গের প্রতি ঘরের সংখ্যার সঙ্গে 6 যোগ কর কারণ $7-1=6$, তাহলে চিত্র 1 থেকে আমরা চিত্র 18 এর যাদুবর্গ পাব।

## ১৬৭। টপোলজি

তোমরা টপোলজি ( Topology ) কথাটা শুনেছো কি ? টপোলজি উচ্চতর গণিতের একটি বিভাগ। মোটামুটিভাবে বলা যেতে পারে টপোলজি হল অবস্থান সংক্রান্ত জ্যামিতি ( জিওমেট্রি অব পজিসান )।

সাধারণ জ্যামিতির মত এখানে কোন কিছুর দৈর্ঘ্য বা সাইজ ( ছোট না বড় ) নিয়ে আলোচনা করা হয় না। প্রকৃতপক্ষে টপোলজির তত্ত্ব বা উপপাত্তগুলো বস্তুর দৈর্ঘ্য বা সাইজের উপর নির্ভর করে না। এখানে শুধু কোন বস্তুর বিভিন্ন অংশ কিভাবে সাজান আছে তা অর্থাৎ বিভিন্ন অংশের আপেক্ষিক অবস্থান নিয়ে আলোচনা করা হয়। আমরা এখানে টপোলজির দুটো সমস্যা সম্বন্ধে সহজভাবে কিছু আলোচনা করব।

### ম্যাপের রং :

মনে কর সমতল ক্ষেত্রে বা গ্লোবে কোন দেশের ম্যাপ আঁকতে হবে। ম্যাপে আবার এই দেশের বিভিন্ন প্রদেশ, রাজ্য বা জেলার অবস্থানও দেখাতে হবে। এই ম্যাপটা বিভিন্ন রং দিয়ে আঁকতে চাইলে প্রথমেই লক্ষ্য রাখতে হবে যেন পাশাপাশি দুটো প্রদেশ, রাজ্য বা জেলার রং এক না হয়। কারণ তাহলে সেদুটোকে আলাদাভাবে বুঝতে অসুবিধা হবে।

এখন এই দেশে যতগুলো প্রদেশ, রাজ্য বা জেলা আছে ততগুলো ভিন্ন রং ব্যবহার করলে পাশাপাশি প্রদেশ, রাজ্য বা জেলাগুলোর রং এক হওয়ার প্রশ্নই উঠবে না। যেমন যেই দেশে তিরিশটি জেলা আছে সেই দেশের ম্যাপ আঁকতে যদি তিরিশটি ভিন্ন রং ব্যবহার করা হয় তবে ম্যাপ বুঝতে কোন অসুবিধাই হবে না। কিন্তু সমস্যা হল এতগুলো ভিন্ন রং দিয়ে কোন ম্যাপ আঁকা আবার সেটা ছাপানো অনেক টাকার ব্যাপার। সুতরাং খরচ কমাতে হলে রঙের সংখ্যা কমাতে হবে।

তাহলে প্রশ্ন হল সবচেয়ে কম কটা রং দিয়ে একটা দেশের বা সমস্ত পৃথিবীর ম্যাপ আঁকা সম্ভব যাতে তার পাশাপাশি দুটো অঞ্চলের (প্রদেশ, রাজ্য, জেলা ইত্যাদি) রং সর্বদা ভিন্ন হবে? এটা একটা টপোলজির প্রশ্ন।

দেখা গেছে এমন অনেক জায়গা আছে যার ম্যাপ এইভাবে আঁকতে হলে কমপক্ষে চারটে ভিন্ন রং লাগে। যেমন এক নম্বর চিত্রের ছবিটিতে মাত্র চারটে অঞ্চল থাকলেও চারটে ভিন্ন রঙের কমে এর ম্যাপ আঁকা যায় না।



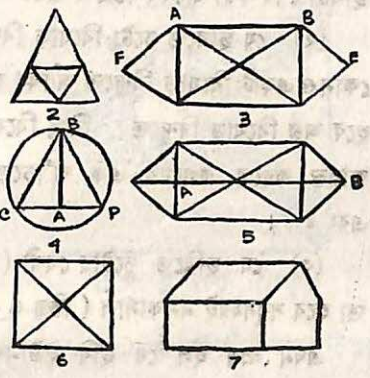

চিত্র ১ (প্রশ্ন 167)

আরও দেখা গেছে বাস্তবে এমন কোন জায়গা নেই বা এমন কোন জায়গার কথা কল্পনা করাও যায়না যার ম্যাপ এইভাবে আঁকতে চারটের চেয়ে বেশী রং লাগবে। এই জিনিষটা কিন্তু তত্ত্বগতভাবে প্রমাণ করা যায় নি। পাঁচটার চেয়ে বেশী ভিন্ন রং যে কখনও লাগবে না এটা অবশ্য টপোলজিতে প্রমাণ করা হয়েছে। অবশ্য সম্প্রতি কয়েকজন গণিতবিদ চারটের চেয়ে বেশী ভিন্ন রঙের যে প্রয়োজন নেই তার তত্ত্বগত প্রমাণ উপস্থিত করেছেন তবে এই সব প্রমানের নির্ভুলতা সম্বন্ধে এখনও সন্দেহ আছে।

**কলমের এক আঁচড়ে ছবি আঁকা ঃ**

এখানে প্রশ্নটা হল কোন একটা বিশেষ ছবি কলমের এক আঁচড়ে অর্থাৎ আঁকতে সুরু করার পর একবারও কলম না তুলে আঁকা সম্ভব কিনা? মনে রাখতে হবে কোন রেখার উপরে একাধিক বার দাগ কাটা চলবে না। টপোলজিতে এই প্রশ্নেরও উত্তর রয়েছে।

এই প্রশ্নের উত্তর বুঝতে হ'লে প্রথমেই যোড় এবং বিজোড় বিন্দু কাকে বলে জানতে হবে। যেই বিন্দুতে যোড় সংখ্যক ( ২, ৪, ৬ ইত্যাদি ) রেখা এসে মিলিত হয়েছে সেই বিন্দু হল যোড় বিন্দু যেমন ৩ নম্বর চিত্রের F (দুটো রেখা মিলেছে) বা B (চারটে রেখা ) কিংবা ৫ নম্বর চিত্রের A (চারটে রেখা) বিন্দু। আর যেই বিন্দুতে বিযোড় সংখ্যক রেখা ( ১, ৩, ৫ ইত্যাদি) এসে মিলিত হয়েছে তা হল বিযোড় বিন্দু যেমন ৪ নম্বর চিত্রের A (তিনটে রেখা মিলেছে) বা B ( পাঁচটা রেখা ) বিন্দু।




প্রশ্ন 167

টপোলজিতে প্রমাণ করা হয়েছে যে, যে কোন ছবিতে যোড় বা বিজোড় যে কোন সংখ্যক যোড় বিন্দু থাকতে পারে কিন্তু বিযোড় বিন্দু সব সময় থাকবে যোড় সংখ্যক ( অর্থাৎ একটাও থাকবে না বা দুটো, চারটে, ছটা ইত্যাদি থাকবে )।

যে ছবিকে কলমের এক আঁচড়ে আঁকা যায় তাকে বলে ইউনিকার্সাল (unicursal) আর যাকে এক আঁচড়ে আঁকা যায় না তা হল ননকার্সাল ছবি।

কোন্ ছবিটা ইউনিকার্সাল তা বুঝতে হলে চার নম্বর চিত্রের A, B, C ও P বিন্দুর কথা চিন্তা কর। এরকম প্রত্যেক বিন্দুর ক্ষেত্রে আমাদের একটা পথে ( রেখায় ) সেই বিন্দুতে এসে পৌছতে হবে আর একটা পথে সেই বিন্দু থেকে অন্যত্র যেতে হবে, তবেই ছবিটা ইউনিকার্সাল হবে। একমাত্র ব্যাতিক্রম হল প্রথম বিন্দু ( যে বিন্দু থেকে আঁকা সুরু হয়েছে ) ও শেষ বিন্দু ( যে বিন্দুতে আঁকা শেষ হচ্ছে ) কারণ প্রথম বিন্দুতে কোথাও থেকে কোন পথে আসা হচ্ছে না এবং শেষ বিন্দু থেকে কোন পথে কোথাও যাওয়া হচ্ছে না।

তাহলে এই দাঁড়াল, কোন ছবিকে ইউনিকার্সাল হতে হলে বড় জোর দুটো বিন্দু ছাড়া বাকি সব বিন্দুতে দুটো চারটে ইত্যাদি অর্থাৎ যোড় সংখ্যক পথ এসে মিলতে হবে। তার মানে সর্বাধিক দুটো বিন্দু ছাড়া আর সব বিন্দুকে যোড় বিন্দু হতে হবে। এ থেকে আমরা নীচের তিনটে নিয়ম পাই।

(১) যে ছবিতে কোন বিজোড় বিন্দু নেই সেটা সব সময়ই ইউনিকার্সাল হবে আর যে কোন বিন্দু থেকেই আঁকা সুরু হোক না কেন কলমের এক আঁচড়ে ছবিটা শেষ করা যাবে ( চিত্র ২ এবং ৩ )।

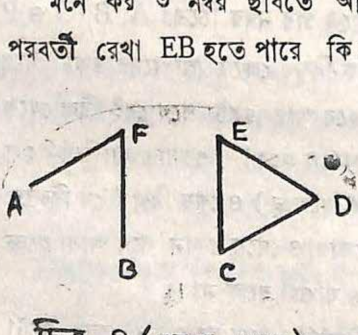
(২) যে ছবিতে দুটো বিযোড় বিন্দু আছে সেটা ইউনিকার্সাল হবে যদি যে কোনও একটি বিযোড় বিন্দুতে আঁকা সুরু করা যায় আর এই ক্ষেত্রে আঁকা শেষ হবে অন্য বিযোড় বিন্দুতে। কিন্তু বিযোড় বিন্দু ছাড়া অন্য কোথাও থেকে আঁকা আরম্ভ করলে কলমের এক আঁচড়ে ছবিটা আঁকা যাবে না ( চিত্র ৪ এবং ৫ )।

(৩) যে ছবিতে দুটোর বেশী ( চারটে ছটা ইত্যাদি ) বিযোড় বিন্দু আছে তা হবে সবসময়ই ননকার্সাল ( চিত্র ৬ এবং ৭ )।

এখন প্রশ্ন হল যে ছবি ইউনিকার্সাল তা আঁকবার নিয়ম কি ? আগের দ্বিতীয় নিয়ম থেকে বোঝা যাচ্ছে যদি কোন বিযোড় বিন্দু থাকে তবে অবশ্যই যে কোন বিযোড় বিন্দু থেকে আরম্ভ করতে হবে আর কোন বিযোড় বিন্দু না থাকলে যে কোন জায়গা থেকেই সুরু করা যাবে। এখন আঁকা সুরু করার পর কোন্ পথ ধরে আঁকতে হবে ?

এ সম্বন্ধে নিয়ম হলো, "কোন ছবিতে ইতিমধ্যেই যে সব রেখা আঁকা হয়েছে সেগুলো ছবিতে নেই বলে ধরে নিতে হবে, এখন পরবর্তী রেখা নির্বাচন করার সময় লক্ষ্য রাখতে হবে যেন নির্বাচিত রেখাটি না থাকলেও ছবিটি সম্পূর্ণ থাকে অর্থাৎ দুটো পৃথক অংশে বিভক্ত না হয়ে যায় ।" ( W. Arems )

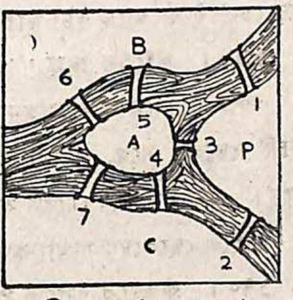
মনে কর ৩ নম্বর ছবিতে আমরা ABCFE অংশ আঁকলাম। এখন পরবর্তী রেখা EB হতে পারে কি না ? তা বার করতে হলে তিন নম্বর ছবি থেকে ABCFEB রেখা বাদ দেওয়া হল। দেখা গেল তিন নম্বর ছবিটা দুটো আলাদা অংশে ভাগ হয়ে গেল। যথা BFA এবং CED ( চিত্র ৮ )। এখন BFA অংশ শেষ করার পর আর আমরা CED অংশে যেতে পারব না কারণ BFA ও CED পরস্পর সংযুক্ত নয়। সুতরাং ABCFE অংশে আঁকার পর আমাদের EC বা ED রেখা আঁকতে হবে।



চিত্র ৪ (প্রশ্ন 167)

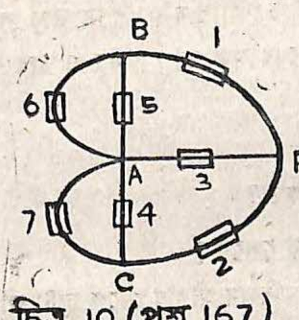
**কোনিসবার্গ সেতু সমস্যা।**

সোভিয়েট রাশিয়ার অন্তর্গত কোনিসবার্গে ( বর্তমান নাম কালিনিনগ্রাদ ) একটি দ্বীপ আছে। এখানে একটি নদী দুটো শাখায় ভাগ হয়ে গেছে। এই শাখাগুলোর উপর সাতটি সেতু আছে ( চিত্র ৯ )। সমস্যা হল এই সাতটি সেতুই পার হতে হবে কিন্তু কোন সেতুই একবারের বেশী পার হওয়া চলবে না। এটা কি সম্ভব?

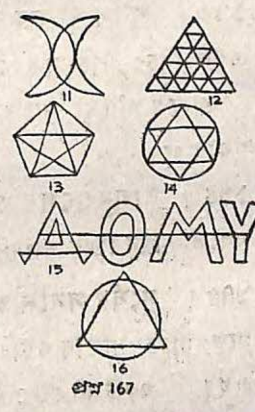



চিত্র ৯ (প্রশ্ন 167)

এটাও একটা টপোলজির প্রশ্ন। প্রখ্যাত গণিতবিদ অয়লার সর্বপ্রথম এই সমস্যা নিয়ে গাণিতিকভাবে চিন্তা করে এই সিদ্ধান্তে এসে পৌছান যে এটা অসম্ভব। কেন অসম্ভব তা বুঝতে হলে আমাদের নয় নম্বর চিত্রকে টপোলজির দৃষ্টিতে দেখতে হবে। তখন নয় নম্বর চিত্র পরিণত হবে দশ নম্বর চিত্রে। আর প্রশ্নটা দাঁড়াবে দশ নম্বর ছবিকে এক আঁচড়ে আঁকা সম্ভব কি না? দেখা যাচ্ছে এই ছবিতে বিযোড় বিন্দু




চিত্র 10 (প্রশ্ন 167)




প্রশ্ন 167

আছে চারটে A, B, C, P। তাহলে আগের তিন নম্বর সূত্রানুযায়ী এটা অসম্ভব।

এখন তোমরা ২, ৩, ৪, ৫, ১১, ১২, ১৩, ১৪, ১৫ ও ১৬ নম্বর চিত্র এক আঁচড়ে আঁক।

**১৬৮। কটা চেয়ার আছে?**

একটি ঘরে কয়েকজন লোক ও কয়েকটি বড় চেয়ার আছে। প্রত্যেক

চেয়ারে একজন করে লোক বসলে একজনকে দাঁড়িয়ে থাকতে হয়। আবার প্রতি চেয়ারে দুজন বসলে একটা চেয়ার খালি থাকে। এবার তাহলে বল ঘরে চেয়ারই বা আছে কটা আর লোকই বা কজন।

১৬৯। নাচের অঙ্ক।

একটি অনুষ্ঠানে আঠারোজন ছেলেমেয়ে নাচে অংশ নেয়। এর মধ্যে লিপিকা পাঁচটি ছেলের সঙ্গে, বনানী ছয়টি ছেলের সঙ্গে, পারমিতা সাতটি ছেলের সঙ্গে নাচে। এইভাবে শেষ মেয়েটি ঝর্ণা সবকটি ছেলের সঙ্গেই নাচে।

তাহলে ছেলেদের সংখ্যা কত।

১৭০। কভাবে বসতে পারবে?

একটি ক্লাসে ছটি ছেলে আছে। একটি বেঞ্চিতে তারা কররকমভাবে বসতে পারবে?

১৭১। সম্ভাবনা কত?

একটি লুডোর ছক্কায় পরপর তিনবার ছয় পড়ার সম্ভাবনা কত?

১৭২। আমাদের শরীরে লোহিতকণিকার সংখ্যা কত?

বলতে পার একজন মানুষের শরীরে গড়ে কত লোহিতকণিকা আছে?

১৭৩। শাঁস বীচির কতগুণ?

একটি লিচুর বীচি যত মোটা (অর্থাৎ বীচির ব্যাস যত) শাঁস তার সমান পুরু। তাহলে শাঁসের আয়তন বীচির আয়তনের কত গুণ? লিচু ও তার বীচি গোলাকার ধরে নাও।

১৭৪। বায়ুমণ্ডলের ওজন কত?

বলতো বায়ুমণ্ডলের ওজন মোটামুটিভাবে কত?

১৭৫। সূর্যের সমান হতে কত সময় নেবে?

গড়ে প্রতি সাতাস ঘণ্টায় একটি প্যারামিসিয়াম জীবাণু থেকে দুটো জীবাণু উৎপন্ন হয়। একটি জীবাণুও মারা না গেলে একটি প্যারামিসিয়াম জীবাণু থেকে কত সময় পরে এতগুলি জীবাণুর সৃষ্টি হবে যাদের মোট আয়তন সূর্যের আয়তনের সমান? দেওয়া আছে একটি প্যারামিসিয়ামের চল্লিশতম প্রজন্মের আয়তন এক ঘন মিটার আর সূর্যের আয়তন $১০^{২৭}$ ঘন মিটার।

১৭৬। কবার ছিঁড়তে হবে?

একটি কাগজের ওজন এক গ্রাম আর একটি পরমাণুর ওজন $\frac{১}{১০^{২৪}}$ গ্রাম।

কাগজটাকে প্রথমে ছুটো সমান অংশে ছেঁড়া হল, একটি অংশকে আবার ছুটো সমান অংশে ভাগ করা হল। এভাবে ক্রমাগত কতবার কাগজটাকে ছিঁড়লে শেষ ভাগ ছুটোর প্রত্যেকটা একটা পরমাণুর সমান ওজনের হবে?

## ১৭৭। তিনটে নয় দিয়ে সবচেয়ে বড় সংখ্যা কত?

বলতো তিনটে ৯ দিয়ে সবচেয়ে বড় কোন্ সংখ্যা লেখা যায়?

## ১৭৮। তিনটে দুই!

এবার বার কর তিনটে ২ দিয়ে সবচেয়ে বড় কি সংখ্যা লেখা সম্ভব?

## ১৭৯। দূরত্ব কত?

ছুই বন্ধুতে কথা হচ্ছে। প্রথম বন্ধু বলল, কাল থেকে আমরা ছুজনেই ঠিক চারটের সময় বাড়ি থেকে বেরোব, তাহলে ছুজনের বাড়ির ঠিক মাঝামাঝি জায়গায় আমাদের দেখা হবে, তারপর অনেকক্ষণ ধরে একসঙ্গে বেড়ানো যাবে।

দ্বিতীয় বন্ধু জবাব দিল, কিন্তু আমার শরীর কিছুদিন ধরে একটু ছুর্বল লাগছে, আমি ঘণ্টায় চার কিলোমিটারের বেশী হাঁটতে পারব না, আর তুমিতো ঘণ্টায় ছয় কিলোমিটার অনায়াসেই হাঁটতে পার। সেইজন্য আমি না হয় একটু পরে বেরোব। প্রথম, "ঠিক আছে, আমি না হয় পনেরো মিনিট আগে বেরোব,"।

সেইমত তারা বেরোল। ছুজনের যেখানে দেখা হল সেখান থেকে তারা দ্বিতীয় বন্ধুর বাড়ি গেল, তারপর প্রথম বন্ধু একা নিজের বাড়ি ফিরে এল। দেখা গেল প্রথম বন্ধু দ্বিতীয়ের চার গুন পথ হেঁটেছে। তাহলে ছুই বন্ধুর বাড়ির দূরত্ব কত?

## ১৮০। কটা গরু এত ঘাস খাবে?

নিউটনের নিখিল পাটিগণিত (অর্থাৎ বীজগণিত) বইয়ের একটি অঙ্কের অনুসরণে নীচের অঙ্কটি দেওয়া হল।

একটি গোচারণ মাঠের ঘাস সমানভাবে বৃদ্ধি পায়। জানা আছে আশিটি গরুর এই মাঠের ঘাস খেতে সময় লাগে 30 দিন আবার 50টি গরুর সময় লাগে 60 দিন। কয়টি গরুর এই মাঠের সব ঘাস খেতে 45 দিন লাগবে?

## ১৮১। অর্থহীন প্রশ্ন!

যদি ৭ × ৯ সমান ৪৭ হয় তবে ৭৪ এর মান কত?

আবার যদি ৫ × ৪ সমান ২৪ হয় তবে ১০০ দ্বারা কোন্ সংখ্যা বোঝায়?

১৮২। কার গতিবেগ কত ?

একটি বৃত্তাকার পথে দুই ব্যক্তি সাইকেল চালাচ্ছে। বিপরীত দিকে গেলে তারা ১০ সেকেণ্ডে পরস্পর মিলিত হয়, এক দিকে গেলে ১৯০ সেকেণ্ডে পরস্পর একজন অপরকে অতিক্রম করে।

এবার বল প্রত্যেকের গতিবেগ কত ? বৃত্তাকার পথের দৈর্ঘ ১৯০ মিটার।

১৮৩। কতক্ষণ পরপর গাড়ি ছাড়ে ?

ট্রামলাইন বরাবর যেতে যেতে তুমি একদিন লক্ষ্য করলে ছ'মিনিট পরপর সামনে থেকে আসা ট্রামের সঙ্গে তোমার দেখা হচ্ছে আর দশ মিনিট পরপর পেছন থেকে আসা ট্রাম তোমাকে অতিক্রম করছে।

তাহলে বল কতক্ষণ পরপর ট্রামগুলো টার্মিনাস থেকে ছাড়ছে ?

১৮৪। সোফী জার্মের উপপাদ্য।

প্রমাণ কর যে $a^4+4$ এর আকার বিশিষ্ট যে কোন সংখ্যাই যৌগিক সংখ্যা ($a \neq 1$)। এটা হল প্রখ্যাত ফরাসী গণিতবিদ্ সোফী জাঁর্মের (Sophie Germain) উপপাদ্য।

১৮৫। কোন্‌টি বড় ?

কোন্ সংখ্যাটি বড় $\sqrt[4]{4}$ না $\sqrt[9]{9}$ ? মূলের মান না বার করে বলতে হবে।

১৮৬। সমাধান নির্ণয় কর।

সমীকরণের সমাধান কর :

$$x^{x^3}=3$$

১৮৭। থট্ রিডিংএর সাহায্যে সংখ্যা বলা।

সেদিন মহুয়া তোমাদের একটা থট্‌রিডিং এর খেলা দেখাচ্ছে।

মহুয়া বলল, আমাকে না জানিয়ে মনে মনে যে কোন একটা সংখ্যা ধর। এবার এই সংখ্যার সঙ্গে বা এই সংখ্যা থেকে তোমার খুসীমত যে কোন সংখ্যা যোগ বা বিয়োগ কর, ইচ্ছা করলে এই সংখ্যাকে যে কোন সংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগও করতে পার। এরকম কয়েকবার করে শেষ উত্তরটা আমাকে বললেই আমি তোমার ধরা সংখ্যাটা বলে দেব। অবশ্য প্রতিবার আমাকে তুমি কোন্ সংখ্যা যোগ বা বিয়োগ অথবা কোন্ সংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করছ তা বলতে হবে।

উদাহরণ : মনে কর তুমি ধরেছ ১২

যদি ৩ দিয়ে গুণ কর ১২ × ৩ = ৩৬

যদি ৫ বিয়োগ কর ৩৬ − ৫ = ৩১

যদি ৯ যোগ কর ৩১ + ৯ = ৪০

যদি ২ দিয়ে ভাগ কর ৪০ ÷ ২ = ২০

যদি ১৪ বিয়োগ কর ২০ − ১৪ = ৬

যদি ৮ দিয়ে গুণ কর ৬ × ৮ = ৪৮

যদি ১৭ যোগ কর ৪৮ + ১৭ = ৬৫

তাহলে এই শেষ যোগফল ৬৫ বললেই আমি তোমার ধরা সংখ্যাটা বলে দেব। তুমি এবার বার কর মহুয়ার থট্‌রিডিং এর রহস্যটা।

## ১৮৮। সমীকরণের অন্তর্দৃষ্টি!

এমন কিছু সমীকরণ আছে যা সমাধান করলে এমন মান পাওয়া যায় যা তুমি একেবারেই আশা কর নি! এই সমীকরণগুলি যেন তোমার চেয়েও চালাক! এই প্রশ্নে এবং পরের প্রশ্নে এর একটি করে উদাহরণ দেওয়া হল।

পিতার বয়স চুয়াল্লিশ বৎসর এবং পুত্রের বয়স ৯ বৎসর। কত বৎসর পরে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের আট গুণ হবে?

## ১৮৯। সমীকরণের বুদ্ধি!

একটি বলকে সেকেণ্ডে 35 মিটার বেগে উপরের দিকে ছোঁড়া হল। কত সেকেণ্ড পরে বলটি 30 মিটার উচ্চতায় পৌছাবে?

## ১৯০। সমীকরণের রহস্যময় সমাধান!

কখনও কখনও আমরা সমীকরণের সমাধান বার করতে গিয়ে রহস্যময় বা অসম্ভব সিদ্ধান্তে এসে পৌছাই। এই প্রশ্ন এবং এর পরের প্রশ্ন সমাধান করতে গেলে এটা বোঝা যাবে।

একটি দুই অঙ্কের সংখ্যায় দশকের অঙ্ক এককের অঙ্কের চেয়ে ৩ বেশী, এই সংখ্যা থেকে এর বিপরীত সংখ্যা (যেমন ১৭এর বিপরীত সংখ্যা ৭১) বিয়োগ করলে বিয়োগফল হয় ২০। সংখ্যাটি কত?

## ১৯১। সমীকরণের আশ্চর্য উত্তর!

একটি দুই অঙ্কের সংখ্যার দশকের অঙ্ক এককের অঙ্কের চেয়ে ২ বেশী, এই সংখ্যা থেকে এর বিপরীত সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল হয় ১৮।

সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

চন্দনপুরের 35 টাকা। সে এভাবে বারবার টাকা পাল্টিয়ে অনেক টাকা লাভ করল।

তার তো লাভ হল তাহলে ক্ষতি হলো কার? নাকি কারও ক্ষতি হলো না?

**২৩০। বছরে একদিন কাজ!**

দুই বন্ধুতে কথা হচ্ছে, একজন ব্যবসায়ী অন্য জন অফিসে কাজ করে। ব্যবসায়ী বলল, আমাদের তো ছুটি বলে কিছু নেই, সারাবছরই কাজ, একমাত্র ঘুমোবার সময়টুকু ছাড়া আমরা একটুও রেস্ট পাই না। আর তোমাদের কি মজার চাকরি, সারাবছরে মাত্র একদিন কাজ করতে হয়!

বন্ধু শুনে আশ্চর্য হয়ে জিজ্ঞেস করলো, আমরা বছরে মাত্র একদিন কাজ করি, কি করে?

ব্যবসায়ী জবাব দিল, একদম অঙ্কের হিসেবে, আচ্ছা বুঝিয়ে দিচ্ছি।

দিনে আট ঘণ্টা ঘুমোও মানে দিনের তিন ভাগের এক ভাগ, অফিসের বাইরে কাটাও আরও আট ঘণ্টা, সকাল ছটা থেকে দশটা আর সন্ধ্যা ছটা থেকে রাত দশটা। তাহলে হল মোট তিন ভাগের দু ভাগ, বছরে 365 দিন, তার তিন ভাগের দু ভাগে হয় 243 দিন। তাহলে বাকি রইল 122 দিন।

বন্ধু বলল, তাহলে তো বছরে অন্ততঃ 122 দিন কাজ করতে হয়।

ব্যবসায়ী হেসে উত্তর দিল, না তাও করতে হয় না! বাহান্নটা রোববারের জন্য 52 দিন বাদ, শনিবার হাফ, সুতরাং 52 টা শনিবারের জন্য 26 দিন বাদ; তাহলে রইল মাত্র 44 দিন। আরও আছে, দুর্গা পূজো, কালী পূজো ইত্যাদি ছুটি 14 দিন, ক্যাজুয়াল লীভ বছরে 14 দিন আর মেডিক্যাল লীভ 15 দিন, মোট 43 দিন। তাহলে বাকি থাকে মাত্র একদিন। সুতরাং দেখতেই পাচ্ছ অঙ্কের হিসেবই বলে দিচ্ছে তোমরা সারা বছরে শুধু একদিন কাজ কর!

হিসেব শুনে বন্ধু তো থ! তোমরা বুঝতে পারছ হিসেবে নিশ্চয়ই গণ্ডগোল আছে, তাহলে ভুলটা কোথায়?

**২৩১। কত চাঁদা উঠেছে?**

কোন লাইব্রেরির মোট সভ্য সংখ্যা 500, এদের কিছু ক শ্রেণীর ও কিছু খ শ্রেণীর। ক শ্রেণীর প্রত্যেক সভ্যর চাঁদা বার্ষিক 32 টাকা ও খ শ্রেণীর প্রত্যেক সভ্যর বার্ষিক 12 টাকা। কোন এক বছরে দেখা গেল ক শ্রেণীর মাত্র এক-চতুর্থাংশ ও খ শ্রেণীর মাত্র দুই তৃতীয়াংশ সভ্য চাঁদা মিটিয়ে দিয়েছে। তাহলে মোট কত টাকা চাঁদা উঠেছে?

# বিজ্ঞানের মজা অঙ্ক ঃ সমাধান

## ১। কি করে বুঝলো ?

প্রথম ব্যক্তি হয়তো 5টি দশ পয়সা মুদ্রা বা একটি পঁচিশ পয়সা, দুটি দশ পয়সা এবং একটি পাঁচ পয়সা মুদ্রা দিয়েছে। সহজেই বোঝা যায় তার টিকিট 50 পয়সার।

দ্বিতীয় ব্যক্তি হয়তো একটি 50 পয়সা বা দুটি 25 পয়সা মুদ্রা দিয়েছে। একে কিন্তু জিজ্ঞেস না করে বোঝা সম্ভব নয় এর টিকিট 50 পয়সার না 40 পয়সার।

## ২। আধখানা ডিম বিক্রি !

এই ধাঁধাটা শেষ দিক থেকে সমাধান করতে হবে। তৃতীয়কে দিলেন দ্বিতীয়কে দেওয়ার পর অবশিষ্ট ডিমের অর্ধেক আর আধখানা বেশী আর একটা ডিমও বাকি রইল না।

∴ দ্বিতীয়কে দেওয়ার পর অবশিষ্ট—( অবশিষ্টের অর্ধেক $+\frac{১}{২}$ ) = ০

বা দ্বিতীয়কে দেওয়ার পর অবশিষ্ট—অবশিষ্টের অর্ধেক $-\frac{১}{২}$ = ০

∴ দ্বিতীয়কে দেওয়ার পর অবশিষ্টের অর্ধেক $=\frac{১}{২}$

∴ দ্বিতীয়কে দেওয়ার পর অবশিষ্ট $=২\left(\frac{১}{২}\right)=১$

একই ভাবে প্রথমকে দেওয়ার পর অবশিষ্ট $=২\left(১+\frac{১}{২}\right)=৩$

∴ মোট ডিম—( মোট ডিমের অর্ধেক $+\frac{১}{২}$ ) = ৩

বা মোট ডিম—মোট ডিমের অর্ধেক $-\frac{১}{২}=৩$

বা মোট ডিমের অর্ধেক $=৩+\frac{১}{২}$

∴ মোট ডিম $=২\left(৩+\frac{১}{২}\right)=৭$

তাহলে আমরা পাচ্ছি তার কাছে প্রথমে ছিল ৭টি ডিম। প্রথম ক্রেতাকে দিলেন $\frac{৭}{২}+\frac{১}{২}$ বা ৪টি ডিম বাকি থাকল ৩টি, দ্বিতীয়কে দিলেন $\frac{৩}{২}+\frac{১}{২}$ বা ২টি ডিম, বাকি রইল ১টি, তৃতীয়কে দিলেন $\frac{১}{২}+\frac{১}{২}$ বা ১টি। সুতরাং বাকি রইল ০টি। আরও বুঝতে পারছ তিনি কোন ক্রেতাকেই আধখানা ডিম বিক্রি করেন নি।

বীজগণিতের সাহায্যে করলে মনে কর প্রথমে ছিল xটি ডিম। সুতরাং প্রথম ক্রেতা পায়,

$$\frac{x}{2}+\frac{1}{2}=\frac{x+1}{2} \text{ টি ডিম।}$$

## ১৯২। গাড়ির নম্বর কত ?

একদিন তোমরা তিন বন্ধু বেড়াতে গিয়ে দেখলে একটি গাড়ি একজন পথচারীকে ধাক্কা দিয়ে দ্রুত পালিয়ে গেল। তোমাদের কারও গাড়ির নম্বর মনে নেই, তবে এটি একটি চার অঙ্কের সংখ্যা।

তুমি লক্ষ্য করেছ নম্বরের প্রথম দুটি অঙ্ক একই, তোমার প্রথম বন্ধু লক্ষ্য করেছে নম্বরের শেষ দুটি অঙ্কও একই, আর দ্বিতীয় বন্ধু লক্ষ্য করেছে নম্বরটি একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা। এবার বার কর গাড়ির নম্বর কত ?

## ১৯৩। অনুসন্ধানী জাহাজ !

এক স্কোয়াড্রন জাহাজের অন্তর্গত একটি অনুসন্ধানী জাহাজকে সমুদ্রের সামনের কিছু অংশ ভাল করে অনুসন্ধান করে দেখতে বলা হল। চার ঘণ্টার মধ্যে অনুসন্ধানী জাহাজকে ফিরে আসতে হবে। স্কোয়াড্রনের গতিবেগ 30 নট এবং অনুসন্ধানী জাহাজের গতিবেগ 60 নট।

তাহলে রওনা হওয়ার কতক্ষণ পরে অনুসন্ধানী জাহাজ ফেরা সুরু করবে ?

এক নট ( knot ) বলতে বোঝায় প্রতি ঘণ্টায় এক নটিক্যাল মাইল গতিবেগ। আর নটিক্যাল ( nautical ) মাইল হল ৬০৭৬ ফুট ( ব্রিটিশদের ক্ষেত্রে ৬০৮০ ফুট )

## ১৯৪। অনুসন্ধানী জাহাজ কত সময় নেবে ?

একটি অনুসন্ধানী জাহাজকে বলা হল স্কোয়াড্রনের সামনের 135 কিলোমিটার জায়গা পর্যন্ত অনুসন্ধান করতে। স্কোয়াড্রনের গতিবেগ ঘণ্টায় 45 কিলোমিটার এবং অনুসন্ধানী জাহাজের গতিবেগ ঘণ্টায় 90 কিলোমিটার।

এখন বল অনুসন্ধানী জাহাজের স্কোয়াড্রনে ফিরে আসতে কত সময় লাগবে ?

## ১৯৫। ডায়োফ্যাণ্টাইন সমীকরণ

ডায়োফ্যাণ্টাস ( Diophantus ) ছিলেন প্রাচীন ইয়োরোপের একজন শ্রেষ্ঠ গণিতবিদ। তোমরা জান সহ-সমীকরণ সমাধানের বেলায় যতগুলি অজ্ঞাত রাশি আছে তার চেয়ে কম সংখ্যক সমীকরণ দেওয়া থাকলে তা নির্দিষ্ট ভাবে সমাধান করা সম্ভব হয় না। এক্ষেত্রে অনন্ত সংখ্যক সমাধান পাওয়া যায়। যেমন $2x-7y=15$ এই সমীকরনের অসংখ্য সমাধান আছে। আমরা আমাদের খুশীমত $x$ এর যে কোন মান নিতে পারি আর $x$ এর প্রত্যেক মান-র জন্য $y$ এর একটি নির্দিষ্ট মান পাব। বিপরীতক্রমে $y$ এর মানও খুশীমত নেওয়া যায়, সেক্ষেত্রে $y$ এর প্রত্যেক মানের জন্য $x$ এর একটি নির্দিষ্ট মান পাওয়া যাবে।

এই ধরনের সমীকরণকে বলে অনির্ণেয় সমীকরণ (Indeterminate equations)। ডায়োফ্যান্টাস সর্ব প্রথম এই ধরনের সমীকরণ নিয়ে আলোচনা করেছিলেন বলে এদের ডায়োফ্যান্টাইন সমীকরণও (Diophantine equation) বলে। আমরা পরের পাঁচটি প্রশ্নে ডায়োফ্যান্টাইন সমীকরণ নিয়ে আলোচনা করব।

ডায়োফ্যান্টাসের জীবন সম্বন্ধে বিশেষ কিছুই জানা যায় নি। তবে তাঁর কবরের স্মৃতিফলকে একটি সমীকরণের প্রশ্ন উৎকীর্ণ আছে। এটা সমাধান করলে তাঁর জীবন সম্বন্ধে কয়েকটি তথ্য জানা যায়, নীচে তা দেওয়া হল।

পথিক! এখানে ডায়োফ্যান্টাসের ভস্মাবশেষ বিশ্রাম নিচ্ছে। এটা খুবই আশ্চর্য যে সংখ্যা তাঁর জীবনের দৈর্ঘ বলে দিতে পারে!

তাঁর জীবনের ছ ভাগের এক ভাগ ছিল সুন্দর শৈশব।

আরও বারো ভাগের এক ভাগ জীবন অতিবাহিত করার পর তিনি বিবাহ করেন। বিবাহের পর জীবনের সাত ভাগের এক ভাগ তিনি নিঃসন্তান অবস্থায় কাটালেন। আরোও ৫ বৎসর পর প্রথম পুত্রের জন্মে তিনি খুবই আনন্দিত হলেন।

পুত্র অতি উজ্জ্বল ও আনন্দময় জীবন কাটালো কিন্তু ভাগ্য তাকে পিতার জীবনের মাত্র অর্ধেক আয়ু দিল। ফলে গভীর দুঃখভারাক্রান্ত হৃদয়ে বৃদ্ধ ডায়োফ্যান্টাস পুত্রের মৃত্যুর চার বৎসর পরে মারা গেলেন। তাহলে ডায়োফ্যান্টাস কত বৎসর বেঁচে ছিলেন।

ডায়োফ্যান্টাসের জীবনকাল x বৎসর ধরলে আমরা পাই

$$x=\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4$$

বা $\frac{3x}{28}=9$ বা $x=84$

তাহলে ডায়োফ্যান্টাস 84 বৎসর জীবিত ছিলেন, তাঁর বিবাহ হয় 21 বৎসর বয়সে, সন্তান হয় 38 বৎসরে এবং সন্তানের মৃত্যু হয় তাঁর 80 বৎসর বয়সে।

মনে রেখ এটা কিন্তু ডায়োফ্যান্টাইন সমীকরণ নয়।

**১৯৬। জন্মদিন কবে?**

সেদিন সুস্মিতার জন্মদিনের অনুষ্ঠানে তুমি সুস্মিতাদের বাড়িতে গেছ। তুমি যখন মনের আনন্দে খাচ্ছ তখন সুস্মিতা বলল, আজ আমার জন্মদিন, কিন্তু তোমার জন্মদিন যে কবে তা আমি জানি না কারণ তুমি কোনদিনই তোমার জন্ম

দিনে আমাকে বল নি ! আর বলবে সে আশাও করি না ! যাই হোক তুমি আমাকে না বললেও অঙ্ক কষে তোমার জন্মদিন আমি বার করে দেব !

তুমি মনে মনে লজ্জিত হয়ে হাসতে হাসতে বললে, ঠিক আছে যদি আমার জন্মদিন বলতে পার তবে সামনের জন্মদিনে তোমাকে অবশ্যই বলব।

সুস্মিতাও হাসতে হাসতে জবাব দিল, মনে থাকে যেন ! তোমার জন্মদিনের মাসের সংখ্যাকে (যেমন জানুয়ারীর বেলা মাসের সংখ্যা ১ এবং ফেব্রুয়ারীর বেলা মাসের সংখ্যা দুই ইত্যাদি) ৩১ দিয়ে গুণ কর আর দিনের সংখ্যাকে ১২ দিয়ে গুণ কর। এবার এই দুটো গুণফলের যোগফল আমাকে বললেই আমি তোমার জন্মদিন বলে দেব। তুমি একটু ভেবে বললে যোগফল ৩৫৯।

সুস্মিতা খাতায় কিছু অঙ্ক টঙ্ক করে বলল, তোমার জন্মদিন হল ১৭ই মে। কেমন ঠিক বলি নি ? তাহলে সামনের জন্মদিনে আমাকে নেমতন্ন করছ তো ?

এখন বল সুস্মিতা কিভাবে তোমার জন্মদিন বার করল ?

### ১৯৭। আমের দাম কত ?

বাবার ছিল আমের বাগান, একদিন সকালে আম পাড়ার পর তিনি গুণে দেখলেন, 65টি আম পাড়া হয়েছে। তাঁর ছিল তিন ছেলে। তিনি বড়কে 16টি আর মেজকে 20টি, আর ছোট ছেলেকে 29টি আম দিয়ে বললেন, যাও হাটে গিয়ে বিক্রি করে এসো। আরও বললেন বড়র বুদ্ধি সবচেয়ে বেশী, মেজর বুদ্ধি মাঝারি আর ছোটর বয়স কম বলে বুদ্ধিও সবচেয়ে কম, সেইজন্য সবাইকে আম বিক্রি করে সমান টাকা আনতে হবে।

কত টাকা আনতে হবে জিজ্ঞেস করায় তিনি জানালেন প্রত্যেককেই আনতে হবে 120 টাকা। তাই বলে যে একেকজন একেক রকম দামে আম বিক্রি করবে তাও হবে না। অর্থাৎ প্রত্যেকের একটি আমের বিক্রয় মূল্য সমান হওয়া চাই। তবে এমন হতে পারে যে সকালে আমের দাম বেশী হল আর বিকেলে হাট ভাঙার সময় দাম কম হল। কিন্তু সকালেও তিন ছেলেকে একই দামে আম বিক্রি করতে হবে এবং বিকেলেও তাদের একই দামে আম বিক্রি করতে হবে।

এবার তোমরা বল তারা কি দামে আম বিক্রি করল ?

### ১৯৮। সংখ্যা দুইটি বার কর তো ?

দুইটি ধন পূর্ণসংখ্যার যোগফল + বিয়োগফল + গুণফল + ( বড়টিকে ছোটটি দিয়ে ভাগ করে প্রাপ্ত ) ভাগফল = 3125 তাহলে সংখ্যাদুইটি কি কি ?

## ১৯৯। ফারমার শেষ উপপাদ্য ?

ফারমার শেষ উপপাদ্য (Fermat's last theorem বা Fermat's great theorem) : যদি n, 2 এর চেয়ে বড় পূর্ণসংখ্যা হয় তবে $x^n+y^n=z^n$ সমীকরণের পূর্ণসংখ্যায় কোন সমাধান হতে পারে না অর্থাৎ এই সমীকরণ সমাধান করলে x, y এবং z এর মান একই সঙ্গে পূর্ণসংখ্যায় হতে পারে না।

যদি $n=2$ হয় তবে $x^2+y^2=z^2$ এই সমীকরণের পূর্ণসংখ্যায় অসংখ্য সমাধান পাওয়া যায়। কিন্তু $x^3+y^3=z^3$ ($n=3$) $x^4+y^4=z^4$ ($n=4$) ইত্যাদি সমীকরণগুলি সমাধান করলে কখনও x, y এবং z এর মান একই সঙ্গে পূর্ণসংখ্যায় পাওয়া যাবে না।

ফারমার শেষ উপপাদ্য কিন্তু আজও প্রমাণিত হয় নি। পৃথিবীর শ্রেষ্ঠ গণিতবিদরা এই উপপাদ্য প্রমাণ করার চেষ্টা করেও সফল হন নি। অবশ্য অয়লার (Euler), লিজেণ্ডার (Legendre), লেবেসগ্‌ (Lebesgue) এবং কুমার (Kummer) n এর বিশেষ বিশেষ মানের জন্য এই উপপাদ্য প্রমাণ করতে সক্ষম হয়েছেন, কিন্তু সাধারণ ভাবে $n>2$ এর জন্য (অর্থাৎ 2 এর চেয়ে বড় n এর যে কোন পূর্ণসংখ্যায় মানের জন্য) কেউই ফারমার শেষ উপপাদ্য প্রমাণ করতে পারেন নি। কেউ এই উপপাদ্য প্রমাণ করতে পারলে তাঁর জন্য এক লক্ষ মার্ক (জার্মান দেশের মুদ্রা) পুরস্কার ঘোষনা করা আছে।

ফারমার (1603−1665) ছিলেন সপ্তদশ শতকের একজন প্রখ্যাত গণিতজ্ঞ। ডায়োফ্যাণ্টাসের একটি বইয়ের মার্জিনে তিনি এই উপপাদ্যটি লেখেন এবং এর সঙ্গে যোগ করেন, আমি এই উপপাদ্যের একটি অতি চমৎকার প্রমাণ বার করেছি কিন্তু বইয়ের মার্জিন তা ধরার পক্ষে যথেষ্ট নয়। ফারমার স্বভাব ছিল এরকম বইয়ের মার্জিনে সংখ্যা তত্ত্বের (Theory of Numbers) নানা রকম উপপাদ্য লেখা। কিন্তু দুঃখের বিষয় তাঁর কোন বই, চিঠিপত্র বা অন্য কোথাও এই উপপাদ্যের প্রমাণ খুঁজে পাওয়া যায় নি)

ফারমার শেষ উপপাদ্যকে অনির্ণেয় সমীকরণের একটি সমস্যা হিসাবে ধরা যায়।

## ২০০। পিথাগোরাসের সংখ্যা

তোমরা জান কোন সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ c এবং বাহুদ্বয় a এবং b হলে $a^2+b^2=c^2$ হবে। সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ব্যতিত অন্য বাহু-

দ্বয়কে বলা হয় পদ ( leg )। সুতরাং কোন সমকোণী ত্রিভুজের পদদ্বয় 3 এবং 4 একক হলে অতিভুজ হবে 5 একক কারণ $3^2+4^2=5^2$।

তিনটি পূর্ণসংখ্যা যদি এমন হয় যে তাদের পক্ষে একটি সমকোণী ত্রিভুজের তিন বাহু হওয়া সম্ভব তবে এই তিনটি পূর্ণসংখ্যাকে বলা হয় পিথাগোরীয় সংখ্যা বা পিথাগোরীয় ত্রয়ী ( Pythagorean numbers বা triad )। যেমন আগের উদাহরণের 3, 4, 5 একটি পিথাগোরীয় ত্রয়ী, আর একটি উদাহরণ 7, 24, 25 কারণ $7^2+24^2=25^2$। অন্যভাবে বলা যায় $a^2+b^2=c^2$ এই সমীকরণের পূর্ণ সংখ্যায় যে কোন সমাধান একটি পিথাগোরীয় ত্রয়ী।

সহজেই বোঝা যায় a, b, c একটি পিথাগোরীয় ত্রয়ী হলে pa, pb, pc ও একটি পিথাগোরীয় ত্রয়ী হবে যেখানে p একটি পূর্ণ সংখ্যা। বিপরীতক্রমে একটি পিথাগোরীয় ত্রয়ীর তিনটি সংখ্যার যদি কোন সাধারণ উৎপাদক থাকে তবে এই তিনটি সংখ্যাকে ঐ সাধারণ উৎপাদক দ্বারা ভাগ করলে সেই ভাগফলগুলিও একটি পিথাগোরীয় ত্রয়ী হবে।

যে সব পিথাগোরীয় ত্রয়ীর সংখ্যা গুলি পরস্পর মৌলিক ( অর্থাৎ যাদের 1 ছাড়া কোন সাধারণ উৎপাদক নেই ) তাদের বলে পরস্পর মৌলিক পিথাগোরীয় ত্রয়ী। পরস্পর মৌলিক পিথাগোরীয় ত্রয়ীদের সর্বদা একটি পদ জোড়, একটি পদ বিজোড় এবং অতিভুজ বিজোড় হবে।

প্রমাণ করা যায় যে m এবং n যে কোন দুইটি পরস্পর মৌলিক বিজোড় সংখ্যা হলে $a=mn,\quad b=\frac{m^2-n^2}{2},\quad c=\frac{m^2+n^2}{2}$ সবসময়ই একটি পরস্পর মৌলিক পিথাগোরীয় ত্রয়ী হবে ( c অতিভুজ ); এবং এর বাইরের কোন সংখ্যা পরস্পর মৌলিক পিথাগোরীয় ত্রয়ী হতে পারে না। অর্থাৎ পরস্পর মৌলিক পিথাগোরীয় ত্রয়ীর তিনটি সংখ্যাকে সবসময়ই mn, $\frac{m^2-n^2}{2}$ এবং $\frac{m^2+n^2}{2}$ ( অতিভুজ ) আকারে প্রকাশ করা যায় যখন m এবং n দুইটি পরস্পর মৌলিক বিজোড় সংখ্যা।

অবশ্য m এবং n যে কোন সংখ্যা হলেই $a=mn$,

$$b=\frac{m^2-n^2}{2},\quad c=\frac{m^2+n^2}{2}$$

একটি সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি বাহু হবে, কারণ

$$(mn)^2+\left(\frac{m^2-n^2}{2}\right)^2=\left(\frac{m^2+n^2}{2}\right)^2$$

একটি অভেদ ,অর্থাৎ m এবং n এর যে কোন মানেই বামপক্ষ ও দক্ষিণপক্ষ সর্বদা সমান )।

যে কোন পিথাগোরীয় ত্রয়ী ( পরস্পর মৌলিক হোক বা না হোক ) নীচের তিনটি সর্ত সিদ্ধ করবে।

(1) একটি পদ অবশ্যই 3 এর গুণিতক হবে।

(2) একটি পদ অবশ্যই 4 এর গুণিতক হবে।

(3) একটি সংখ্যা অবশ্যই 5 এর গুণিতক হবে।

**২০১। চাঁদে যাওয়ার অঙ্ক!**

মহাকাশে কোন্ কোন্ বিন্দুতে কোন মহাকাশযানের উপর পৃথিবী ও চন্দ্রের আকর্ষণ পরস্পর সমান ?

এটা বার করতে হলে মনে কর পৃথিবীর ভর M গ্রাম, চন্দ্রের ভর m গ্রাম, পৃথিবী ও চন্দ্রের দূরত্ব d সেন্টিমিটার এবং পৃথিবী থেকে মহাকাশযানের দূরত্ব x সেমি। তাহলে পৃথিবীর কেন্দ্র, মহাকাশযান এবং চন্দ্রের কেন্দ্র একই সরলরেখায় থাকলে চন্দ্র হতে মহাকাশযানের দূরত্ব হবে ( d − x ) সেমি।

এখন নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে আমরা পাই দুটো বস্তুর মধ্যে মহাকর্ষ বল বস্তু দুটোর ভরের গুনফলের সমানুপাতী এবং বস্তু দুটোর দূরত্বের বর্গের বিপরীত সমানুপাতী। তাহলে মহাকাশযানের ভর v গ্রাম হলে পৃথিবী ও চন্দ্র মহাকাশযানকে যে বলে আকর্ষন করবে তা হল যথাক্রমে

$$\frac{GmV}{x^2} \text{ ডাইন ও } \frac{GmV}{(d-x)^2} \text{ ডাইন}$$

যখন G হল মহাকর্ষ ধ্রুবক। তাহলে আমাদের সর্তানুসারে

$$\frac{GmV}{x^2}=\frac{GmV}{(d-x)^2} \text{ বা } \frac{M}{x^2}=\frac{m}{(d-x)^2}$$

$$\text{বা } \frac{M}{m}=\frac{x^2}{(d-x)^2}=\frac{x^2}{d^2-2dx+x^2}$$

আমরা জানি পৃথিবীর ভর চাঁদের ভরের প্রায় 81·5 গুণ অর্থাৎ M/m = 81·5

$$\text{সুতরাং } \frac{x^2}{d^2-2dx+x^2}=81{\cdot}5$$

বা $80{\cdot}5x^2 - 163{\cdot}0dx + 81{\cdot}5d^2 = 0$

বা $x^2 - 2{\cdot}02dx + 1{\cdot}01d^2 = 0$ ( 80·5 দ্বারা ভাগ করে )

বা $x^2 - 2{\cdot}02dx + 1{\cdot}008d^2 = 0$

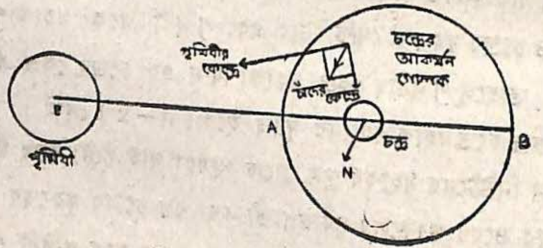
( উৎপাদক করার সুবিধার জন্য সমীকরণের বাম পক্ষের শেষ পদ সামান্য পরিবর্তন করা হল )।

বা $(x - 0{\cdot}9d)((x - 1{\cdot}12d) = 0$

সুতরাং হয় $x - 0{\cdot}9d = 0$ অথবা $x - 1{\cdot}12d = 0$

তাহলে $x = 0{\cdot}9d$ বা $1{\cdot}12d$

দেখা যাচ্ছে পৃথিবীর কেন্দ্র ও চন্দ্রের কেন্দ্র সংযোগকারী EN সরলরেখায় দুটি বিন্দু আছে যেখানে মহাকাশযানের উপর পৃথিবী ও চন্দ্রের আকর্ষন সমান। পৃথিবীর কেন্দ্র ও চন্দ্রের কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব মোটামুটি ভাবে 384000 কিলোমিটার অর্থাৎ $d = 384000$ কিমি। তাহলে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে সমান আকর্ষণ বিন্দুদ্বয়ের একটি দূরত্ব $EA = 0.9d = 0{\cdot}9 \times 384000$ কিমি $= 346000$ কিমি




চিত্র 1 ( প্রশ্ন 201 )

এবং অন্যটির দূরত্ব $EB = 1{\cdot}12d = 1{\cdot}12 \times 384000$ কিমি $= 430000$ কিমি ( চিত্র ১ )। এখানে A এবং B হল সম আকর্ষণ বিন্দু, উভয় বিন্দুতেই পৃথিবী এবং চন্দ্রের আকর্ষন সমান, তবে পার্থক্য হল A বিন্দুতে পৃথিবী ও চন্দ্রের আকর্ষণ কাজ করছে বিপরীত দিকে কিন্তু B বিন্দুতে উভয় আকর্ষণই কাজ করছে এক দিকে।

পৃথিবী ও চন্দ্র সংযোগকারী EN রেখায় কেবল A এবং B বিন্দুতেই পৃথিবী ও চন্দ্র উভয়ের আকর্ষণ সমান। কিন্তু EN রেখার বাইরে অরেও অসংখ্য সম-আকর্ষণ বিন্দু আছে। প্রমাণ করা যায় যে AB কে ব্যাস ধরলে যে গোলক পাওয়া যাবে সেই গোলকের উপরিতলের যে কোন বিন্দুতেই পৃথিবী ও চন্দ্রের আকর্ষণ সমান। এই গোলককে বলা হয় চন্দ্রের আকর্ষণ গোলক ( Sphere of attrac-

tion of the Moon)। এর ব্যাস AB হচ্ছে মোটামুটি (430000 – 346000) কিমি বা 84000 কিমি। এই গোলকের ভিতর যে কোন বিন্দুতে চন্দ্রের আকর্ষণ পৃথিবীর আকর্ষণের চেয়ে বেশী আর এই গোলকের বাইরে যে কোন বিন্দুতে পৃথিবীর আকর্ষণ বেশী।

তাই বলে কিন্তু কোন মহাকাশযান চন্দ্রের আকর্ষণ গোলকের মধ্যে একবার প্রবেশ করলেই, (বিশেষ করে তার গতিবেগ সামান্য হলে) এখানে পৃথিবীর তুলনায় চন্দ্রের আকর্ষণ বেশী বলে চন্দ্রপৃষ্ঠে অবতরণ করবে এই ধারনা ঠিক নয়। এটা সত্যি হলে চাঁদে যাওয়া অনেক সহজ হত। কারণ তাহলে সাড়ে তিনহাজার কিলোমিটার ব্যাসবিশিষ্ট চাঁদের (কৌণিক ব্যাস আধ ডিগ্রির সামান্য বেশী) প্রতি লক্ষ্য না রেখে 84000 কিমি ব্যাসের চাঁদের আকর্ষণ গোলকের দিকে লক্ষ্য রাখলেই হত। কিন্তু দুটো কারণে এই ধারনা ভুল।

প্রথম কারণটি বুঝতে হলে মনে কর কোন মহাকাশযান আকর্ষণ গোলকে প্রবেশ করেছে। মনে রাখবে আকর্ষণ গোলকের ভিতর পৃথিবীর আকর্ষণ কিন্তু শূন্য নয় তবে চন্দ্রের আকর্ষণ পৃথিবীর চেয়ে বেশী। কোন বস্তুর উপর যদি দুটো বল কাজ করে আর এই বল দুটোর অভিমুখ যদি একই সরলরেখায় কিন্তু বিপরীত দিকে থাকে তবে বৃহত্তর বল যে দিকে কাজ করে বস্তুটির ত্বরণও সেইদিকে হয় অর্থাৎ বস্তুটি সেইদিকে অগ্রসর হয়। কিন্তু বলদুটোর অভিমুখ একই সরলরেখায় না থাকলে কি হবে? এই ক্ষেত্রে বল দুটোকে একটি সামন্তরিকের দুই বাহু ধরলে এই সামন্তরিকের কর্ণ বরাবর বস্তুটি অগ্রসর হবে। তাহলে মহাকাশযানটি পৃথিবী চন্দ্র সরলরেখায় থাকলে সেটা চাঁদের দিকেই যাবে কিন্তু এই সরলরেখার বাইরে থাকলে তা চাঁদের দিকে না গিয়ে কোনাকুনিভাবে অগ্রসর হবে (চিত্র ১) সুতরাং মহাকাশযান আকর্ষণ গোলকে প্রবেশ করলেই যে চাঁদের দিকে যাবে তার কোন কথা নেই।

দ্বিতীয় কারণটি আরও গুরুতর। চাঁদ নিজেও গতিশীল। সুতরাং মহাকাশযানটি যখন আকর্ষণ গোলকে প্রবেশ করবে তখন পৃথিবীর তুলনায় তার আপেক্ষিক গতি না দেখে চাঁদের তুলনায় তার আপেক্ষিক গতি কত তা দেখতে হবে। পৃথিবীর তুলনায় চাঁদের আপেক্ষিক গতি প্রতি সেকেণ্ডে প্রায় এক কিলোমিটার। সুতরাং পৃথিবীর তুলনায় মহাকাশযানের আপেক্ষিক গতি খুব সামান্য হলেও চাঁদের তুলনায় তার আপেক্ষিক গতি এত বেশী হতে পারে যে চাঁদের পক্ষে মহাকাশযানকে নিজের দিকে আকর্ষণ করা সম্ভব নাও হতে পারে।

তাহলে দেখতে হবে আকর্ষণ গোলকে প্রবেশ করার সময় চাঁদের তুলনায় মহাকাশযানের আপেক্ষিক গতি যেন চাঁদের দিকে থাকে।

**২০২। লাউডস্পিকারের শব্দ!**

একটি মাঠে একস্থানে একটি লাউডস্পিকার আছে আর ৩০ মিটার দূরে আছে চারটে লাউস্পিকারের একটি গুচ্ছ। কোন্ জায়গা থেকে উভয় স্থানের লাউডস্পিকারের শব্দ সমান জোড়ে শোনা যাবে?

**২০৩। কটি গাছ লাগানো যাবে?**

কোন স্থানে কয়েকটি গাছ লাগাতে হবে। যে কোন দুইটি গাছের মধ্যে দূরত্ব সমান হলে সর্বাধিক কটি গাছ লাগানো সম্ভব?

**২০৪। কজন শুধু নাচ জানে?**

তোমাদের স্কুলে 530 জন ছাত্রী আছে। এদের মধ্যে 350 জন গান জানে, 160 জন নাচ ও গান দুটোই জানে, 130 জন নাচ ও সাঁতার দুইই জানে, 180 জন গান ও সাঁতার দুইই জানে আর 50 জন নাচ, গান ও সাঁতার তিনটিই জানে। শুধু গান জানা এবং শুধু সাঁতার জানা মেয়ের সংখ্যা সমান হলে শুধু নাচ জানা মেয়ের সংখ্যা কত? ধরে নাও প্রত্যেক মেয়ে নাচ, গান ও সাঁতারের মধ্যে অন্ততঃ একটি জানে।

**২০৫। কবার মিলিত হবে?**

দুটো লতা গাছ একই জায়গায় হয়েছে। পাশের একটা চন্দন গাছ বেয়ে লতা দুটো উপরে উঠছে। একটি লতা উঠছে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুড়ে আর অন্য লতাটি উঠছে বিপরীত দিকে ঘুড়ে। একটি লতা ৫ বার পূর্ণ প্রদক্ষিণের পর এবং অপর লতা ৩ বার পূর্ণ প্রদক্ষিণের পর উভয় লতা একটি ডালের নীচে এসে মিলিত হল। তাহলে মাঝখানে তারা কবার মিলিত হয়েছিল?

**২০৬। মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যা।**

একের চেয়ে বড় যে পূর্ণ সংখ্যার ১ এবং সেই সংখ্যা ছাড়া অন্য কোন উৎপাদক নেই তাকে বলা হয় মৌলিক সংখ্যা। যেমন ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭, ১৯, ২৩, ২৯, ৩১, ৩৭ ইত্যাদি। যে পূর্ণ সংখ্যা মৌলিক নয় তাকে বলে যৌগিক, যেমন ৪, ৬, ৮, ৯ ইত্যাদি (১ মৌলিক বা যৌগিক কিছুই নয়)।

আবার দুটো সংখ্যার যদি কোন সাধারণ উৎপাদক (এক ছাড়া) না থাকে তবে তাদের বলে পরস্পর যৌলিক। যেমন 4 এবং 9 কারণ $4=2\times2$ এবং

$9=3\times3$, যদিও উভয় সংখ্যাই যৌগিক কিন্তু তাদের কোন সাধারণ উৎপাদক নেই।

দেখা যাচ্ছে পরপর দুটো মৌলিকের মাঝে সাধারণত কয়েকটি যৌগিক সংখ্যা থাকছে। এখন প্রশ্ন হল পরপর দুটো মৌলিকের মাঝে কটি যৌগিক সংখ্যা থাকবে তার কি কোন সর্বোচ্চ সীমা আছে? যেমন আমরা কি পরপর এমন দুটো মৌলিক বার করতে পারি যাদের মাঝখানে দশ লক্ষ বা এক কোটি যৌগিক থাকবে? এর উত্তর হল এমন কোন সীমা নেই অর্থাৎ পরপর এমন দুটো মৌলিক বার করা যায় যাদের মাঝে আমাদের খুসীমত যে কোন সংখ্যক যৌগিক আছে।

এটা প্রমাণ করতে হলে আগে জানতে হবে $n!$ বা $\underline{|n}$ (ফ্যাক্টোরিয়াল n) কাকে বলে? এর মানে হল এক থেকে সুরু করে n পর্যন্ত পরপর সব পূর্ণ সংখ্যারে গুণফল অর্থাৎ $n!=\underline{|n}=1.\ 2.\ 3.\ 4.\cdots n$ যেমন $3!=1.\ 2.\ 3=6$. $\underline{|5}=1.2.3.4.5=120$ ইত্যাদি। এখন আমরা দেখাব

$$[(n+1)!+2],\ [(n+1)!+3],\ [(n+1)!+4]$$

ইত্যাদি $[(n+1)!+(n+1)]$ পর্যন্ত

এই nটি পরপর পূর্ণ সংখ্যায় সবকটিই যৌগিক।

যেমন প্রথম সংখ্যা $(n+1)!+2=1.\ 2.\ 3.\cdots(n+1)+2$ এর উভয় পদের উৎপাদক 2 অর্থাৎ সংখ্যাটি 2 দ্বারা বিভাজ্য সুতরাং যৌগিক।

দ্বিতীয় সংখ্যা $(n+1)!+3=1.\ 2.\ 3.\cdots(n+1)+3$ এর উভয় পদের উৎপাদক 3, সুতরাং সংখ্যাটিও 3দ্বারা বিভাজ্য অর্থাৎ যৌগিক।

তৃতীয় সংখ্যা $(n+1)!+4=1.\ 3.\ 2.\ 4.5\cdots(n+1)+4$ এর উভয় পদের উৎপাদক 4 অর্থাৎ স্যখ্যাটি 4 দ্বারা বিভাজ্য তাহলে যৌগিক।

এইভাবে শেষ সংখ্যা $(n+1)!+(n+1)$ এর উভয় পদ $(n+1)$ দ্বারা বিভাজ্য, তাহলে সংখ্যাটিও $(n+1)$ দ্বারা বিভাজ্য অর্থাৎ যৌগিক। তাহলে প্রমাণিত হল এই nটি পরপর সংখ্যার প্রত্যেকটিই যৌগিক।

এখন আমরা যতগুলি খুসী পরপর যৌগিক সংখ্যা বার করতে পারি। যেমন পরপর দশটি যৌগিক লিখতে হলে প্রথমটি হবে

$$(n+1)!+2=(10+1)!+2=11!+2=39816802$$

তাহলে পরপর দশটি যৌগিক হল 39816802, 39816803... 39816811

অবশ্য এর চেয়ে ছোট পরপর দশটি যৌগিক সংখ্যার আরও উদাহরণ আছে।

যেমন 114, 115⋯126 হল পরপর তেরোটি যৌগিক সংখ্যার একটি উদাহরণ।

## ২০৭। আমাদের জানা সবচেয়ে বড় মৌলিক সংখ্যা।

মৌলিক সংখ্যার কি কোন উর্ধসীমা আছে? অর্থাৎ এমন কোন মৌলিক সংখ্যা কি আছে যার চেয়ে বড় সব সংখ্যাই যৌগিক? এর উত্তর হল এমন কোন উর্ধসীমা নেই।

এর আগে দেখানো হয়েছে পরপর দুটো মৌলিকের মধ্যে যে কোন সংখ্যক যৌগিক থাকতে পারে। এ থেকে মনে হতে পারে মৌলিক সংখ্যাগুলি যতখুসী বড় হতে পারে না কিন্তু ইউক্লিড দেখিয়েছেন এই ধারণা ভুল। এটা প্রমাণ করতে হলে ধরে নাও সবচেয়ে বড় মৌলিক N।

তাহলে $N!+1$ সংখ্যাটি নিশ্চয়ই যৌগিক হবে কারণ এটা N এর চেয়ে বড়। সুতরাং $N!+1$ এর নিশ্চয়ই অন্ততঃ দুটি মৌলিক উৎপাদক থাকবে। কিন্তু $N!+1=1.\ 2.\ 3.\ 4\cdots N+1$ সংখ্যাটিকে 2 থেকে সুরু করে N পর্যন্ত যে কোন সংখ্যা দিয়েই ভাগ করা হোক না প্রতিক্ষেত্রেই ভাগশেষ থাকবে 1, তাহলে এর 2 থেকে N পর্যন্ত কোন উৎপাদকই থাকতে পারে না। আর যেহেতু N এর চেয়ে বড় কোন মৌলিক সংখ্যাই নেই তাহলে $N!+1$ এর কোন মৌলিক উৎপাদকই থাকতে পারে না, অর্থাৎ $N!+1$ সংখ্যাটি মৌলিক।

তাহলে আমরা একটি স্ববিরোধী সিদ্ধান্তে এসে পৌছচ্ছি। সুতরাং আমরা যা ধরে নিয়েছি তা ভুল অর্থাৎ সবচেয়ে বড় কোন মৌলিক সংখ্যা থাকতে পারে না।

তবে এ পর্যন্ত সবচেয়ে বড় যে মৌলিক সংখ্যার সন্ধান পাওয়া গেছে তা হলে $2^{2281}-1$, এই সংখ্যাটিতে প্রায় সাতশ অঙ্ক আছে।

এই প্রসঙ্গে মনে রেখ 1, 2, 3, 4⋯ইত্যাদি পরপর পূর্ণসংখ্যাগুলিকে বলে স্বাভাবিক সংখ্যা ( Natural Numbers )।

## ২০৮। কখন গুণফলের মান সবচেয়ে বেশী?

কোন রাশির সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান কত এবং কোন্ ক্ষেত্রে রাশিটির মান সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন হবে তা অনেক সময় আমাদের জানার প্রয়োজন হয়। এই প্রশ্নে এবং এর পরের ছটি প্রশ্নে এই ধরনের সমস্যা নিয়ে আলোচনা করা হল। সাধারণতঃ ডিফারেনশিয়াল ক্যালকুলাসের সাহায্যে এই সব প্রশ্নের সমাধান করা হয়। তবে এখানে বীজগণিতের পদ্ধতির সাহায্যে যে সব সমস্যার সমাধান করা সম্ভব সেইরকম কয়েকটি সহজ প্রশ্ন দেওয়া হল।

কোন প্রদত্ত সংখ্যা কিভাবে দুই অংশে ভাগ করলে অংশদ্বয়ের গুণফলের মান সর্বোচ্চ হবে? এখানে সংখ্যাটি পূর্ণসংখ্যা নাও হতে পারে এমন কি ঋণাত্মকও হতে পারে।

মনে কর সংখ্যাটি 2a অর্থাৎ সংখ্যাটির অর্ধেক $=a$। সুতরাং একটি অংশ $a+x$ হলে অপর অংশ হবে $2a-(a+x)=2a-a-x=a-x$। তাহলে অংশদ্বয়ের গুণফল $=(a+x)(a-x)=a^2-x^2$

বোঝা যাচ্ছে $x^2$ এর মান যত কমবে গুণফলের মান তত বাড়বে। এখন $x^2$ এর সর্বনিম্ন মান শূন্য কারণ x বাস্তব সংখ্যা বলে $x^2$ সর্বদা ধনাত্মক। সুতরাং গুণফলের সর্বোচ্চ মান $=a^2-0=a^2$ এবং প্রথম অংশ $=a+x=a+0=a$ ও দ্বিতীয় অংশ $=a-x=a-0=a$ ($x^2=0$ বলে x এর মান 0)। অর্থাৎ সংখ্যাটিকে দুটো সমান অংশে ভাগ করতে হবে।

উদাহরণঃ সংখ্যাটি 10 হলে প্রত্যেক অংশ হবে 5 এবং সর্বোচ্চ গুণফল $=5\times5=25$, সংখ্যাটি $-41$ হলে প্রতি অংশ $=-\frac{41}{2}=-20{\cdot}5$

এইভাবে দেখানো যায় যে কোন সংখ্যাকে যতগুলি খুশী অংশেই ভাগ করা হোক না কেন তাদের গুণফল সর্বোচ্চ হবে যদি প্রত্যেক অংশ সমান হয়।

## ২০৯। কখন যোগফল সবচেয়ে কম?

দুইটি সংখ্যার গুণফল ধ্রুবক বা নির্দিষ্ট থাকলে কখন তাদের যোগফল সর্বনিম্ন হবে? এখানে সংখ্যাদ্বয় ধনাত্মক।

মনে কর গুণফল $=a^2$, তাহলে একটি সংখ্যা $x^2$ হলে অপর সংখ্যাটি $\frac{a^2}{x^2}$ সুতরাং তাদের যোগফল $=x^2+\frac{a^2}{x^2}$

এখন $x^2+\frac{a^2}{x^2}=(x)^2+\left(\frac{a}{x}\right)^2-2.x.\frac{a}{x}+2.x.\frac{a}{x}=\left(x-\frac{a}{x}\right)^2+2a$

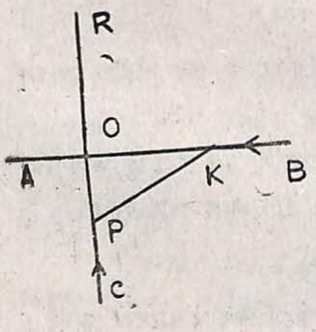
সুতরাং যোগফলের মান সর্বনিম্ন হবে যদি $\left(x-\frac{a}{x}\right)^2=0$ হয় অর্থাৎ $x-\frac{a}{x}=0$ হয় বা $x=\frac{a}{x}$ বা $x^2=a$ হয়। তাহলে প্রথম সংখ্যা $=a$ এবং অন্য সংখ্যা $=\frac{a^2}{x^2}=\frac{a^2}{a}=a$। অর্থাৎ সংখ্যাদ্বয় পরস্পর সমান এবং প্রত্যেক সংখ্যাই প্রদত্ত গুণফলের বর্গমূলের সমান।

উদাহরণ: গুণফল 144 হলে প্রত্যেক সংখ্যা $=\sqrt{144}=12$ এবং সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল $=12+12=24$.

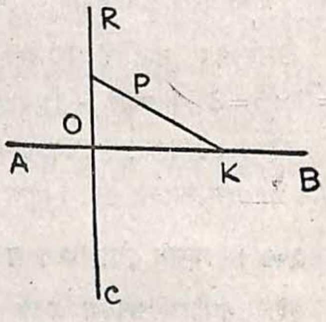
অনুরূপভাবে যে-কোন সংখ্যক সংখ্যার গুণফল ধ্রুবক হলে তাদের যোগফল সর্বনিম্ন হবে যদি প্রত্যেক সংখ্যাই সমান হয়।

## ২১০। স্বল্পতম দূরত্ব কত?

দুটো রেল লাইন লম্বভাবে ছেদ করেছে। একটি ট্রেন ছেদবিন্দু থেকে 30 কিমি দূরবর্তী স্টেশন থেকে প্রথম লাইন বরাবর ছেদবিন্দুর দিকে মিনিটে 800 মি বেগে রওনা হল। একই সময়ে আরেকটি ট্রেন ছেদবিন্দু থেকে 60 কিমি দূরবর্তী অন্য স্টেশন থেকে দ্বিতীয় লাইন বরাবর মিনিটে 600 মি বেগে




চিত্র 1 ( প্রশ্ন 210 )




চিত্র 2 ( প্রশ্ন 210 )

ছেদবিন্দুর দিকে রওনা হল। কতক্ষণ পরে ট্রেনদুটোর মধ্যে দূরত্ব সবচেয়ে কম হবে আর এই স্বল্পতম দূরত্ব কত?

প্রথম চিত্রে প্রথম ট্রেন C থেকে এবং দ্বিতীয় ট্রেন B থেকে O এর দিকে রওনা হচ্ছে। মনে কর x মিনিট পরে ট্রেন দুইটি যখন যথাক্রমে P এবং K বিন্দুতে তখন তাদের দূরত্ব সবচেয়ে কম আর এই দূরত্ব $PK=u$ কিমি। তাহলে $CP=800x$ মিটার $=0{\cdot}8x$ কিমি এবং $PO=(30-0{\cdot}8x)$ কিমি, আবার $BK=600x$ মিটার $=0{\cdot}6x$ কিমি এবং $KO=(60-0{\cdot}6x)$ কিমি। সুতরাং POK সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাচ্ছি

$$PK^2=PO^2+KO^2$$

বা $u^2=(30-0{\cdot}8x)^2+(60-0{\cdot}6x)^2$

বা $u^2=900-48x+0{\cdot}64x^2+3600-72x+0{\cdot}36x^2$

বা $u^2 = x^2 - 120x + 4500$

বা $x^2 - 120x + 4500 - u^2 = 0$

সুতরাং $x = \dfrac{120 \pm \sqrt{14400 - 18000 + 4u^2}}{2}$

$= \dfrac{120 \pm \sqrt{4u^2 - 3600}}{2}$

$= \dfrac{120 \pm 2\sqrt{u^2 - 900}}{2}$

বা $x = 60 \pm \sqrt{u^2 - 900}$

এখন x মিনিটের সংখ্যা বোঝাচ্ছে বলে তার মান কখনও কাল্পনিক হতে পারে না ( অঙ্কের মজা প্রশ্ন —২১৬ ), তাহলে

$$u^2 - 900 \geqslant 0$$

বা $u^2 \geqslant 900$ বা $u \geqslant 30$

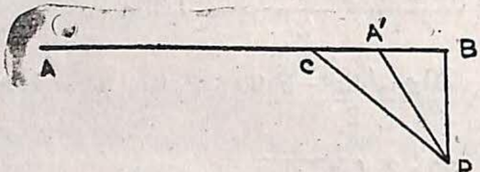
সুতরাং u এর সর্বনিম্ন মান হল 30 অর্থাৎ ট্রেন দুটোর মাঝে সর্বনিম্ন দূরত্ব 30 কিমি। আর $u = 30$ হলে $u^2 - 900 = 0$ এবং $x = 60 \pm \sqrt{0} = 60$ অর্থাৎ 60 মিনিট পরে ট্রেন দুটোর মাঝের দূরত্ব সর্বনিম্ন হচ্ছে।

দেখা যাক 60 মিনিটে কোন্ ট্রেন কতদূর যাচ্ছে। এখন $PO = (30 - 0{\cdot}8x)$ কিমি $= (30 - 0{\cdot}8 \times 60)$ কিমি $= -18$ কিমি এবং $KO = (60 - 0{\cdot}6x)$ কিমি $= (60 - 0{\cdot}6 \times 60)$ কিমি $= 24$ কিমি। তাহলে ছেদবিন্দু থেকে প্রথম ট্রেনের দূরত্ব $-18$ কিমি অর্থাৎ প্রথম ট্রেন ছেদবিন্দু অতিক্রম করে আরও 18 কিমি অগ্রসর হয়েছে। আর ছেদবিন্দু থেকে দ্বিতীয় ট্রেনের দূরত্ব 24 কিমি। সুতরাং তাদের অবস্থান প্রথম চিত্রের মত না হয়ে হবে দ্বিতীয় চিত্রের মত।

দেখতে পাচ্ছ ট্রেন দুটোর অবস্থান আমরা যা ভেবেছিলাম সেরকম না হয়ে অন্যরকম হয়ে যাচ্ছে। আর আমরা ভুল ছবি আঁকা সত্ত্বেও সমীকরণ কিন্তু সঠিক উত্তরই দিয়েছে। এর আগে আমরা সমীকরণের অসাধারণ বুদ্ধি ও অন্তর্দৃষ্টির পরিচয় পেয়েছি ( অঙ্কের মজা প্রশ্ন—১৮৮ এবং ১৮৯ )। এখানে শুধু সমীকরণের আশ্চর্য বুদ্ধিই নয় সেইসঙ্গে আমাদের ভুলের প্রতি তার অসাধারণ সহনশীলতার পরিচয়ও পাওয়া যাচ্ছে !

## ২১১। স্টেশন কোথায় হবে ?

একটি স্টেশন A থেকে AB বরাবর রেল লাইন চলে গেছে, একটি গ্রাম P থেকে রেল লাইনের দূরত্ব 15 কিমি অর্থাৎ PB লম্ব=15 কিমি। তাহলে




চিত্র 3 (প্রশ্ন 214)

লাইনের কোন্ স্থানে একটি নতুন স্টেশন C স্থাপন করলে A থেকে P তে সবচেয়ে তাড়াতাড়ি যাওয়া যাবে ? ট্রেনের গতি মিনিটে 600 মিটার এবং CP রাস্তায় বাসের গতিবেগ মিনিটে 300 মি ( চিত্র ৩ )।

মনে কর AB=a কিমি, CB=x কিমি তাহলে AC=(a−x) কিমি এবং $CP=\sqrt{CB^2+PB^2}=\sqrt{x^2+15^2}=\sqrt{x^2+225}$ কিমি

সুতরাং মিনিটে 0·6 কিমি হিসেবে AC যাওয়ার সময় এবং মিনিটে 0·3 কিমি হিসেবে CP যাওয়ার সময় হল যথাক্রমে

$$\frac{AC}{0·6}=\frac{a-x}{0·6} \text{ মিনিট এবং } \frac{CP}{0·3}=\frac{\sqrt{x^2+225}}{0·3} \text{ মিনিট}$$

তাহলে A থেকে P তে যাওয়ার মোট সময় u মিনিট হলে

$$\frac{a-x}{0·6}+\frac{\sqrt{x^2+225}}{0·3}=u$$

বা, $a-x+2\sqrt{x^2+225}=0·6u$ ( 0·6 দ্বারা গুন করে )

বা, $2\sqrt{x^2+225}=x+0·6u-a$

বা, $2\sqrt{x^2+225}=x+p$ ( $0·6u-a=p$ ধরে )

বা, $4(x^2+225)=x^2+2px+p^2$ ( বর্গ করে )

বা, $3x^2-2px+900-p^2=0$

$$\therefore \quad x=\frac{2p\pm\sqrt{4p^2-4·3(900-p^2)}}{2·3}$$

বা, $$x=\frac{p\pm\sqrt{4p^2-2700}}{3}$$

এখন $p=0·6u-a$ বলে p সর্বনিম্ন হলে u ও সর্বনিম্ন হবে এবং বিপরীতক্রমে। লক্ষ্য কর $p>0$ কারণ $p=2\sqrt{x^2+225}-x>x-x=0$

এখন x বাস্তব বলে $4p^2-2700\geqslant 0$

বা, $4p^2\geqslant 2700$ বা, $p^2\geqslant 675$ বা, $p\geqslant\sqrt{675}$

সুতরাং p এর সর্বনিম্ন মান $\sqrt{675}$ এবং এইক্ষেত্রে

$$x=\frac{P}{3}=\frac{\sqrt{675}}{3}=\frac{15\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{3}\approx 8·66$$

সুতরাং CB=8·66 কিমি অর্থাৎ নতুন স্টেশন স্থাপন করতে হবে B থেকে 8·66 কিমি দূরে। দেখা যাচ্ছে নতুন স্টেশনের অবস্থান a অর্থাৎ AB দূরত্বের উপর নির্ভর করছে না।

এখন a বা $AB\leqslant 8·66$ হলে কি হবে? এক্ষেত্রে কোন নতুন স্টেশন স্থাপন করার প্রয়োজনই হবে না শুধু AP রাস্তা তৈরি করলেই হবে ( ছবিতে A′P রাস্তা )

প্রশ্ন হতে পারে $a<8·66$ হলে সমীকরণের উত্তর অনুযায়ী B থেকে 8·66 কিমি দূরে C-তে নতুন স্টেশন স্থাপন করলে কি হবে? এক্ষেত্রে A′C ট্রেনে গিয়ে CP বাসে যেতে হবে। স্পষ্টতঃ এতে সোজাসুজি A′P বাসে যাওয়ার চেয়ে সময় বেশী লাগবে। তাহলে সমীকরণ কি ভুল করল?

না, তা ঠিক নয়। আসলে $a<8·66$ হলে $a-x<0$ হচ্ছে অর্থাৎ A′C পথ অতিক্রম করার সময় $\frac{a-x}{0·6}$ ঋণাত্মক হয়ে যাচ্ছে কিন্তু বাস্তবে এই সময়টা ধনাত্মক। তাহলে সমীকরণ কিছু ভুল করে নি কিন্তু বাস্তবের সর্ত ( অর্থাৎ কোন পথ অতিক্রম করার সময় ঋণাত্মক হতে পারে না ) সমীকরণ গঠন করার সময় মানা হয় নি বলেই এই ভুলটা হচ্ছে।

সুতরাং বুঝতে পারছ সমীকরণের উত্তর সঠিকভাবে উপলব্ধি করতে হলে বাস্তবের সর্ত সমীকরণ গঠন করার সময় ঠিকমত মানা হয়েছে কিনা সেইদিকে লক্ষ্য রাখতে হবে।

### ২১২। ঘেরা জায়গার দৈর্ঘ প্রস্থ কত হবে?

একটি মাঠের একদিকে দেওয়াল আছে। বাকি তিনদিকে বেড়া দিতে হবে। মোট বেড়ার দৈর্ঘ 100 মিটার হলে সবচেয়ে বড় যে আয়তাকার স্থানকে বেড়া দিয়ে ঘেরা যাবে তার দৈর্ঘ প্রস্থ কত?

মনে কর ঘেরা জায়গার দৈর্ঘ a মি এবং প্রস্থ b মি। ঘেরা জায়গার এক-দিকের দৈর্ঘ বরাবর দেওয়াল আছে। তাহলে বেড়ার দৈর্ঘ ( $a+2b$ ) মি অর্থাৎ $a+2b=100$ তাহলে $a=100-2b$ ।

আবার এই স্থানের ক্ষেত্রফল ab বর্গ মিটার। এখন $ab=(100-2b)b$, তাহলে $2ab=2b(100-2b)$। আবার 2ab এর মান সর্বোচ্চ হলে ab এর মানও সর্বোচ্চ হবে।

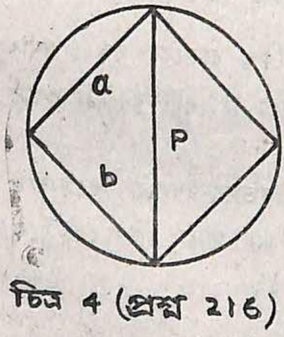
এখন $2b+(100-2b)=100$ অর্থাৎ ধ্রুবক, আমরা জানি দুটো সংখ্যার যোগফল ধ্রুবক হলে তাদের গুণফল সর্বোচ্চ হবে যদি তারা সমান হয় ( অঙ্কের মজা—২০৮ )। সুতরাং 2ab বা ab এর মান সর্বোচ্চ হবে যখন $2b=100-2b$ বা $4b=100$ বা $b=25$, তাহলে $a=100-2b=100-2\cdot 50=50$।

সুতরাং ঘেরা জায়গার দৈর্ঘ 50 মিটার এবং প্রস্থ 25 মিটার।

## ২১৩। সবচেয়ে মোটা বীম !

একটি চোঙাকৃতি বা বেলনাকার মোটা কাঠের গুঁড়ি আছে। এ থেকে সবচেয়ে বড় যে আয়তাকার ( চারকোণা ) বীম তৈরি করা যাবে তার দৈর্ঘ প্রস্থ কত ?

মনে কর গুঁড়ির ব্যাস p এবং বীমের ক্রসসেকসানের দৈর্ঘ প্রস্থ যথাক্রমে a ও b। সুতরাং $a^2+b^2=p^2$, আবার ক্রসসেকসানের ক্ষেত্রফল ab, তাহলে ab এর মানকে সর্বোচ্চ করতে হবে। এখন $a^2b^2$ এর মান সর্বোচ্চ হলে ab এর মানও সর্বোচ্চ হবে। এখানে $a^2$ এবং $b^2$ এই দুটো সংখ্যার যোগফল $p^2$ ধ্রুবক, সুতরাং তাদের গুণফল $a^2b^2$ সর্বোচ্চ হবে যখন $a^2=b^2$ অর্থাৎ $a=b$ ( প্রশ্ন ২০৮ )।




চিত্র 4 (প্রশ্ন 213)

তাহলে দেখা যাচ্ছে বীমের ক্রসসেকসানের দৈর্ঘ ও প্রস্থ সমান অর্থাৎ ক্রসসেকসানকে একটি বর্গ হতে হতে হবে ( চিত্র 4 )।

অনুরূপভাবে দেখান যায় যে নির্দিষ্ট পরিসীমা বিশিষ্ট একটি আয়তাকার মাঠের ক্ষেত্রফলকে সর্বোচ্চ করতে হলে এর দৈর্ঘ ও প্রস্থ সমান হতে হবে।

## ২১৪। মাঠের আকার কি হবে ?

একটি নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট আয়তাকার মাঠের পরিসীমা সর্বনিম্ন হলে এর দৈর্ঘ ও প্রস্থের মধ্যে কি সম্পর্ক থাকবে ?

## ২১৫। দ্বিঘাত সমীকরণে একটি সতর্কতা।

মনে কর নীচের দ্বিঘাত সমীকরণটি দেওয়া আছে।

$$\frac{x-4}{2x}=\frac{x-4}{x+6}$$

খুবই সহজ সমীকরণ। কিন্তু নীচের মত সমাধান করতে গেলে ভুল হবে।

$$\frac{x-4}{2x}=\frac{x-4}{x+6}$$

বা, $\frac{1}{2x}=\frac{1}{x+6}$ [ $x-4$ দ্বারা ভাগ করে ]

বা, $2x=x+6$

বা, $x=6$

এটা নীচের মত সমাধান করতে হবে।

$$\frac{x-4}{2x}=\frac{x-4}{x+6}$$

বা, $(x-4)(x+6)=2x(x-4)$

বা, $(x-4)(x+6)-2x(x-4)=0$

বা, $(x-4)(x+6-2x)=0$

বা, $(x-4)(-x+6)=0$

সুতরা হয় $x-4=0$ অথবা $-x+6=0$

বা, $x=4$ বা, $x=6$

সুতরাং $x=4, 6$

দেখা যাচ্ছে আগের পদ্ধতিতে করলে $x=4$ এই বীজটি পাওয়া যাচ্ছে না। এর কারণ আগের পদ্ধতিতে সমীকরণের উভয় পক্ষকে $x-4$ দ্বারা ভাগ করা হয়েছে। এখানে $x=4$ বলে $x-4=0$, তাহলে উভয় পক্ষকে আসলে 0 দ্বারা ভাগ করা হয়েছে। কিন্তু আমরা জানি কোন রাশিকে কখনও 0 দ্বারা ভাগ করা যায় না ( অঙ্কের মজা—৮২ )। আর 0 দিয়ে ভাগ করার জন্যই $x=4$ এই বীজটি পাওয়া যায় নি।

সুতরাং কোন সমীকরণকে কখনও x যুক্ত ( বা অজ্ঞাত অক্ষরযুক্ত ) কোন রাশি দ্বারা ভাগ করবে না।

**২১৬। কাল্পনিক সংখ্যা।**

আমরা যদি $x^2-9=0$ এই সমীকরণটি সমাধান করতে যাই তাহলে পাব।

$$x^2-9=0$$

বা $x^2=9$ বা $x=\pm\sqrt{9}$ বা $x=\pm3$

কিন্তু $x^2+9=0$ এই সমীকরণটি সমাধান করতে গেলে কি হবে ?

$$x^2+9=0$$

বা $x^2=-9$ বা $x=\pm\sqrt{-9}$

কিন্তু আমরা জানি যে কোন ধণাত্মক বা ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গ সর্বদা ধনাত্মক হয়। তাহলে কোন ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গ মূল নির্ণয় করা অসম্ভব। সুতরাং $\sqrt{-9}$ একটি অর্থহীন চিহ্ন। কিন্তু $\sqrt{-9}$ কে অর্থহীন মনে করলে $x^2+9=0$ সমীকরণের কোন বীজ পাওয়া যায় না।

এই অসুবিধা দূর করার জন্য এমন ধরনের সংখ্যাকল্পনা করা হয়েছেযাকে সেই একই সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে গুণফল ( অর্থাৎ এই সংখ্যার বর্গ ) ঋণাত্মক হবে। এই ধরনের সংখ্যাকে নাম দেওয়া হল কাল্পনিক সংখ্যা (Imaginary number)। তাহলে $\sqrt{-9}$ একটি কাল্পনিক সংখ্যা, $\sqrt{-9}$ এর সংজ্ঞা হল এটি এমন একটি সংখ্যা যাতে $\sqrt{-9}\times\sqrt{-9}=-9$ হয়। সাধারণভাবে $\sqrt{-a}\times\sqrt{-a}$ $=-a$.

মূল কাল্পনিক সংখ্যা হল $\sqrt{-1}$ কারণ একে আর সরল করা সম্ভব নয়, $\sqrt{-1}$ কে imaginary কথার প্রথম অক্ষর i দ্বারা বোঝান হয়। তাহলে $i=\sqrt{-1}$ এবং $i^2=\sqrt{-1}\times\sqrt{-1}=-1$

সাধারণ সংখ্যাদের বলা হয় বাস্তব সংখ্যা ( Real numbur )। বাস্তব সংখ্যার বর্গ সর্বদা ধনাত্মক আর কাল্পনিক সংখ্যার বর্গ সর্বদা ঋণাত্মক।

যে কোন কাল্পনিক সংখ্যাকে i দ্বারা প্রকাশ করা যায়, যেমন $\sqrt{-a}$ $=\sqrt{-1\times a}=\sqrt{-1}\times\sqrt{a}=i\sqrt{a}$। মনে রাখবে

$(\sqrt{-a})^2=\sqrt{-a}\times\sqrt{-a}\neq\sqrt{(-a)(-a)}=\sqrt{a^2}=a$ কারণ সংজ্ঞানুসারে $(\sqrt{-a})^2=\sqrt{-a}\times\sqrt{-a}=-a$ এইভাবে $\sqrt{-a}\times$ $\sqrt{-b}=i\sqrt{a}\times i\sqrt{b}=i^2\sqrt{ab}=-\sqrt{ab}$

কাল্পনিক সংখ্যা অন্তর্ভূ'ত করার ফলে সংখ্যা পদ্ধতি (Number system) আরও বিস্তৃত হয়েছে। কাল্পনিক সংখ্যা বীজগণিতের সব নিয়মই মেনে চলে। শুধু মনে রাখতে হবে $i^2 = -1$ এবং $i^2 = \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} \neq \sqrt{(-1)(-1)} = \sqrt{1} = 1$ ( $\neq$ হল অসমতা চিহ্ন অর্থাৎ উভয়পক্ষ অসমান যেমন $3 \neq 5$ )।

একটি বাস্তব সংখ্যা এবং একটি কাল্পনিক সংখ্যার যোগফল বা বিয়োগফলকে বলে জটিল সংখ্যা (Complex number)। যেমন $2+\sqrt{-3} = 2+i\sqrt{3}$, $7-\sqrt{-16} = 7-i\sqrt{16} = 7-4i$ বা সাধারণভাবে $a+ib$, $a+ib$ এর বাস্তব অংশ হল $a$ এবং কাল্পনিক অংশ $ib$।

বিজ্ঞানের বিভিন্ন ক্ষেত্রে কাল্পনিক সংখ্যার অনেক প্রয়োগ আছে।

**২১৭। অনন্ত অঙ্কের সংখ্যা।**

তোমরা হয়ত লক্ষ্য করেছ দুটো সংখ্যার শেষ অঙ্ক 1 হলে তাদের গুণফলের শেষ অঙ্কও 1 হবে, যেমন $11 \times 21 = 231$ এইভাবে শেষ অঙ্ক 5 হলে গুণফলের শেষ অঙ্কও 5 হবে, যেমন $15 \times 35 = 525$, আবার শেষ অঙ্ক 6 হলেও গুণফলের শেষ অঙ্ক 6 হবে, যেমন $16 \times 26 = 416$। শেষ অঙ্ক অন্য কিছু হলে কিন্তু এরকম হবে না, যেমন $12 \times 62 = 744$

এখন দেখা যাক এমন কোন দুই অঙ্কের গ্রুপ আছে কিনা, যা যে সব সংখ্যার শেষে আছে এমন দুটো সংখ্যার গুণফলের শেষেও একই গ্রুপ সর্বদা থাকবে। প্রথম ক্ষেত্রের শেষ অঙ্ক 6 থেকে সুরু করা যাক। তাহলে 6 এর আগে ( বাঁদিকে ) এমন একটা অঙ্ক বসাতে হবে যাতে এই দুই অঙ্কের গ্রুপের উপরের ধর্ম থাকে। মনে কর এই অঙ্ক হল $p$, তাহলে নির্ণেয় দুই অঙ্কের গ্রুপ হল $10p+6$। এখন এই গ্রুপ শেষে আছে এমন তিন অঙ্কের সংখ্যার সাধারণ রূপ হল $100a+10p+6$, $100b+10p+6$ ইত্যাদি।

সুতরাং এরকম দুটো সংখ্যার গুণফল হল $(100a+10p+6)(100b+10p+6) = 10000ab+1000ap+1000bp+600a+600b+100p^2+120p+36$

এই গুণফলের শেষ দুটো পদ ছাড়া বাকি সব পদই 100 দ্বারা বিভাজ্য। সুতরাং এই গুণফলের শেষ দুই অঙ্ক $10p+6$ হবে যদি $120p+36-(10p+6) = 110p+30 = 100p+10p+30 = 100p+10(p+3)$ সংখ্যাটি 100 দ্বারা বিভাজ্য হয়। এটা হবে একমাত্র যদি $p+3=10$ হয়

অর্থাৎ $p=7$ হয়। সুতরাং দুই অঙ্কের গ্রুপ হল 76, যেমন $176 \times 476 = 83776$।

এ থেকে আরও বোঝা যায় শেষে 76 আছে এমন যে কোন সংখ্যার যে কোন ঘাতের শেষেও 76 থাকবে যেমন $376^2 = 141376$, $576^3 = 191102976$

এবার আমরা একই ধর্ম বিশিষ্ট তিন অঙ্কের গ্রুপ বার করব। আগের মতই মনে কর 76 এর আগের অঙ্ক p, তাহলে নির্ণেয় তিন অঙ্কের গ্রুপ হল $100p+76$। সুতরাং $100p+76$ শেষে আছে এমন দুটো সংখ্যার গুণফল হল $(1000a+100p+76)$ $(1000b+100p+76) = 1000000ab+100000ap+100000bp+76000a+76000b+10000p^2+15200p+5776$

এই গুণফলের শেষ দুটো পদ ছাড়া বাকি সব পদই 1000 দ্বারা বিভাজ্য। তাহলে এই গুণফলের শেষ তিন অঙ্ক $100p+76$ হবে যদি

$15200p+5776-(100p+76) = 15100p+5700 = 15000p+100p+5000+700 = 15000p+5000+100\ (p+7)$ সংখ্যাটি 1000 দ্বারা বিভাজ্য হয়। অর্থাৎ যদি $100\ (p+7)$ সংখ্যাটি 1000 দ্বারা বিভাজ্য হয়। এটা হবে যখন $p+7=10$ বা $p=3$

সুতরাং নির্ণেয় তিন অঙ্কের গ্রুপ হল 376, যেমন $1376 \times 5376 = 7397376$। আগের মতই 376 শেষে আছে এমন যে কোন সংখ্যার যে কোন ঘাতের শেষেও 376 থাকবে।

একইভাবে প্রমাণ করা যায় এমন চার অঙ্কের গ্রুপ হল 9 76, পাঁচ অঙ্কের গ্রুপ 09376, ছয় অঙ্কের 109376, সাত অঙ্কের 7109376 ইত্যাদি।

এইভাবে বাঁ দিকে যতখুশী অঙ্ক বসানো যায়। এর ফলে আমরা একটি অনন্ত অঙ্কের সংখ্যা পাব যেমন, $\cdots 7109376$।

একটি আশ্চর্য ব্যাপার, এই অনন্ত অঙ্কের সংখ্যা $x^2 = x$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে। এর কারণ হল $(\cdots 7109376)^2 = \cdots 7109376$

শেষ অঙ্ক 6 থেকে আমরা $\cdots 7109376$ এই অনন্ত অঙ্কের সংখ্যা পাচ্ছি। একই ভাবে শেষ অঙ্ক 5 থেকে আমরা পরপর এই গ্রুপগুলি পাব যথা 5,25, 625, 0625, 90625, 890625, 2890625 ইত্যাদি। যেমন $10625 \times 30625 = 325390625$

এভাবে আমরা আরও একটি অনন্ত অঙ্কের সংখ্যা পাচ্ছি···2890625। দেখানো যায় যে এই অনন্ত অঙ্কের সংখ্যাটি নীচের সংখ্যার সমান

$$[[\{(5^2)^2\}^2]^2]^2\cdots$$

আগের মতই এই অনন্ত অঙ্কের সংখ্যাও $x^2=x$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে। তাহলে দেখা যাচ্ছে $x^2=x$ সমীকরণের দুটো সাধারণ (সসীম) বীজ অর্থাৎ 0 এবং 1 ছাড়াও দুটো অসীম বীজ অর্থাৎ···7109376 এবং···2890625 আছে। দশমিক অঙ্কপাতন পদ্ধতিতে এই সমীকরণের অন্য কোনও বীজ নেই।

এই দুটো অনন্ত অঙ্কের সংখ্যা $x^n=x$ সমীকরণকেও সিদ্ধ করে যখন n একটি ধন পূর্ণসংখ্যা। এই সমীকরণের এ ছাড়াও nটি বীজ আছে।

মনে রেখ দশমিক ব্যতীত অন্য অঙ্কপাতন পদ্ধতিতেও অনন্ত অঙ্কের সংখ্যা আছে।

শেষ অঙ্ক 1 থেকে কিন্তু আর কোন এই ধরণের গ্রুপ পাওয়া যায় না। আগের মতই মনে কর এরকম দুই অঙ্কের গ্রুপের বাঁ দিকের অঙ্ক p, তাহলে এই গ্রুপ হল $10p+1$, সুতরাং এরকম দুটো সংখ্যার গুণফল $(100a+10p+1)(100b+10p+1)=10000ab+1000ap+1000bp+100a+100b+100p^2+20p+1$

এই গুণফলের শেষ দুই অঙ্ক $10p+1$ হবে যদি

$20p+1-(10p+1)=10p$ সংখ্যাটি 100 দ্বারা বিভাজ্য হয়। এটা হতে পারে একমাত্র $p=10$ হলে কিন্তু p একটি অঙ্ক বলে এর মান 0 থেকে 9 এর মধ্যে কোন পূর্ণসংখ্যা হবে। সুতরাং $p=10$ হতে পারে না অর্থাৎ এরকম কোন দুই অঙ্কের গ্রুপ নেই।

### ২১৮। মেষশাবকের দাম কত?

প্রাচীনকালে দুজন গরু বিক্রেতা একপাল গরু বিক্রয় করে পালে যত গরু ছিল প্রত্যেক গরু পিছু তত টাকা পায়। এবার তারা এই টাকা দিয়ে প্রতি মেষ 10 টাকা হিসাবে একপাল মেষ ও একটি মেষশাবক কেনে। এখন তারা এগুলি সমান ভাগ করে নেয় এবং একজন একটি মেষ বেশী পায় আর অন্যজন পায় মেষশাবকটি এবং সেই সঙ্গে কিছু টাকা।

বলতো মেষশাবকটির দাম কত এবং দ্বিতীয় জনই বা কত টাকা পায়?

### ২১৯। লগারিথ্‌ম্‌।

বীজগণিতকে অনেক সময় বলা হয় সাতটি প্রক্রিয়ার গণিত। যোগ, বিয়োগ,

সুতরাং বাকি থাকে

$$x-\frac{x+1}{2}=\frac{x-1}{2} \text{ টি ডিম।}$$

তাহলে দ্বিতীয় জন পায়

$$\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{2}\right)+\frac{1}{2}=\frac{x+1}{4} \text{ টি ডিম}$$

এইভাবে তৃতীয় ক্রেতা পায়

$$\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{2}-\frac{x+1}{4}\right)+\frac{1}{2}=\frac{x+1}{8}$$

সুতরাং,

$$\frac{x+1}{2}+\frac{x+1}{4}+\frac{x+1}{8}=x$$

বা, $(x+1)\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right]=x$

বা, $(x+1)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}\right)=x$

এটা একটা গুণোত্তরীয় প্রগতির ( Geometrical Progression ) অঙ্ক। এর সূত্র ব্যবহার করলে

$$(x+1)\left(1-\frac{1}{2^3}\right)=x$$

বা, $\frac{x}{x+1}=1-\frac{1}{2^3}$

বা, $1-\frac{1}{x+1}=1-\frac{1}{2^3}$

বা, $x+1=2^3$

বা, $x=2^3-1$

বা, $x=7$

## ৩। সতেরোটা হাতিকে সমান নয় ভাগ করতো!

ছেলেরা ভাগ করতে না পেরে তাদের মামার কাছে গেল। মামা তখন নিজের একটা হাতি তাদের ধার দিলেন। তাহলে মোট হাতি হল আঠারোটা। সুতরাং বড় ছেলে পেল আঠারোর অর্ধেক অর্থাৎ নটা, মেজ পেল ১৮ $\times \frac{১}{৩}$ বা ৬টি আর ছোট

পেল ১৮ × $\frac{১}{৯}$ বা দুটো। তাহলে তিনছেলে মিলে মোট পাচ্ছে ৯ + ৬ + ২ = ১৭টি হাতি। আর মামাও তাঁর হাতি ফেরৎ পেয়ে গেলেন।

এখানে রহস্যটা হচ্ছে $\frac{১}{২}$ + $\frac{১}{৩}$ + $\frac{১}{৯}$ = $\frac{১৭}{১৮}$, ১ নয় কিন্তু। সেইজন্যই ১৮টি হাতিকে এইভাবে ভাগ করলে তিনভাগের যোগফল ১৮ না হয়ে ১৭ হচ্ছে। আর মামাও তার হাতি ফেরৎ পেয়ে যাচ্ছেন।

**৪। চুলের পরমায়ু কত ?**

মাথায় মোট চুলের সংখ্যা ১৫০০০০। তাহলে মাসে ৩০০০ হিসেবে সব চুল উঠে যেতে সময় লাগবে ১৫০০০০/৩০০০ মাস বা ৫০ মাস বা ৪ বৎসর ২ মাস।

আবার যেই চুলটা সবচেয়ে পরে গজিয়েছে সেই চুলটাই সবচেয়ে পরে উঠে যাবে। সুতরাং যেই চুলটা আজকে গজিয়েছে সেই চুলটা উঠবে ৪ বৎসর ২ মাস পরে অর্থাৎ একটা চুলের গড় পরমায়ু ৪ বৎসর ২ মাস।

**৫। নাতির বয়স আর ঠাকুর্দার বয়স সমান ?**

তোমরা হয়ত ভাববে নাতি আর ঠাকুর্দা দুজনেরই বয়স সমান! এটাতো অবাস্তব। আসলে এখানে কিন্তু নাতি আর ঠাকুর্দার বয়স সমান নয়। নাতির জন্ম হয়েছে বিংশ শতকে আর ঠাকুর্দা জন্মেছেন উনবিংশ শতকে।

নাতি বিংশ শতকে জন্মেছে বলে তার জন্মসালের প্রথম দুটো সংখ্যা ১৯ (বিংশ শতক সুরু হয়েছে ১৯০০ সাল থেকে)। আবার নাতির জন্মসালের শেষ দুটো সংখ্যা যত ১৯৩০ সালে তার বয়স ছিল তত। সুতরাং শেষ দুটো সংখ্যার দ্বিগুণ হল ৩০ অর্থাৎ শেষ দুটো সংখ্যা হল ৩০/২ বা ১৫। তাহলে নাতির জন্ম হয়েছে ১৯১৫ সালে আর ১৯৩০ সালে তার বয়স ১৫ বৎসর ছিল।

আর ঠাকুর্দা উনবিংশ শতকে জন্মেছেন বলে তাঁর জন্মসালের প্রথম দুটো সংখ্যা ১৮। তাহলে ১৯৩০ − ১৮০০ বা ১৩০ হল তাঁর জন্মসালের শেষ দুটো সংখ্যার দ্বিগুণ। অর্থাৎ তাঁর জন্মসালের শেষ দুটো সংখ্যা হল ১৩০/২ বা ৬৫। সুতরাং ঠাকুর্দার জন্মসাল হল ১৮৬৫ এবং ১৯৩০ সালে তাঁর বয়স ছিল ৬৫ বৎসর।

**৬। টাকার হিসাব মিলছে না!**

এই ধাঁধাটার রহস্য হল একজন বাবা অন্যজন বাবার ছেলে অর্থাৎ এখানে চারজন নয়, লোক আছে মাত্র তিনজন—ঠাকুর্দা, বাবা ও ছেলে। ঠাকুর্দা বাবাকে দিলেন ২০০ টাকা, আর বাবা ছেলেকে দিলেন ৩০০ টাকা। সুতরাং

গুণ, ভাগ পাটিগণিতের এই চারটি প্রক্রিয়া ছাড়াও এতে আছে আরও তিনটি প্রক্রিয়া, ঘাত বা পাওয়ার নির্ণয় করা এবং এর দুটো বিপরীত প্রক্রিয়া।

তাহলে বীজগণিতের পঞ্চম প্রক্রিয়া হল ঘাত নির্ণয় যেমন $3^2$, $(2{\cdot}5)^3$, $a^x$ ইত্যাদির মান বার করা।

বাস্তব জীবনের অনেক ক্ষেত্রে ঘাত নির্ণয়ের প্রয়োজন হয়। যেমন বৃত্তের ক্ষেত্রফল $=\pi r^2$, গোলকের ঘনফল $=\frac{4}{3}\pi r^3$ চোঙের ঘনফল $=\pi r^2 h$ ($r=$ব্যাসার্ধ, $h=$উচ্চতা ) এছাড়া মাধ্যাকর্ষণ, স্থির বৈদ্যুতিক আকর্ষণ, চৌম্বক আকর্ষণ বল, আলোক বা শব্দের তীব্রতা এসবই দূরত্বের বর্গের ব্যস্ত সমানুপাতী।

আরও দেখা গেছে একটি নদীর স্রোতের গতিবেগ আরেকটি নদীর স্রোতের গতিবেগের 4 গুণ হলে খরস্রোতা নদীটি অন্য নদীর তুলনায় $4^6$ বা 4096 গুণ ভারী পাথর বহন করতে পারে।

কোন আলো বিকিরণকারী বস্তুর ( যেমন ইলেট্রিক বাল্বের ফিলামেণ্ট ) উষ্ণতার সঙ্গে উজ্জ্বলতার সম্পর্ক বার করতে গেলে আরও উচ্চতর ঘাতের প্রয়োজন হয়। যেমন সাদা আলো বিকিরণের ক্ষেত্রে উষ্ণতা যতগুণ বৃদ্ধি পাবে উজ্জ্বলতা তার বারতম ঘাত যত হয় ততগুণ বাড়বে আর বস্তুটি লোহিততপ্ত হলে উজ্জ্বলতা বৃদ্ধি পাবে তার ত্রিশতম ঘাত যত হয় ততগুণ। এখানে উষ্ণতা বলতে পরম উষ্ণতা (Absolute temperature) বোঝাচ্ছে অর্থাৎ $-273°$ সেলসিয়াস কে $0°$ ধরে গণনা শুরু করতে হবে। যেমন $0°K=-273°C$, $50°K=(-273+50)°C=-223°C$ ইত্যাদি। বিজ্ঞানী কেলভিনের নামানুযায়ী পরম উষ্ণতাকে K দিয়ে বোঝানো হয়। তাহলে ফিলামেণ্টের উষ্ণতা $2000°$ পরম থেকে $4000°$ পরমে পরিণত হলে অর্থাৎ দ্বিগুণ হলে তার উজ্জ্বলতা বৃদ্ধি পাবে $2^{12}$ গুণ (4000 গুণেরও বেশী )।

যোগ ও গুণের একটি করে বিপরীত প্রক্রিয়া আছে যথাক্রমে বিয়োগ ও ভাগ! কিন্তু ঘাত নির্ণয়ের দুটো বিপরীত প্রক্রিয়া আছে, বেস বার করা ও সুচক বার করা। এই পার্থক্যের কারণ কি ? কারণ হল যোগের সময় যে দুটো রাশি যোগ করা হচ্ছে তারা সমমূল্যের অর্থাৎ $a+b=b+a$। গুণের বেলাও $a\times b=b\times a$ কিন্তু ঘাত নির্ণয়ের বেলা তা হচ্ছে না কারণ $a^x \neq x^a$ ( সাধারণভাবে যেমন $4^3 \neq 3^4$

সুতরাং $a^x=b$ দেওয়া থাকলে বেস a বার করতে হলে একরকম প্রক্রিয়ার আশ্রয় নিতে হবে যাকে বলা হয় মূলনির্ণয় যেমন $a^3=125$ হলে

$a=\sqrt[3]{125}=5$ ; আর সূচক x বার করতে হলে অন্য প্রক্রিয়ার আশ্রয় নিতে হবে যাকে বলে লগারিথ্‌ম্ ( logarithm ) বা সংক্ষেপে লগ্ বার করা যেমন $3^x=243$ দেওয়া থাকলে আমরা উভয় পক্ষের লগ নিয়ে পাব $\log 3^x=\log 243$ বা $x \log 3=\log 243$ বা $x=\log 243/\log 3=5$

মনে রাখবে অতি সহজ ক্ষেত্র ছাড়া অন্য ক্ষেত্রে মূল নির্ণয়েও লগের আশ্রয় নিতে হয়।

তাহলে লগারিথম্ হচ্ছে বীজগণিতের সপ্তম প্রক্রিয়া। তোমাদের মনে নিশ্চয়ই প্রশ্ন জাগছে লগারিথমের সার্থকতা কি শুধু সূচক আর মূল বার করা? না, এ ছাড়াও লগারিথমের বিরাট সার্থকতা আছে গণিতের বিভিন্ন জটিল গণনার ক্ষেত্রে। লগারিথমের সাহায্য নিলে জটিল গণনাগুলি অনেক সহজে এবং তাড়াতাড়ি করা যায়। যেমন গুন, ভাগ এবং ঘাত নির্ণয় লগারিথমের সাহায্যে করলে যথাক্রমে যোগ, বিয়োগ এবং গুণে পরিণত হয়।

বিশ্ববিখ্যাত ফরাসী গণিতবিদ লাপলাস এ সম্পর্কে বলেছেন, লগারিথ্‌ম্ প্রকৃতপক্ষে জ্যোতির্বিজ্ঞানীদের জীবন দ্বিগুন বাড়িয়ে দিয়েছে কারণ এর সাহায্যে কয়েক মাসের গণনাকার্য কয়েক দিনেই করা সম্ভব হচ্ছে। বিশেষ করে জ্যোতির্বিজ্ঞানীদের কথা তিনি বলেছেন কেন? কারণ তাঁদেরই বিরাট বিরাট জটিল গণনার কাজ বেশী করে করতে হয়।

এখন দেখ লগারিথ্‌ম্ জিনিষটা কি? যদি a, x এবং N এমন তিনটি সংখ্যা হয় যেন $a^x=N$ $(a>0, a\neq 1)$ তাহলে সূচক x কে বলা হবে বেস a সাপেক্ষে N এর লগারিথ্‌ম্ এবং লেখা হবে $x=\log_a N$ ( লগ N টু দ্যা বেস a )

মনে রাখতে হবে লগারিথ্‌ম্ সূচক ছাড়া আর কিছুই না। আর $a^x=N$ এবং $x=\log_a N$ এই দুটো সমীকরণ একই সম্বন্ধকে বোঝাচ্ছে। একই সম্বন্ধকে সূচকীয় আকারেও লেখা যায় আবার লগের আকারেও লেখা যায়। এটা নীচের তালিকা থেকে স্পষ্ট হবে।

| | | | |
|---|---|---|---|
| সূচকীয় আকার | $2^5=32$ | $3^{-4}=\frac{1}{81}$ | $25^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{125}$ |
| লগারিথমের আকার | $\log_2 32=5$ | $\log_3(\frac{1}{81})=-4$ | $\log_{25}(\frac{1}{125})=-\frac{3}{2}$ |

লগের বেস a কখনও 0 বা 1 হতে পারে না কারণ 0 এর যে কোন ধনাত্মক ঘাত 0 এবং ঋণাত্মক ঘাত ( যেমন $0^{-3}=\frac{1}{0^3}=\frac{1}{0}$) অনির্ণেয় ; 1 এর যে কোন ঘাত 1। আবার বেস ঋণাত্মক হলেও অসুবিধা আছে কারণ ঋণাত্মক সংখ্যার ঘাতের মান ধনাত্মক, ঋণাত্মক এমন কি কাল্পনিকও হতে পারে। আবার N ঋণাত্মক হলেও তার লগ বার করতে জটিলতা দেখা দেবে।

এখন লগের কয়েকটি সহজ সূত্র দেওয়া হল।

1) $a^{\log_a N}=N$ ( কারণ $a^x=N$ হলে $x=\log_a N$ )

2) $\log_a 1=0\ (a\neq 0)$

3) একের চেয়ে বড় সংখ্যার লগ ধনাত্মক এবং একের চেয়ে ছোট সংখ্যার লগ ঋণাত্মক।

4) $\log_a a=1$

5) $\log_a (m\,n)=\log_a m+\log_a n$

6) $\log_a \frac{m}{n}=\log_a m-\log_a n$

7) $\log_a m^n=n\ \log_a m$

লগারিথমের সাহায্যে গণনা সহজ হলেও এর একটা অসুবিধাও আছে, এতে গণনার সঠিক উত্তর পাওয়া যায় না। একটা মোটামুটি (approximate) মান পাওয়া যায় মাত্র।

## ২২০। লগারিথমের দুই প্রণালি

আমরা দেখেছি যে 1 ছাড়া যে কোন ধনাত্মক সংখ্যাই লগারিথমের বেস হিসাবে ব্যবহার করা যায়। বাস্তবে কিন্তু দুটো বিশেষ সংখ্যা e এবং 10 ই লগারিথমের বেস হিসাবে ব্যবহার করা হয়।

প্রথম প্রণালিতে বেস হল আমাদের পুরানো বন্ধু e ( অঙ্কের মজা—১৫৯ ) অর্থাৎ বেস হল।

$$e=1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots \text{ অনন্ত পর্যন্ত}$$

এই প্রণালিকে বলা হয় স্বাভাবিক (Natural) বা নেপিয়ারিয় (Napierian) লগারিথম্। লগারিথমের স্রষ্টা জন নেপিয়ার ( John Napier ) এর নাম থেকেই এই প্রণালির নাম দেওয়া হয়েছে। উচ্চতর গণিতের তাত্ত্বিক আলোচনার ক্ষেত্রেই এই প্রণালি উপযোগী।

দ্বিতীয় প্রণালিতে বেস হল 10, একে বলা হয় সাধারণ (Common) লগারিথ্‌ম্‌। এর আবিষ্কর্তা হলেন ইংল্যাণ্ডের হেনরি ব্রিগস (Henry Briggs)। ব্রিগস্‌ নেপিয়ারের বই পড়ে খুবই অভিভূত হন এবং এ সম্বন্ধে লেখেন, "আমি এমন কোন বই দেখিনি যা এই বইয়ের চেয়ে আমাকে বেশী আনন্দ দিয়েছে বা বেশী আশ্চর্যান্বিত করেছে।" সমস্ত গণনার ক্ষেত্রে এই সাধারণ লগারিথ্‌ম্‌ই ব্যবহৃত হয়।

কোন সংখ্যার লগ সাধারণতঃ পূর্ণসংখ্যা না হয়ে ভগ্নাংশ হয়। লগের পূর্ণসংখ্যার অংশকে বলা হয় ক্যারেক্টারিস্টিক (Characteristic) আর প্রকৃত ভগ্নাংশ অংশকে বলে ম্যান্টিসা (Mantissa) যেমন $\log_{10}7661{\cdot}624 = 3{\cdot}88432$, এখানে ক্যারেক্টারিস্টিক 3 এবং ম্যান্টিসা ·88432, মনে রাখবে ম্যান্টিসাকে সব সময় ধনাত্মক ধরা হয়, ক্যারেক্টারিস্টিক ধনাত্মক বা ঋণাত্মক দুইই হতে পারে। যেমন $\log_{10}0{\cdot}043 = -1{\cdot}3663$ না লিখে লেখা হয়
$\log_{10}0{\cdot}043 = -1 - {\cdot}36653 = -2 + 1 - {\cdot}36653 = -2 + {\cdot}63347$
$= \bar{2}{\cdot}63347$, তাহলে ক্যারেক্টারিস্টিক হল $-2$ এবং ম্যান্টিসা $+{\cdot}63347$

সাধারণ লগারিথমের ক্যারেক্টারিস্টিক খুব সহজেই বার করা যায়। একের চেয়ে বড় কোন সংখ্যার লগের ক্ষেত্রে এই সংখ্যার পূর্ণসংখ্যার অংশে যতগুলি অঙ্ক আছে ক্যারেক্টারিস্টিক হবে তার চেয়ে এক কম। যেমন 2, 1 56, 30, 703·005 এই সংখ্যাগুলির সাধারণ লগারিথমের ক্যারেক্টারিস্টিক হবে যথাক্রমে 0,0,1 এবং 2

আর একের চেয়ে ছোট কোন ধনাত্মক সংখ্যার সাধারণ লগারিথমের ক্ষেত্রে এই সংখ্যার দশমিক বিন্দুর অব্যবহিত পরে যতগুলি 0 আছে ক্যারেক্টারিস্টিক হবে তার চেয়ে এক বেশী। কিন্তু এই ক্ষেত্রে ক্যারেক্টারিস্টিক হবে ঋনাত্মক। যেমন 0·537,0·039, 0·00081 এবং 0·5009 এই সংখ্যাগুলির সাধারণ লগারিথমের ক্যারেক্টারিস্টিক হবে যথাক্রমে —1,—2,—4 এবং—1

লগের ম্যান্টিসা বার করার কিন্তু সহজ কোন নিয়ম নেই, তা বার করতে হবে লগ টেবল থেকে।

ব্রিগস প্রথম যখন 1624 সালে সাধারণ লগারিথমের টেবল বার করেন তা ছিল 14 ঘরের অর্থাৎ ম্যান্টিসায় দশমিক বিন্দুর ডানদিকে 14টি অঙ্ক ছিল। এর পরে আরও অনেক বেশী ঘরের লগ টেবল বার হয়েছে। এ পর্যন্ত সবচেয়ে বেশী ঘরের যে লগ টেবল বার হয়েছে তা হল অ্যাডামসের। এতে অবশ্য মাত্র পাঁচটি

সংখ্যার ( 2, 3, 5, 7 এবং 10 ) স্বাভাবিক লগারিথমের মান দেওয়া আছে 260 দশমিক স্থান পর্যন্ত। এর সঙ্গে আছে 260 দশমিক একটি সংখ্যা যা দিয়ে গুণ করলে স্বাভাবিক লগারিথম্ সাধারণ লগারিথমে পরিণত হবে।

এখন অবশ্য অল্প ঘরের লগ্ টেবল ব্যবহার করার দিকেই গণিতবিদ্‌দের ঝোঁক গেছে কারণ প্রদত্ত তথ্যগুলির সূক্ষ্মতার ( accuracy ) চেয়ে গণনার ফলগুলির সূক্ষ্মতা বেশী হতে পারে না। আর অল্প ঘরের লগ টেবলের দুটো সুবিধা আছে প্রথমতঃ এদের আকার ছোট হয়, দ্বিতীয়তঃ গণনাতে সময় অনেক কম লাগে। দেখা গেছে পাঁচ ঘরের টেবল থেকে গণনা করতে যত সময় লাগে সাত ঘরের টেবল থেকে গণনা করতে তার তিনগুণ সময় লাগে।

**২২১। লগের মজা** $3>4$ !

সেদিন শ্রাবণী এসে তোমাকে বলল, আমি প্রমাণ করে দেব 4 এর চেয়ে 3 বড়। তুমি প্রতিবাদ করলে, তা কখনও হয় নাকি ?

শ্রাবণী জবাব দিল, ঠিক আছে, হয় কি না হয় এখনি বুঝতে পারবে ; আমি করে দেখাচ্ছি, আমাকে একটা খাতা দাও।

তুমি খাতা দেওয়াতে শ্রাবণী তাতে লিখল,

$$\tfrac{1}{8}>\tfrac{1}{16}$$

বা, $(\tfrac{1}{2})^3>(\tfrac{1}{2})^4$

বা, $\log_{10}(\tfrac{1}{2})^3>\log_{10}(\tfrac{1}{2})^4$

বা, $3\log_{10}(\tfrac{1}{2})>4\log_{10}(\tfrac{1}{2})$

বা, $3>4$

( উভয় পক্ষকে $\log_{10}(\tfrac{1}{2})$ দ্বারা ভাগ করে )

এখন বল তাহলে কি $3>4$ নাকি শ্রাবণীর প্রমাণে কোথাও ভুল আছে ?

**২২২। স্বাভাবিক লগারিথমের বেস** e।

তোমরা আগেই ( অঙ্কের মজা ২১৯ ) জেনেছ স্বাভাবিক বা নেপিয়ারীয় লগারিথমের বেস হল e। এই e একটি অমূলক ( irrational ) সংখ্যা অর্থাৎ e কে দুইটি পূর্ণসংখ্যার ভাগফল বা অনুপাতরূপে প্রকাশ করা সম্ভব নয়। যে সব সংখ্যাকে দুটো পূর্ণসংখ্যার অনুপাতরূপে প্রকাশ করা সম্ভব তাদের বলা হয় মূলদ ( rational ) সংখ্যা। মনে রেখ ratio ( অনুপাত ) কথাটা থেকেই rational কথাটা এসেছে। পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত শুদ্ধ e এর মান হল 2·71828 ( অঙ্কর মজা—১৫৯ )।

উচ্চতর গণিতে e এর অসাধারণ তাৎপর্য রয়েছে যেমন দেখা গেছে লগারিথমের বেস হিসাবে e ব্যবহার করলে গণিতের তত্ত্বগত-আলোচনায় অনেক সুবিধা হয়। গণিত ছাড়াও পদার্থবিজ্ঞান, জ্যোতির্বিজ্ঞান এমন কি জীববিজ্ঞানেও e এর বিরাট ভূমিকা আছে। এখানে e এর প্রয়োগের কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হল।

তেজস্ক্রিয় মৌলিকের অর্ধজীবন নির্ণয় এবং পৃথিবীর বয়স নির্ণয়

বায়ুতে পেণ্ডুলামের দোলন, ব্যারোমিটারের সাহায্যে উচ্চতা নির্ণয় (উচ্চতাবৃদ্ধির সঙ্গে বাতাসের চাপ হ্রাসের সম্পর্ক বার করা)।

জীবকোষের বৃদ্ধির হার নির্ণয় ইত্যাদি।

অনেক সময় দেখা যায় এমন কতকগুলি সমস্যা সমাধান করতে গেলে e-এর আবির্ভাব হয় যেখানে তাকে একেবারেই আশা করা যায় না। এখানে এরকম দুটো উদাহরণ দেওয়া হল।

যেমন চক্রবৃদ্ধি সুদের ক্ষেত্রে আসল P টাকা এবং এক টাকার এক বৎসরের সুদ r টাকা হলে সুদ যদি এক বৎসর অন্তর দেয় হয় তবে n বৎসরের সমূল চক্রবৃদ্ধি $A=P(1+r)^n$

যদি বছরে q বার সুদ দেয় হয় অর্থাৎ $\frac{12}{q}$ মাস অন্তর সুদ দেয় হয় তবে n বৎসরের সমূল চক্রবৃদ্ধি হবে $A=P\left(1+\frac{r}{q}\right)^{qn}$

যদি q এর মান অনন্ত হয় অর্থাৎ প্রতি মুহূর্তে সুদ দেয় হয় তাহলে আমরা পাব

$$A=P\left[\underset{p\to\infty}{\text{Limit}}\left(1+\frac{r}{q}\right)^{qn}\right]=P\left\{\underset{q\to\infty}{\text{Limit}}\left(1+\frac{r}{q}\right)^{q}\right\}^{n}$$
$$=P\{e^r\}^n=Pe^{rn}$$

কারণ দেখা গেছে q এর মান অসীমের দিকে অগ্রসর হলে $\left(1+\frac{r}{q}\right)^q$ এর মান হয় $e^r$

আর একটি উদাহরণ হল কোন সংখ্যাকে কয়েকটি অংশে ভাগ করার ক্ষেত্রে যাতে সব অংশের গুণফল সর্বোচ্চ হয়। তোমরা আগেই দেখেছ (অঙ্কের মজা—২১১) একটি প্রদত্ত সংখ্যাকে কয়েকটি অংশে বিভক্ত করলে যদি প্রত্যেক অংশ সমান হয় তবেই সব অংশের গুণফলের মান সবচেয়ে বড় হবে। যেমন 40 কে

পাঁচটি অংশে বিভক্ত করলে এই পাঁচটি অংশের গুণফল সর্বোচ্চ হবে যদি প্রতি অংশ $40 \div 5$ বা 8 হয়।

কিন্তু যদি প্রশ্ন হয় 40 কে কটি অংশে ভাগ করলে সব অংশের গুণফল সর্বোচ্চ হবে? দুটো, তিনটে, চারটে না কটা? এর উত্তর হল গুণফলের মান সর্বোচ্চ হতে হলে প্রতি অংশতো সমান হতে হবেই এছাড়া প্রত্যেক অংশের মান e এর যতটা সম্ভব কাছাকাছিও হতে হবে।

যেমন 10 এর ক্ষেত্রে প্রত্যেক অংশকে $e = 2{\cdot}718\cdots$এর সমান হতে হলে 10 কে $10/2{\cdot}718\cdots = 3{\cdot}67\cdots$টি সমান অংশে ভাগ করতে হবে। কিন্তু কোন সংখ্যাকেই $3{\cdot}67\cdots$ টি (অর্থাৎ ভগ্নাংশ সংখ্যক) সমান অংশে ভাগ করা সম্ভব নয়। তাহলে 10 কে 3·67 এর নিকটতম পূর্ণ সংখ্যা 4 ভাগে ভাগ করলে তবেই সব অংশের গুণফল সর্বোচ্চ হবে। এক্ষেত্রে প্রতি অংশ হবে $10/4 = 2{\cdot}5$ এবং সর্বোচ্চ গুণফল হবে $(2{\cdot}5)^4 = 39{\cdot}0625$

যদি 10 কে তিনটি বা পাঁচটি সমান অংশে ভাগ করি তবে সব অংশের গুণফল হবে যথাক্রমে $(10/3)^3 = 37{\cdot}03$ এবং $(10/5)^5 = 32$ অর্থাৎ প্রতি ক্ষেত্রেই গুণফল হচ্ছে আগের চেয়ে কম।

যদি এভাবে 50 কে ভাগ করতে হয় তবে 18টি সমান অংশে ভাগ করতে হবে। কারণ $50 \div 2{\cdot}718\cdots = 18{\cdot}39\cdots$এর নিকটতম পূর্ণ সংখ্যা 18

**২২৩। pH কাকে বলে?**

তোমরা হয়তো pH কথাটা শুনেছ, pH মানে কি?

বিশুদ্ধ জল তড়িতের কুপরিবাহী হলেও একেবারে অপরিবাহী নয়। এরও সামান্য তড়িৎ পরিবহন ক্ষমতা আছে। এর কারণ হল বিশুদ্ধ জলেও সামান্য পরিমাণ হাইড্রোজেন ও হাইড্রোক্সিল আয়ন থাকে। যে পরমাণু বা পরমাণুগোষ্ঠী (অর্থাৎ মূলক) তড়িৎ আধানযুক্ত অর্থাৎ যা কিছু পরিমাণ বিদ্যুৎ বহন করে তাকে বলে আয়ন।

বিশুদ্ধ জলেও অতি সামান্য কিছু জলের অণু হাইড্রোজেন আয়ন ($H^+$) এবং হাইড্রোক্সিল আয়নে ($OH^-$) ভেঙে যায়, যেমন

$$H_2O \rightleftharpoons H^+ + OH^-$$

হাইড্রোজেন পরমাণু তার একমাত্র ইলেকট্রনটিকে দিয়ে দেয় হাইড্রোক্সিল মূলককে। ফলে হাইড্রোজেন পরিণত হয় ধনাত্মক তড়িৎযুক্ত হাইড্রোজেন আয়নে ও OH মূলক পরিণত হয় ঋণাত্মক তড়িৎযুক্ত হাইড্রোক্সিল আয়নে কারণ

প্রত্যেক ইলেকট্রনে আছে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ ঋণাত্মক তড়িৎ। মনে রাখতে হবে একটি সাধারণ হাইড্রোজেন আয়ন একটি প্রোটন ছাড়া আর কিছুই নয় কারণ একটি সাধারণ হাইড্রোজেন পরমাণুতে আছে একটি প্রোটন ও একটি ইলেকট্রন।

কোন যৌগিকের এভাবে আয়নে ভেঙে যাওয়াকে বলে আয়নিজেসান (Ionisation)। এই আয়নগুলিই তড়িৎ পরিবহন করে, অ-আয়নিত অণুগুলি নয়। সাধারণতঃ কোন যৌগিকের সব অণুই আয়নে ভেঙে যায় না, কিছু অণু আয়নে ভেঙে যায়। তবে শক্তিশালী অ্যাসিড, শক্তিশালী ক্ষার এবং এদের লবণের সমস্ত অণুই তাদের জলীয় দ্রবণে আয়নে ভেঙে যায়, দ্রবণের গাঢ়তা যাই হোক না কেন। এভাবে আয়নে ভেঙে যাওয়া একটি উভমুখী প্রক্রিয়া অর্থাৎ একদিকে অণুগুলি ভেঙে যেমন আয়ন সৃষ্টি হচ্ছে অপরদিকে আয়নগুলি যুক্ত হয়ে আবার আগের অণু তৈরি হচ্ছে। ধনাত্মক আয়নকে বলা হয় ক্যাটায়ন (Cation) যেমন হাইড্রোজেন আয়ন ($H^+$) ও ঋণাত্মক আয়নকে বলে অ্যানায়ন (Anion) যেমন হাইড্রোক্সিল আয়ন ($OH^-$)।

কোন আয়নের ঘনীভবন (Ion Concentration) বলতে বোঝায় প্রতি লিটার দ্রবণে সেই আয়নের গ্রাম আয়নের পরিমাণ। যেমন হাইড্রোজেন আয়নের গ্রাম আয়ন এক গ্রাম কারণ হাইড্রোজেনের পারমাণবিক গুরুত্ব এক। সুতরাং কোন দ্রবণের হাইড্রোজেন আয়ন ঘনীভবন $10^{-4}$ ($=\frac{1}{10000}$) গ্রাম আয়ন বললে বুঝতে হবে সেই দ্রবণের প্রতি লিটারে $10^{-4}$ গ্রাম আয়েন হাইড্রোজেন আয়ন অর্থাৎ $10^{-4}$ গ্রাম হাইড্রোজেন আয়ন আছে।

আবার হাইড্রোক্সিল আয়নের গ্রাম আয়ন 17 গ্রাম কারণ হাইড্রোজেনের পারমাণবিক গুরুত্ব + অক্সিজেনের পারমাণবিক গুরুত্ব $=1+16=17$। সুতরাং কোন দ্রবণে হাইড্রোক্সিল আয়নের ঘনীভবন $10^{-4}$ গ্রাম আয়ন বললে বোঝাবে সেই দ্রবণের প্রতি লিটারে $10^{-4}$ গ্রাম আয়ন হাইড্রোক্সিল আয়ন অর্থাৎ $17 \times 10^{-4}$ গ্রাম হাইড্রোক্সিল আয়ন আছে।

হাইড্রোজেন আয়ন ঘনীভবনকে $[H^+]$ বা $C_h+$ দিয়ে বোঝান হয়, এইভাবে $[OH^-]$ বা $C_{oh}-$ হল হাইড্রোক্সিল আয়ন ঘনীভবন। প্রমাণ করা যায় যে বিশুদ্ধ জল বা যে কোনো জলীয় দ্রবণে কোনো নির্দিষ্ট উষ্ণতায়

$$[H^+] \times [OH^-]$$

এই গুণফলের মান সবসময় ধ্রুবক। এই গুণফলকে বলে জলের আয়নিয় গুণফল

(Ionic product)। যেমন সাধারণ উষ্ণতায় (25°C) জলের আয়নিয় গুণফল $[H^+] \times [OH^-] = 10^{-14} = \frac{1}{10^{14}}$, উষ্ণতা বৃদ্ধি পেলে আয়নিয় গুণফলের মানও বৃদ্ধি পায়।

জল বিশুদ্ধ হলে যে কোনো উষ্ণতায় $[H^+] = [OH^-]$। সুতরাং 25°C উষ্ণতায় বিশুদ্ধ জলে $[H^+] \cdot [OH^-] = 10^{-7}$ তাহলে 25°C উষ্ণতায় বিশুদ্ধ জলের ক্ষেত্রে প্রতি লিটারে হাইড্রোজেন আয়ন থাকবে $10^{-7}$ গ্রাম এবং হাইড্রোক্সিল আয়ন থাকবে $17 \times 10^{-7}$ গ্রাম। অর্থাৎ এক কোটি লিটার জলে হাইড্রোজেন আয়ন থাকবে 1 গ্রাম এবং হাইড্রোক্সিল আয়ন 17 গ্রাম। আর অ্যাসিডের জলীয় দ্রবণে $[H^+] > [OH^-]$ এবং ক্ষারের জলীয় দ্রবণে $[H^+] < [OH^-]$ কিন্তু সবক্ষেত্রেই যে কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় $[H^+] \times [OH^-]$ এর মান নির্দিষ্ট।

কোন জলীয় দ্রবণের হাইড্রোজেন আয়ন ঘনীভবন কত তা জানার বিশেষ গুরুত্ব আছে কারণ এর উপর দ্রবণের রাসায়নিক ধর্ম অনেকটা নির্ভর করে। দেখতে পাচ্ছ হাইড্রোজেন আয়ন ঘনীভবন অনেক সময়ই একটি ক্ষুদ্র ভগ্নাংশ (যেমন 25°C উষ্ণতায় বিশুদ্ধ জলের ক্ষেত্রে $10^{-7} = 0{\cdot}0000001$)। এই অসুবিধা দূর করার জন্য হাইড্রোজেন আয়ন ঘনীভবনের লগারিথ্‌ম্‌ নিয়ে তার চিহ্ন পাল্টে দেওয়া হয় এবং একেই বলে সেই দ্রবণের pH, অর্থাৎ

$$pH = -\log_{10}[H^+]$$

তাহলে যেই দ্রবণের $[H^+] = 10^{-7}$ তার $pH = -\log_{10}(10^{-7}) = -(-7)\log_{10}10 = 7 \times 1$ (কারণ $\log_a a = 1$) $= 7$

এখন 25°C উষ্ণতায় বিশুদ্ধ জলের $[H^+] = 10^{-7}$, অ্যাসিড দ্রবণের $[H^+] > 10^{-7}$ এবং ক্ষার দ্রবণের $[H^+] < 10^{-7}$; সুতরাং 25°C উষ্ণতায় বিশুদ্ধ জলের $pH = 7$, অ্যাসিড দ্রবণের $pH < 7$ এবং ক্ষার দ্রবণের $pH > 7$। যেমন কোন ক্ষার দ্রবণের $[H^+] = 10^{-9}$ হলে এর $pH = -\log^{10}(10^{-9}) = -(-9)\log_{10}10 = 9 \times 1 = 9$

সুতরাং সাধারন উষ্ণতায় (25°C) কোন দ্রবণের $pH = 7$ হলে বুঝতে হবে দ্রবণ নিরপেক্ষ (অর্থাৎ অ্যাসিডিক বা ক্ষারীয় কোনটিই নয়), $pH < 7$ হলে দ্রবণ অ্যাসিডধর্মী, $pH > 7$ হলে দ্রবণ ক্ষারধর্মী।

হাইড্রোজেন আয়ন ঘনীভবন ও pH এর মধ্যে সহজ সম্পর্ক হল $[H^+]$ যদি

10 গুন হয় তবে pH কমবে এক একক, আবার $[H^+]$ যদি $\frac{1}{100}$ $\left(=\frac{1}{10^2}=10^{-2}\right)$ ভাগ হয় তবে pH বাড়বে 2 একক এই রকম।

সাধারণতঃ অ্যাসিড দ্রবণের pH 0 থেকে 4 এর মধ্যে থাকে (গাঢ় অ্যাসিডের ক্ষেত্রে ঋণাত্মকও হতে পারে) আর ক্ষার দ্রবণের pH এর মান 10 থেকে 14 এর মধ্যে থাকে (গাঢ় ক্ষার দ্রবণের ক্ষেত্রে 14 এর বেশীও হতে পারে)।

অ্যাসিডের জলীয় দ্রবণে $[H^+]$ বৃদ্ধি পায় কেন? এর কারণ অ্যাসিডের আয়নিভবনের ফলে প্রচুর হাইড্রোজেন আয়ন উৎপন্ন হয়। অপরদিকে ক্ষারের জলীয় দ্রবণে ক্ষারের আয়নিভবনের ফলে প্রচুর হাইড্রোক্সিল আয়ন উৎপন্ন হয়। আগেই দেখেছ যে কোন জলীয় দ্রবণে কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় $[H^+]\times[OH^-]$ = ধ্রুবক, সুতরাং ক্ষারের দ্রবণে $[OH^-]$ বৃদ্ধি পাওয়ায় $[H^+]$ কমে যায়।

কোন জলীয় দ্রবণের অ্যাসিডধর্ম বা ক্ষারধর্ম কতটা তীব্র তা মোটামুটিভাবে তার pH দ্বারা বোঝা যায়, pH এর মান যত বেশী দ্রবণের ক্ষারধর্ম তত তীব্র আর pH যত কম তার অ্যাসিডিটি তত বেশী।

অনেক রাসায়নিক বিক্রিয়া দ্রবণের PH এর উপর নির্ভর করে বলে বহু রাসায়নিক শিল্পে pH এর মান কঠোরভাবে নিয়ন্ত্রণ করতে হয় যেমন ঔষধ প্রস্তুত, পাউরুটি শিল্প, কালি প্রস্তুত, ফার্মেনটেশান ইত্যাদিতে। প্রাণী এবং উদ্ভিদের দেহে যে সব রাসায়নিক বিক্রিয়া ঘটে তাতেও pH এর বিশেষ ভূমিকা আছে। সুস্থ মানুষের রক্তের pH 7·3 থেকে 7·45 এর মধ্যে থাকে, এর গড় মান 7·4 অর্থাৎ মানুষের রক্ত অতি সামান্য ক্ষারধর্মী। গুরুতর অসুস্থ না হলে রক্তের pH এই সীমার বাইরে যায় না।

এখানে একটা কথা মনে রাখবে। যদিও সরলতার খাতিরে আগে বলা হয়েছে জল হাইড্রোজেন আয়ন ও হাইড্রোক্সিল আয়নে আয়নিত হয় কিন্তু প্রকৃতপক্ষে জল হাইড্রোনিয়াম আয়ন ($H_3O^+$ বা $H^+$, $H_2O$) ও হাইড্রোক্সিল আয়নে আয়নিত হয়। অনুরূপভাবে অ্যাসিড থেকেও হাইড্রোজেন আয়নের পরিবর্তে হাইড্রোনিয়াম আয়ন উৎপন্ন হয়। যেমন

$$2H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + OH^-$$

$$HCl + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + Cl^-$$

বাবার ( অর্থাৎ ঠাকুর্দার ছেলের ) মোট টাকা কমে গেল ৩০০—২০০ বা ১০০ টাকা এবং ছেলের মোট টাকা বাড়ল ৩০০ টাকা। তাহলে দুজনের মিলে মোট টাকা বৃদ্ধি পেল মাত্র ৩০০ – ১০০ বা ২০০ টাকা।

## ৭। অঙ্কের ম্যাজিক !

শেষ ভাগফলকে ১৫ দিয়ে ভাগ করলেই উত্তর পাওয়া যাবে যেমন ১৩৬০৫/১৫ =৯০৭।

যে কোন তিন অঙ্কের সংখ্যার ডানদিকে যদি আবার সেই সংখ্যাটা লেখা যায় তখন যে ছয় অঙ্কর সংখ্যাটা পাওয়া যায় সেটা আসলে মূল তিন অঙ্কের সংখ্যার ১০০১ গুণ যেমন ৯০৭×১০০১=৯০৭৯০৭। আবার ৭×১১×১৩ =১০০১ এবং ৫×৩=১৫। সুতরাং আসলে তুমি মূল তিন অঙ্কের সংখ্যাটাকে ১০০১ দিয়ে গুণ করেছ আবার ১০০১ দিয়ে ভাগ করেছ আবার ১৫ দিয়ে গুণ করেছ অর্থাৎ সব মিলিয়ে তুমি মূল সংখ্যাটাকে ১৫ দিয়ে গুণ করেছ। সুতরাং শেষ ভাগফলকে ১৫ দিয়ে ভাগ করলেই তুমি মূল সংখ্যাটা পেয়ে যাচ্ছ।

## ৮। টাকা দ্বিগুণ করার গল্প !

এই ধাঁধাটাও শেষ দিক থেকে সমাধান করতে হবে।

তৃতীয়বার টাকা দ্বিগুণ করার পর ঠগকে ৮০ টাকা দিয়ে আর কিছু থাকল না। সুতরাং তৃতীয়বার টাকা দ্বিগুণ করার পর ছিল ৮০ টাকা। তাহলে তৃতীয়বার দ্বিগুণ করার আগে ছিল ৮০/২ বা ৪০ টাকা। দ্বিতীয়বার দ্বিগুণ করার পর ঠগ পেয়েছিল ৮০ টাকা, সুতরাং দ্বিতীয়বার দ্বিগুণ করার পর ছিল ৮০+৪০ বা ১২০ টাকা।

তাহলে দ্বিতীয়বার দ্বিগুণ করার আগে ছিল ১২০/২ বা ৬০ টাকা। এখন প্রথমবার দ্বিগুণ করার পর ঠগকে দিতে হয়েছিল ৮০ টাকা। সুতরাং প্রথমবার দ্বিগুণ করার পর ছিল ৮০+৬০ বা ১৪০ টাকা।

কাজেই প্রথমবার দ্বিগুণ করার আগে ছিল ১৪০/২ বা ৭০ টাকা। অর্থাৎ বোকা লোকটার কাছে প্রথমে ৭০ টাকা ছিল।

এবার একটু মিলিয়ে নাও। প্রথমে ছিল ৭০ টাকা।

প্রথমবার দ্বিগুণ করার পর ছিল ৭০×২ বা ১৪০ টাকা। প্রথমবার ঠগকে টাকা দেওয়ার পর ১৪০—৮০ বা ৬০ টাকা। দ্বিতীয়বার দ্বিগুণ করার পর ৬০×২ বা ১২০ টাকা। দ্বিতীয়বার টাকা দেওয়ার পর ১২০—৮০ বা ৪০ টাকা।

তৃতীয়বার দ্বিগুণ করার পর ৪০×২ বা ৮০ টাকা। তৃতীয়বার ঠগকে টাকা দেওয়ার পর ৮০ − ৮০ বা ০ টাকা।

**৯। ভুলে যাওয়া অঙ্ক !**

এখানে বাকি অঙ্কগুলোর যোগফল = ৩+৮+০ = ১১। এই ১১ এর পরবর্তী ৯ এর গুণিতক হল ১৮। এখন ১৮ − ১১ = ৭। তাহলে না বলা অঙ্কটা হল ৭।

এরকম হওয়ার কারণ কি ? কারণ হল যে কোন সংখ্যা থেকে সেই সংখ্যার অঙ্কগুলোর সমষ্টি বিয়োগ করলে বিয়োগফল সবসময় ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

এর প্রমাণটাকে সহজ করার জন্য আমরা একটা তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা নিচ্ছি। মনে কর এই সংখ্যাটির শতকের অঙ্ক $a$, দশকের অঙ্ক $b$ এবং এককের অঙ্ক $c$। সুতরাং সংখ্যাটির মান $= 100a + 10b + c$ আর সংখ্যাটির অঙ্কগুলোর যোগফল $= a + b + c$।

সুতরাং বিয়োগফল $= 100a + 10b + c - a - b - c = 99a + 9b = 9(11a + b)$। সুতরাং এই বিয়োগফলটা সর্বদা ৯ দ্বারা বিভাজ্য হচ্ছে। আমরা বীজগণিত থেকে জানি কোন সংখ্যা ৯ দ্বারা বিভাজ্য হলে সেই সংখ্যার অঙ্কগুলোর সমষ্টিও ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে। সুতরাং বিয়োগফলের অঙ্কগুলোর যোগফল ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে। কাজেই বিয়োগফলের একটি অঙ্ক বাদে বাকি অঙ্ক গুলোর যোগফল পরবর্তি ৯ এর গুণিতক হতে বিয়োগ করলেই না বলা অঙ্কটি পেয়ে যাবে।

এমন যদি হয় যে বাকি অঙ্কগুলির যোগফলই ৯ এর গুণিতক তবে না বলা অঙ্কটা হয় ৯ অথবা ০।

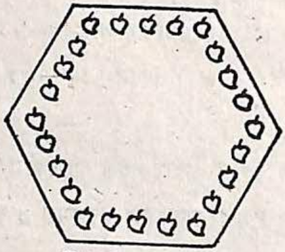
**১০। ওজন কত বেশী ?**

বড় বাটিতে জল ধরে ২০০০ গ্রাম আর ছোট বাটিতে ২৫০ গ্রাম অর্থাৎ বড়তে ছোটর ২০০০/২৫০ বা ৮ গুণ জল ধরে।

এখানে বাটি দুটো জ্যামিতিক ভাবে সদৃশ। বড় বাটিতে ছোটর আটগুণ জায়গা আছে সুতরাং বড় বাটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা যথাক্রমে ছোটর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতার $\sqrt[3]{৮}$ বা ২ গুণ হবে। তাহলে বড়র পৃষ্ঠতল ছোটর পৃষ্ঠতলের ২×২ বা ৪ গুণ হবে। বাটির ওজন নির্ভর করে তার পৃষ্ঠতল এবং বেধের উপর। এখন দুটো বাটিই সমান পুরু অর্থাৎ তাদের বেধ সমান সুতরাং বড় বাটির ওজন ছোটর ওজনের চার গুণ।

## ১১। সারিতে সাজান ?

আম গুলোকে একটা ষড়ভুজের আকারে সাজাতে হবে ( চিত্র ১ )।



চিত্র ।(সমাধান ।।)

## ১২। শেকল জোড়ার সমস্যা ?

প্রথমে মনে হতে পারে চারটে আংটা খুলতে হবে কিন্তু আসলে তিনটে খুললেই হবে। একটা ছোট শেকলের তিনটে আংটাই খুলে নিলে তা দিয়ে বাকি চারটে শেকল জুড়ে দেওয়া যাবে।

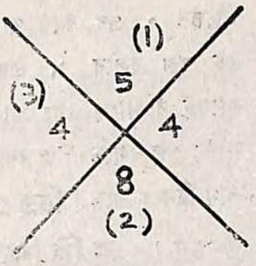
## ১৩। গুণ ঠিক হল কিনা কি করে বুঝবে ?

গুণ ঠিক হল কিনা বোঝার সহজ উপায় আছে, একটা উদাহরণ দিলে স্পষ্ট হবে।

মনে কর ৭৩০৪ কে ২১৫ দিয়ে গুণ করতে হবে। পাশে গুণটা করে দেখানো হল। এখানে ৭৩০৪ হল গুণ্য, ২১৫ গুণক আর ১৫৭০৩৬০ গুণফল। গুণ্য, গুণক এবং গুণফলকে যথাক্রমে (১), (২) এবং (৩) দিয়ে বোঝান হল।

এবার বড় করে একটা গুণচিহ্ন (×) দাও। এখন গুণ্য—৭৩০৪ এর অঙ্কগুলো যোগ কর। যোগফল হল ১৪, এই ১৪ কে ৯ দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল হয় ১ আর ভাগশেষ থাকে ৫। এই ভাগশেষ ৫ কে ×এর উপরে লেখ। গুণক ২১৫ এর অঙ্কগুলোর যোগফল ৮। এই ৮ কে ৯ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ থাকে ৮ ( এখানে ভাগফল ০ )। এই ভাগশেষ ৮ কে ×এর নীচে বসাও। গুণফলের অঙ্কগুলো যোগ করলে যোগফল হয় ১+৫+৭+০+৩+৬+০ =২২। এই ২২ কে ৯ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ হয় ৪। এই ৪ কে ×এর বাম দিকে রাখ। এবার গুণ্য আর গুণক থেকে প্রাপ্ত ভাগশেষ যথাক্রমে ৫ এবং ৮ গুণ করে পাওয়া গেল ৪০। এই ৪০ কে ৯ দিয়ে ভাগ করে ভাগশেষ পাওয়া যায় ৪। এই ৪ কে ×এর ডানপাশে বসাও।

সুতরাং ×এর বাম এবং ডান উভয় পাশে রইল একই সংখ্যা ৪। এখন ×এর বাম এবং ডান দুপাশে আলাদা সংখ্যা থাকলে বুঝতে হবে গুণ ভুল হয়েছে আর সমান সংখ্যা থাকলে ধরতে হবে গুণ ঠিক হয়েছে। সুতরাং এখানে গুণ ঠিক হয়েছে ( চিত্র দেখ )।



সমাধান 13

তবে একটা কথা মনে রাখবে। দুপাশে আলাদা সংখ্যা থাকলে গুণ ভুল হয়েছে এটা নিশ্চিত কিন্তু একই সংখ্যা থাকলেও গুণ যে ঠিক হয়েছে তা জোর করে বলা যায়না। আর কোনও ক্ষেত্রে ভাগ মিলে গেলে ভাগশেষ শূন্য ধরবে!

```
       ৭৩০৪···(১)
        ২১৫···(২)
   ─────────────────
      ৩৬৫২০
      ৭৩০৪ ×
    ১৪৬০৮ ×
   ─────────────────
    ১৫৭০৩৬০···(৩)
```

## ১৪। ভাগ ঠিক হল কিনা-বোঝার উপায় কি ?

ভাগের বিশুদ্ধতা বুঝতে হলে গুণের অনুরূপ নিয়মই অনুসরণ করতে হবে। এখানে ভাজককে ধরতে হবে গুণ্য, ভাগফল গুণক আর যদি ভাগ মিলে যায় তবে ভাজ্য হবে গুণফল। ভাগ না মিলে গেলে ভাজ্য থেকে ভাগশেষ বিয়োগ করে সেই বিয়োগফলকে গুণফল ধরবে।



সমাধান 14

মনে কর ভাজক ৩২৫, ভাজ্য ৫২৬৭০, সুতরাং ভাগফল ১৬২ এবং ভাগশেষ ২০। তাহলে গুণ্য হল ৩২৫, ৩+২+৫=১০, এই ১০ কে ৯ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ থাকে ১। গুণক ১৬২, ১+৬+২=৯, এই ৯কে ৯ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ ০। গুণফল =৫২৬৭০−২০=৫২৬৫০, ৫+২+৬+৫+০=১৮, এই ১৮কে ৯ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ হয় ০।

## ২২৪। অঙ্ক সংখ্যা কত?

যে কোন সংখ্যার (মনে কর 17) যে কোন ঘাতের (মনে কর 41 তম ঘাতের) অঙ্ক সংখ্যা কত তা কি চট্ করে বলা সম্ভব? হ্যাঁ, লগের সাহায্যে সহজেই এটা বলা যায়।

আমাদের বার করতে হবে $17^{41}$ এর অঙ্ক সংখ্যা কত?

মনে কর $x = 17^{41}$, তাহলে উভয় পক্ষের লগ (সাধারণ লগারিথ্ম্) নিয়ে

$$\log x = \log 17^{41} = 41 \log 17$$
$$= 41 \times 1{\cdot}23 = 50{\cdot}43$$

তাহলে $\log x$ এর ক্যারেকটারিস্টিক 50, সুতরাং $x$ এর অঙ্ক সংখ্যা $50+1 = 51$ অর্থাৎ $17^{41}$ সংখ্যাটিতে মোট 51টি অঙ্ক আছে।

## ২২৫। কোন্ সংখ্যার ঘাত?

সেদিন যূথিকা এসে তোমাকে বলল, এক থেকে কুড়ির মধ্যে যে কোন সংখ্যার যে কোন ঘাত আমাকে বললে আমি সেই সংখ্যাটি বলে দেব।

তুমি অনেক গুনটুন করে বললে, ঠিক আছে এই 29টি অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির 34 তম মূল বার কর। এই বলে তুমি সংখ্যাটি লিখতে গেলে। কিন্তু লিখবার আগেই যূথিকা বলে উঠল, না, না, লিখতে হবে না। আমি এক্ষুনি তোমার না লেখা সংখ্যার 34 তম মূল বার করে দিচ্ছি। এই বলে একটু অঙ্কটঙ্ক করে সে জানাল, ঐ সংখ্যাটার 34 তম মূল সাত। তুমি তো অবাক! যূথিকা সংখ্যাটা না জেনেই তার 34 তম মূল বার করে ফেলল!

এটা করতে হলে তোমাকে 2 থেকে 20 পর্যন্ত সংখ্যার সাধারণ লগের মান জানতে হবে। এগুলো নীচে দেওয়া হল।

| সংখ্যা | লগারিথ্ম্ | সংখ্যা | লগারিথ্ম্ |
|---|---|---|---|
| 2 | 0·30 | 11 | 1·04 |
| 3 | 0·48 | 12 | 1·08 |
| 4 | 0·60 | 13 | 1·11 |
| 5 | 0·70 | 14 | 1·15 |
| 6 | 0·78 | 15 | 1·18 |
| 7 | 0·85 | 16 | 1·20 |
| 8 | 0·90 | 17 | 1·23 |
| 9 | 0·95 | 18 | 1·26 |
| 10 | 1·00 | 19 | 1·28 |
| | | 20 | 1·30 |

এখন নির্ণেয় মূল x হলে তোমার সংখ্যাটি হল $x^{34}$

তাহলে এই $x^{34}$ সংখ্যাটিতে 29টি অঙ্ক আছে, সুতরাং $x^{34}$ এর লগের ক্যারেকটারিষ্টিক $29-1=28$ অর্থাৎ $\log x^{34}$ এর মান 28 থেকে 28·99 এর মধ্যে থাকবে। তাহলে

$$28 \leqslant \log x^{34} \leqslant 28{\cdot}99$$

বা $28 \leqslant 34 \log x \leqslant 28{\cdot}99$

বা $\frac{28}{34} \leqslant \log x \leqslant \frac{28{\cdot}99}{34}$

বা $0{\cdot}82 \leqslant \log x \leqslant 0{\cdot}85$

এখন তালিকা থেকে দেখতে পাচ্ছ একটি মাত্র সংখ্যাই আছে যার লগের মান 0 82 থেকে 0·85 এর মধ্যে এবং এই সংখ্যাটি হল সাত। সুতরাং তোমার না বলা সংখ্যাটির 34 তম মূল হল সাত।

মনে রেখ উচ্চ ঘাতের বেলাই মূল সঠিকভাবে বলা সম্ভব। নিম্ন ঘাতের ক্ষেত্রে অনেক সময় দেখা যায় একাধিক সংখ্যার লগের মান log x এর সীমার মধ্যে থেকে যাচ্ছে। এসবক্ষেত্রে মূল নির্দিষ্টভাবে বলা সম্ভব নয়।

**২২৬। শব্দ দূষণের অঙ্ক !**

তোমরা নিশ্চয়ই দূষণ অর্থাৎ পরিবেশ দূষণের কথা শুনেছ। দূষণ প্রধানতঃ পাঁচ প্রকার। বায়ু দূষণ, জল দূষণ, খাদ্য দূষণ, ঔষধ ও শব্দ দূষণ।

এখানে শব্দ দূষণ নিয়ে কিছু আলোচনা করা হল। শব্দ দূষণ কাকে বলে ? শব্দ যদি এত জোরালো হয় যে আমাদের অসুবিধা বা বিরক্তির কারণ হয় তবে তাকেই বলে শব্দ দূষণ।

শব্দ কতটা জোরালো তা কিভাবে মাপা যায় ? এটা বুঝতে হলে আগে আমাদের জানতে হবে শব্দের তীব্রতা কাকে বলে ?

তোমরা সবাই জান যে বস্তুর কম্পনের ফলেই শব্দ উৎপন্ন হয় আর শব্দ একরকম শক্তি, শব্দ যে মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে যায় সেই মাধ্যমের কণাগুলির কম্পন-জনিত গতিশক্তিই শব্দশক্তি।

সব শব্দ কিন্তু আমরা শুনতে পাই না। কোন শব্দ আমরা শুনতে পাব কিনা তা নির্ভর করে তার দুটো বৈশিষ্ট্যের উপর, কম্পাঙ্ক ও তীব্রতা। কম্পাঙ্ক ( Frequency ) বলতে বোঝায় শব্দের উৎসের ( অর্থাৎ যে বস্তুর কম্পনের ফলে শব্দ উৎপন্ন হচ্ছে ) প্রতি সেকেণ্ডে কম্পনের সংখ্যা। এর একক হল হার্ট্‌জ

( Hertz ) বা সি. পি. এস. ( c. p. s., cycles per second ), যেমন কোন শব্দের কম্পাঙ্ক 256 হার্টজ বা সি. পি. এস. মানে হল শব্দের উৎসের প্রতি সেকেণ্ডে 256 বার কম্পন ঘটছে।

সাধারণতঃ 20 থেকে 20000 Hz ( হার্ট্‌জ ) কম্পাঙ্কের শব্দই আমরা শুনতে পাই অর্থাৎ কম্পাঙ্ক 20 সি. পি. এসের কম বা 20000 সি. পি. এসের বেশী হলে আমরা সেই শব্দ শুনতে পাই না। যেই শব্দের কম্পাঙ্ক 20 সি. পি. এসের কম তাকে বলে ইনফ্রাসোনিক ( Infrasonic ) শব্দ আর কম্পাঙ্ক 20000 সি. পি. এসের বেশী হলে তা হল আলট্রাসোনিক ( Ultrasonic ) শব্দ। শব্দ বিজ্ঞানের যে অংশে আলট্রাসোনিক শব্দ নিয়ে আলোচনা করা হয় তাকে বলে আলট্রাসোনিকস।

আবার বায়ুতে শব্দের গতিবেগ অর্থাৎ ঘণ্টায় 1160 কিলোমিটারের কম গতিবেগকে বলে সাবসোনিক ( Subsonic ) বেগ, আর এর বেশী গতিবেগ হল শব্দোত্তর ( Supersonic ) বেগ। যেমন যেই প্লেনের বেগ শব্দের চেয়ে বেশী তাকে বলে সুপারসোনিক প্লেন। আগে আলট্রাসোনিক শব্দকে সুপারসোনিক বলা হোত।

যে শব্দের কম্পাঙ্ক যত বেশী তা আমাদের তত সরু বা তীক্ষ্ণ মনে হয় অবশ্য কম্পাঙ্ক ও তীক্ষ্ণতার (Pitch) মধ্যে কোন সরল আনুপাতিক সম্বন্ধ নেই। কারণ কম্পাঙ্ক হল একটি সম্পূর্ণ ভৌত ( Physical ) ব্যাপার আর তীক্ষ্ণতা হল একটি ব্যক্তিগত অনুভূতি অর্থাৎ কম্পাঙ্ক হল উদ্দীপক (Stimulus) এবং তীক্ষ্ণতা তার প্রতিক্রিয়াজনিত অনুভূতি।

এই প্রসঙ্গে মনে রেখ শব্দের উৎস ও শ্রোতার মধ্যে কোন আপেক্ষিক গতি থাকলে শব্দের তীক্ষ্ণতা পালটে যায়। একে বলে ডপলার ক্রিয়া ( Doppler's effect )। এর ফলে তুমি স্টেশনে দাঁড়িয়ে থাকলে ট্রেন আসার সময় তোমার কাছে এঞ্জিনের বাঁশির শব্দ বেশী তীক্ষ্ণ আর ট্রেন চলে যাবার সময় কম তীক্ষ্ণ মনে হবে। আবার ট্রেন একস্থানে দাঁড়িয়ে থাকলে তুমি ট্রেনের কাছে যাওয়ার সময় বাঁশির শব্দ বেশী তীক্ষ্ণ আর ট্রেন থেকে দূরে চলে যাওয়ার সময় কম তীক্ষ্ণ মনে হবে। অর্থাৎ উৎস ও শ্রোতা পরস্পরের নিকটে আসতে থাকলে শব্দের তীক্ষ্ণতা বেশী এবং পরস্পর হতে দূরে সরে যেতে থাকলে তীক্ষ্ণতা কম মনে হয়। ডপলার ক্রিয়া আলোর বেলাও খাটে।

বিজ্ঞানের বিভিন্ন ক্ষেত্রে আলট্রাসোনিক শব্দের অনেক প্রয়োগ আছে।

যেমন জামাকাপড়, গাড়ি যন্ত্রপাতি ইত্যাদি আলট্রাসোনিক শব্দের সাহায্যে পরিষ্কার করা বা তেলকালি থেকে মুক্ত করা যায়। ধাতু বা হীরাতে ছিদ্র করা যায়।

যেসব তরল পরস্পর মেশে না যেমন জল ও তেল মিশিয়ে সমসত্ত্ব ইমালসান তৈরি করা যায়। ধোঁয়ার সূক্ষ্মকণাকে জমাট বেঁধে বড় বড় কণাতে পরিণত করা যায় যাতে তারা আর ভেসে থাকতে না পেরে নীচে পড়ে যায়। এইভাবে বাতাস বা গ্যাস ধোঁয়া বা ধূলিকণা থেকে মুক্ত করা যায়।

আলট্রাসোনিক শব্দ রাসায়নিক বিক্রিয়াও ঘটাতে পারে যেমন শ্বেতসার ( স্টার্চ ) ইত্যাদির অণুকে ক্ষুদ্রতর অণুতে ভেঙে ফেলতে পারে।

এই শব্দ নানা রোগজীবাণু, প্রোটোজোয়া, অ্যামিবা এমন কি ছোট ছোট মাছ, ব্যাঙাচি ইত্যাদি মেরে ফেলতে পারে। ফলে দুধ ইত্যাদি জীবাণুশূন্য করতে একে ব্যবহার করা হয়।

বাত জাতীয় রোগের চিকিৎসায়ও এই শব্দের ব্যবহার আছে।

এছাড়া নানারকম রোগ বিশেষ করে মস্তিষ্কের টিউমার, ক্যান্সার বা স্নায়ুরোগের সঠিক নির্ণয়ের ( diagnosis ) জন্য আলট্রাসোনিক শব্দ ব্যবহৃত হয়। মাথার অপারেশান ও রক্তপাতহীন অপারেশানেও এই শব্দের ব্যবহার আছে।

বাদুড় যে রাত্রে দেখতে পায় তাও এই শব্দের সাহায্যে। বাদুড় ওড়ার সময় আলট্রাসোনিক শব্দ সৃষ্টি করে, তা সামনে কোন বাধা থাকলে তাতে প্রতিফলিত হয়ে ফিরে আসে, বাদুড় তখন তা বুঝতে পেরে গতিপথ পরিবর্তন করে।

এবার শব্দের তীব্রতা প্রসঙ্গে ফিরে আসা যাক। শব্দের গতিপথের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত একক ক্ষেত্রের ( অর্থাৎ এক বর্গ সেন্টিমিটার বা এক বর্গ ইঞ্চি ) মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেণ্ডে যতটা শব্দশক্তি যায় ( অর্থাৎ শব্দশক্তির প্রবাহের হার ) তাই হল শব্দের তীব্রতা ( intensity )। এর একক হল ওয়াট প্রতি বর্গ সেমি।

শব্দের তীব্রতার শ্রবণযোগ্য নিম্নসীমাকে বলে শ্রবণ সীমান্ত ( Threshold of audibility ) আর এর ঊর্ধ্বসীমা হল সহন সীমান্ত ( Threshold of feeling )। শ্রবণ সীমান্তের চেয়ে ক্ষীণ শব্দ শোনা যায় না, সহন সীমান্তের চেয়ে তীব্র শব্দও শোনা যায় না শুধু কানে ব্যথা সৃষ্টি করে। সাধারণভাবে শ্রবণ সীমান্তের শব্দের তীব্রতা $10^{-16}$ ওয়াট / সেমি$^2$ এবং সহন সীমান্তের $10^{-4}$ ওয়াট / সেমি$^2$। তবে এ দুটোই ভালভাবে খাটে 1000 হার্টজ কম্পাঙ্কের শব্দের বেলা।

সুতরাং × এর উপরে বসবে ১, নীচে ০ আর বাঁদিকে ০। এখন উপরের ১ আর নীচের ০ গুণ করে পাওয়া গেল ০। এই শূন্য বসবে × এর ডানপাশে। কাজেই বাঁ পাশে এবং ডানপাশে একই সংখ্যা শূন্য বসছে! সুতরাং বুঝতে হবে ভাগ ঠিক হয়েছে ( **চিত্র দেখ** )।

```
৩২৫ ) ৫২৬৭০ ( ১৬২
      ৩২৫
      ----
      ২০১৭
      ১৯৫০
      ----
       ৬৭০
       ৬৫০
       ---
        ২০
```

## ১৫। কে কি নিয়েছে ?

প্লেটে কটা টফি পড়ে আছে তা দেখলেই কে কি নিয়েছে সঙ্গে সঙ্গে বলে দেওয়া যায়। পেন, ঘড়ি আর আংটি এই তিনটে জিনিষকে ছন্দমনি, কৃষ্ণা যশোধরা আর তোমার মধ্যে ভাগ করে দেওয়া যায় মোট ছভাবে।

| | ছন্দমনি | তুমি | কৃষ্ণা যশোধরা |
|---|---|---|---|
| ১ | পেন | ঘড়ি | আংটি |
| ২ | পেন | আংটি | ঘড়ি |
| ৩ | ঘড়ি | আংটি | পেন |
| ৪ | ঘড়ি | পেন | আংটি |
| ৫ | আংটি | ঘড়ি | পেন |
| ৬ | আংটি | পেন | ঘড়ি |

উপরের ছকে যে কটা ভাগ দেখানো হয়েছে তা ছাড়া আর কোনভাবেই ভাগ করা সম্ভব নয়। এখন দেখ কিভাবে ভাগ করলে কটা টফি পড়ে থাকে।

| | যে কটা টফি তোমরা নিয়েছ | | | | যতগুলো টফি পড়ে থাকছে |
|---|---|---|---|---|---|
| | ছন্দমনি | তুমি | কৃষ্ণা যশোধরা | মোট | |
| ১ | ১+১=২ | ২+৪=৬ | ৩+১২=১৫ | ২৩ | ০ |
| ২ | ১+১=২ | ২+৮=১০ | ৩+৬=৯ | ২১ | ২ |
| ৩ | ১+২=৩ | ২+৮=১০ | ৩+৩=৬ | ১৯ | ৪ |
| ৪ | ১+২=৩ | ২+২=৪ | ৩+১২=১৫ | ২২ | ১ |
| ৫ | ১+৪=৫ | ২+৪=৬ | ৩+৩=৬ | ১৭ | ৬ |
| ৬ | ১+৪=৫ | ২+২=৪ | ৬+৩=৯ | ১৮ | ৫ |

দেখতে পাচ্ছ প্রতিবারেই আলাদা সংখ্যক টফি পড়ে থাকছে। সুতরাং উপরের ছকটা জানা থাকলে পড়ে থাকা টফির সংখ্যা দেখেই বলে দেওয়া যায় কে কি নিয়েছে। পুরো ছকটা মনে রাখারও দরকার নেই শুধু প্রথম আর শেষ স্তম্ভটা মনে থাকলেই চলবে। এখানে ছটা টফি পড়েছিল তা দেখেই চয়ন কে কি নিয়েছে সঠিকভাবে বলে দিল।

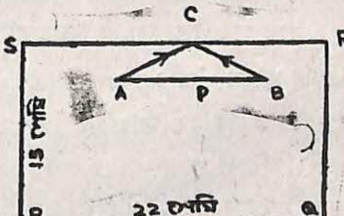
একটা কথা কিন্তু মনে রাখবে চয়ন কাকে কটা টফি দিয়েছিল তার উপরেই কিন্তু সবকিছু নির্ভর করছে। সুতরাং তুমি যখন এই খেলাটা দেখাবে তখন কাকে কটা টফি দিচ্ছ সেই অনুযায়ীই ছক তৈরি করবে। সবচেয়ে ভাল হয় যদি সব সময় বন্ধুদের নামের বর্ণানুক্রমিক প্রথম জনকে একটা, দ্বিতীয় জনকে দুটো এবং তৃতীয় জনকে তিনটে টফি দাও।

## ১৬। পিঁপড়ে কোন্ পথে যাবে?

আপাত দৃষ্টিতে মনে হবে সবচেয়ে ছোট পথে যেতে হলে পিঁপড়েটা সোজা উপরে উঠবে, জারের উপরের কিনারা ধরে অর্ধবৃত্তাকার পথ অতিক্রম করবে তারপর সোজা নীচের দিকে নেমে মধুর কাছে পৌছবে। কিন্তু এর চেয়েও ছোট পথ আছে। আগে দেখা যাক এই পথে গেলে কতটা দূরত্ব অতিক্রম করতে হয়।

এখানে পিপড়েটা উপরে উঠে ৫ সেমি আবার নীচে নামেও ৫ সেমি, মোট ১০ সেমি। পাত্রের ব্যাস ৭ সেমি। সুতরাং পরিধি $= \pi \times$ ব্যাস $= \frac{২২}{৭} \times ৭$ সেমি $=$ ২২ সেমি। সুতরাং অর্ধপরিধি $= \frac{২২}{২}$ সেমি $=$ ১১ সেমি। তাহলে পিপঁড়ে মোট যায় (১০ + ১১) সেমি বা ২১ সেমি।

এবার দেখা যাক এর চেয়েও ছোট পথ কি হতে পারে। তা বার করতে হলে জারটাকে লম্বালম্বিভাবে খুলে চ্যাপ্টা করে ফেলতে হবে যেন জারটা কাগজের তৈরি। তাহলে জারটা একটা আয়তে পরিণত হবে যার প্রস্থ উচ্চতার সমান অর্থাৎ ১৫ সেমি আর দৈর্ঘ্য পরিধির সমান অর্থাৎ ২২ সেমি। মনে কর পিপড়ে আছে A বিন্দুতে আর মধু আছে B বিন্দুতে ( চিত্র ২ )। সুতরাং




চিত্র 2 (সমাধান 16)

AB = অর্ধপরিধি = ১১ সেমি। A এবং B উভয় বিন্দুই উপর থেকে ৫ সেমি

মনে রেখ শব্দের শ্রবণযোগ্যতা শুধু কম্পাঙ্ক বা শুধু তীব্রতার উপর নির্ভর না করে নির্ভর করে উভয়েরই উপর। যেমন সাধারণভাবে 20 হার্টজের কম কম্পাঙ্কের শব্দ শোনা না গেলেও 20 হার্টজের কম কম্পাঙ্কের জোরালো শব্দ শোনা যায়। অনুরূপভাবে $10^{-16}$ ওয়াট / সেমি$^2$ এর চেয়ে কম তীব্র শব্দও শোনা যায় যদি তার কম্পাঙ্ক 3500 হার্টজের কাছাকাছি থাকে। দেখা গেছে 3500 হার্টজ কম্পাঙ্কের শব্দ সবথেকে ভাল শোনা যায়। অবশ্য শ্রবণযোগ্যতা ব্যক্তিভেদে পরিবর্তিত হয়। বয়স্ক লোকেরা সাধারণতঃ 16000 হার্টজের বেশী কম্পাঙ্কের শব্দ শুনতে পান না।

শ্রবণ সীমান্তের শব্দের চেয়ে সহন সীমান্তের শব্দের তীব্রতা প্রায় $10^{12}$ গুন বেশী বলে শব্দের তীব্রতা ওয়াট/সেমি$^2$ এককে প্রকাশ করা অসুবিধাজনক। এজন্য বর্তমানে শব্দের তীব্রতার বদলে আপেক্ষিক তীব্রতা বা তীব্রতাস্তরই (Intensity level) জানানো হয়। বিজ্ঞানী গ্রাহাম বেলের (Graham Bell) নামানুসারে তীব্রতাস্তরের এককের নাম দেওয়া হয়েছে বেল (bel)।

যদি $I_0$ = শ্রবণ সীমান্তের তীব্রতা $=10^{-16}$ ওয়াট/সেমি$^2$ হয় তবে যেই শব্দের তীব্রতা I তার তীব্রতাস্তর হবে

$$\text{তীব্রতাস্তর} = \log_{10}\frac{I}{I_0} \text{ বেল}$$

সুতরাং শ্রবণ সীমান্তের শব্দের তীব্রতাস্তর

$$=\log_{10}\frac{I_0}{I_0}=\log_{10}1=0 \text{ বেল}$$

যে শব্দের তীব্রতা $10\,I_0$ তার তীব্রতাস্তর

$$=\log_{10}\frac{10\,I_0}{I_0}=\log_{10}10=1 \text{ বেল}$$

যার তীব্রতা $100\,I_0$ বা $10^2\,I_0$ তার তীব্রতাস্তর

$$=\log_{10}\frac{10^2\,I_0}{I_0}=\log_{10}10^2=2 \text{ বেল}$$

যার তীব্রতা $\frac{I_0}{10}$ তার তীব্রতাস্তর $=\log_{10}\frac{I_0}{10\,I_0}=\log_{10}\left(\frac{1}{10}\right)$

$$=-1 \text{ বেল}$$

অর্থাৎ সাধারণভাবে যার তীব্রতা $10^n I_0$ তার তীব্রতাস্তর n বেল। আপেক্ষিক তীব্রতা বেলে প্রকাশ না করে সাধারণত ডেসিবেলে (db) প্রকাশ করা হয়। এক বেল = 10 ডেসিবেল।

সুতরাং যেই শব্দের তীব্রতাস্তর এক ডেসিবেল=0·1 বেল তার তীব্রতা $=10^{0.1}I_0=1.26\ I_0$। তাহলে তীব্রতা দশগুন বৃদ্ধি পেলে তীব্রতাস্তর বৃদ্ধি পায় এক বেল আর তীব্রতা 1·26 গুন হলে আপেক্ষিক তীব্রতা বৃদ্ধি পায় এক ডেসিবেল।

দেখা গেছে পাতার ক্ষীণ মর্মরধ্বনির তীব্রতাস্তর 10 ডেসিবেল, সাধারণ কথাবার্তার 50 ডেসিবেল, জোরে কথাবলার 65 ডেসিবেল ও সিংহের গর্জনের প্রায় 87 ডেসিবেল। তাহলে সিংহের গর্জনের তীব্রতা জোরে কথাবলার তীব্রতার চেয়ে $10^{8.7}\div10^{6.5}=10^{8.7-6.5}=10^{2.2}=158$ (প্রায়) গুন বেশী।

নায়াগ্রা জলপ্রপাতের সবচেয়ে তীব্র গর্জনের তীব্রতাস্তর 9 বেল আর অনেক কলকারখানার শব্দের তীব্রতাস্তর এমন কি 10 বেলেরও বেশী। বিজ্ঞানীরা পরীক্ষা করে দেখেছেন 7 বেলের বেশী তীব্রতাস্তরের শব্দ মানুষের পক্ষে ক্ষতিকর। শব্দদূষণ সম্বন্ধে মোটামুটি একটা ধারণা আশাকরি তোমাদের হল, এখন থেকে তোমরা নিশ্চয়ই শব্দদূষণ সম্বন্ধে সতর্ক থাকবে। শব্দদূষণ থেকে বধিরতা, রক্তচাপবৃদ্ধি, চিন্তাশক্তিহ্রাস, মানসিক দুর্বলতা, উদ্বেগ ইত্যাদি নানারকম জটিল শারীরিক ও মানসিক ব্যাধির সৃষ্টি হতে পারে।

শব্দ কতটা জোরালো বা প্রবল মনে হবে তা নির্ভর করে তার তীব্রতার উপর যদিও তীব্রতা আর প্রাবল্য (loudness) এক জিনিষ নয়। কম্পাঙ্কের মত তীব্রতাও একটি বিশুদ্ধ ভৌত ব্যাপার আবার তীক্ষ্ণতার মত প্রাবল্যও একটি মানসিক অনুভূতি। এই কারণে প্রাবল্য সঠিকভাবে পরিমাপ করা খুব কঠিন কিন্তু তা সত্ত্বেও প্রাবল্যকে মোটামুটিভাবে মাপা যায়।

প্রাবল্য পরিমাপ করা হয় মনোপদার্থবিজ্ঞানের (Psychophysics) একটি সূত্রের সাহায্যে যাকে বলা হয় ফেকনারের সূত্র (Fechner's Law)। এই সূত্র অনুযায়ী মানসিক অনুভূতি (E) উদ্দীপকের (Stimulus অর্থাৎ যেই ভৌত কারণে অনুভূতি সৃষ্টি হয়, S) লগের সঙ্গে সমানুপাতী অর্থাৎ

$$E=K\log S \quad (K \text{ একটি ধ্রুবক})$$

দেখতে পাচ্ছ মনোবিজ্ঞানেও লগারিথমের প্রয়োগ আছে। ফেকনারের সূত্র অনুসারে প্রাবল্যস্তরের (loudness level) যে একক স্থির করা হয়েছে

তার নাম দেওয়া হয়েছে ফোন ( Phon )। দেখা যাচ্ছে ফেকনারের সূত্রের সঙ্গে শব্দের তীব্রতান্তর নির্ণয়ের অর্থাৎ বেল পরিমাপের একটা মিল আছে। এইজন্য ফোনের সঙ্গে ডেসিবেলেরও একটা সাদৃশ্য আছে।

কোন শব্দ আর 1000 সি. পি. এস. কম্পাঙ্কের কোন সুর সমান প্রবল শোনালে এই 1000 সি. পি. এস. কম্পাঙ্কের সুরের তীব্রতান্তর যত ডেসিবেল ঐ শব্দের প্রাবল্যান্তর ঠিক তত ফোন। মনে রেখ একটিমাত্র কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দকে বলে সুর ( tone ) আর একাধিক কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দ হল স্বর ( note ), সাধারণ সমস্ত শব্দই একাধিক কম্পাঙ্কবিশিষ্ট।

শব্দের তীক্ষ্ণতা পরিমাপেরও একটি একক আছে যাকে বলে মেল ( mel )। চল্লিশ-ফোন প্রাবল্যান্তরের 1000 সি. পি. এস কম্পাঙ্কবিশিষ্ট সুরের তীক্ষ্ণতাকে ধরা হয় 1000 মেল। কোন শব্দের তীক্ষ্ণতা এর দ্বিগুন মনে হলে তার তীক্ষ্ণতা হবে 2000 মেল ইত্যাদি।

## ২২৭। গানেও অঙ্ক আছে!

তোমাদের মধ্যে যারা গান জান তারা কি কোনদিন ভেবে দেখেছ গানের মধ্যেও অঙ্ক আছে কিনা? তোমরা শুনলে হয়ত অবাক হবে কিন্তু গানের সুরের ভিতরেও লুকিয়ে আছে অনেক জটিল অঙ্ক!

দেখা গেছে গানের শ্রুতিমধুরতা স্বর বা নোটগুলির পরম কম্পাঙ্কের ( absolute frequency ) উপর নির্ভর করে না, নির্ভর করে তাদের কম্পাঙ্কের অনুপাতের উপর। দুটো নোটের কম্পাঙ্কের অনুপাত দুটো ছোট পূর্ণসংখ্যার অনুপাতের সমান হলে তা শ্রুতিমধুর হয় অন্যথা শ্রুতিকটু লাগে। দুটো নোটের কম্পাঙ্কের অনুপাতকে বলে তাদের সুর অন্তর ( interval ) যেমন দুটো নোটের কম্পাঙ্ক $n_1$ এবং $n_2$ হলে তাদের সুর অন্তর $n_1 : n_2$।

দুটো নোট একসঙ্গে শোনা গেলে যদি তা শ্রুতিমধুর মনে হয় তবে তাদের বলা হয় কনসোনেণ্ট ( consonant ) আর এই ঘটনাটা হল কনসোনেন্স ( consonance )। অন্যদিকে শ্রুতিকটু মনে হলে তাকে বলে ডিজোনেন্স

( dissonance )। দুটো নোটের কম্পাঙ্কের অনুপাত ছোট পূর্ণসংখ্যার অনুপাত হলে তাদের বিভিন্ন নাম দেওয়া হয় যেমন—

| নাম | অনুপাত | নাম | অনুপাত |
|---|---|---|---|
| ইউনিসন ( unison ) | 1 : 1 | ফোর্থ (fourth) | 4 : 3 |
| সেমিটোন (semitone) | 16 : 15 | ফিফথ্ (fifth) | 3 : 2 |
| মাইনর টোন (minor tone) | 10 : 9 | মাইনর সিক্সথ্ (minor sixth) | 8 : 5 |
| মেজর টোন (major tone) | 9 : 8 | | |
| মাইনর থার্ড (minor third) | 6 : 5 | মেজর সিক্সথ্ | 5 : 3 |
| মেজর থার্ড | 5 : 4 | অক্টেভ (octave) | 2 : 1 |

যেমন 300 এবং 320 কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট দুটো নোট হল সেমিটোন কারণ 320/300 = 16/15 আবার 256 কম্পাঙ্কবিশিষ্ট নোটের অক্টেভ হল 512 কম্পাঙ্কের নোট। নোটে একাধিক কম্পাঙ্কের শব্দ থাকায় এদের মধ্যে যে কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকেই নোটের কম্পাঙ্ক ধরা হয়।

তিনটি নোটের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হলে তারা যদি একসঙ্গে ধ্বনিত হয় তবে তাদের বলে মেজর ট্রায়াড। কম্পাঙ্কের অনুপাত 10 : 12 : 15 হলে বলা হয় মাইনর ট্রায়াড (minor triad)। আর 4 : 5 : 6 : 8 অনুপাতের কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট চারটি নোট একত্রে ধ্বনিত হলে তাকে বলে কর্ড (chord)।

একাধিক নোট একসঙ্গে ধ্বনিত হলে যদি শুনতে ভাল লাগে তবে তাকে বলে মেল ( harmony ) আর পরপর ধ্বনিত হলে যদি শ্রুতিমধুর লাগে তবে তা হল তান ( melody )। পাশ্চাত্য সঙ্গীত মেল প্রধান আর ভারতীয় সঙ্গীত তান প্রধান।

**স্বরগ্রাম :** সঙ্গীতের স্বরগ্রাম বলতে বোঝায় পরপর কতকগুলি স্বর যাদের কম্পাঙ্কের অনুপাত ছোট পূর্ণসংখ্যার অনুপাতের সমান। এরমধ্যে সবচেয়ে কম কম্পাঙ্কের স্বরকে বলা হয় সূচনা সুর বা কিনোট ( keynote বা tonic )।

প্রাচীনকাল থেকেই বিভিন্ন দেশে বিভিন্ন স্বরগ্রাম ( Musical scale ) প্রচলিত ছিল তবে এদের মধ্যে প্রধান ছিল ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম ( Diatonic

scale )। এতে কিনোট ও তার অক্টেভের মধ্যে রয়েছে আরও ছটি নোট। এদের নাম যথাক্রমে সা ( DO ), রে ( RE ), গা ( MI ), মা ( FA ), পা ( SOL ), ধা ( LA ), নি ( SI ), সাঁ ( do )। সা থেকে নি পর্যন্ত সাতটি নোটের পুরো নাম এবং তাদের যেভাবে সংক্ষেপে লেখা হয় তা হল ; সা ষড়জ, সা , রে ( ঋষভ, রে ), গা গান্ধার, গ ), মা ( মধ্যম, ম ), পা ( পঞ্চম, প ), ধা ( ধৈবত, ধ ) ও নি নিষাদ বা নিথাদ, নি )।

স্বরগ্রামে এরকম সাতটি অক্টেভ আছে যাদের কম্পাঙ্ক 32 থেকে 4000 সি. পি. এসের মধ্যে থাকে। তবে এর ভিতর তিনটি অক্টেভই সাধারণত ব্যবহৃত হয়। এর মাঝখানের অক্টেভের নোটগুলির চিহ্ন যথাক্রমে C ( DO ), D, E, F, G, A, B, c ( do । এর পরের অক্টেভের c, d, e, f, g, a, b, c′, তার পরের অক্টেভের c′, d′, b′, c″ এবং সপ্তম অক্টেভের c″, d″, b″, c‴। আর মাঝের অক্টেভের আগের অক্টেভের $C_1$, $D_1$ ·· $A_1$, $B_1$, C এর আগের অক্টেভের $C_2$, $D_2$ $B_2$, $C_1$ এবং প্রথম অক্টেভের $C_3$, $D_3$, · $B_3$, $C_2$।

সা থেকে নি পর্যন্ত সাতটি নোটকে একসঙ্গে বলে সপ্তক। সুতরাং সপ্তক আছে সাতটি। এর মধ্যে মাঝের সপ্তককে ( C, D,···B ) বলে মধ্যসপ্তক বা মুদারা, এর আগের সপ্তককে মন্দ্র সপ্তক বা উদারা ও পরের সপ্তককে তারসপ্তক বা তারা।

লণ্ডনে এক আন্তর্জাতিক সম্মেলনে 1939 সালে সিদ্ধান্ত নেওয়া হয়েছে মাঝের অক্টেভের A(LA) এর কম্পাঙ্ক হবে 440 সি. পি. এস। নীচে এই স্বরগ্রামের বিবরণ দেওয়া হলো।

| নোট | C | D | E | F | G | A | B | c |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| কম্পাঙ্ক | 264 | 297 | 330 | 352 | 396 | 440 | 495 | 528 |
| কিনোটের সঙ্গে কম্পাঙ্কের অনুপাত | 1 | $\frac{9}{8}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{15}{8}$ | 2 |
| পরপর দুই নোটের স্বর অন্তর | | $\frac{9}{8}$ | $\frac{10}{9}$ | $\frac{16}{15}$ | $\frac{9}{8}$ | $\frac{10}{9}$ | $\frac{9}{8}$ | $\frac{16}{15}$ |

## টেম্পার্ড্ স্বরগ্রাম

ডায়াটোনিক স্কেলের স্বর অন্তরগুলি সরল পূর্ণসংখ্যার অনুপাত বলে শ্রুতি-মধুরতার দিক দিয়ে এর কোন তুলনা নেই। কিন্তু এর একটি বিরাট অসুবিধা আছে আর তা হলো এর কিনোট পরিবর্তন করা যায় না কারণ এর পরপর দুই নোটের স্বর অন্তরগুলি অসমান। যেমন C এবং D এর স্বর অন্তর $\frac{9}{8}$ হলেও D এবং E এর স্বর অন্তর $\frac{10}{9}$ ; ফলে C যে কিনোট ধরলে D এর কম্পাঙ্ক $=264\times\frac{9}{8}=297$, সেই হিসাবে D কে কিনোট ধরলে E এর কম্পাঙ্ক $297\times\frac{9}{8}=334$ ( প্রায় ) কিন্তু C কে কিনোট ধরলে E এর কম্পাঙ্ক $297\times\frac{10}{9}=330$। স্বর অন্তরগুলি একই থাকলে D কে কিনোট ধরলে পরপর নোট-গুলির কম্পাঙ্ক কত হবে তা নীচে দেওয়া হলো।

| নোট | D | E | F | G | A | B | c | d |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| কম্পাঙ্ক | 297 | 334 | 371 | 396 | 446 | 495 | 557 | 594 |

সুতরাং দেখা যাচ্ছে কিনোট পাল্টালে প্রতিবারই নতুন নতুন কম্পাঙ্কবিশিষ্ট নোট প্রয়োজন হচ্ছে। এতে নোটের সংখ্যা অনেক বেড়ে যাবে যা খুবই অসুবিধাজনক।

তাহলে দেখতে পাচ্ছ এই স্কেলে বিভিন্ন সময়ে বা বিভিন্ন ব্যক্তি নিজেদের সুবিধামত বিভিন্ন কিনোট ব্যবহার করতে পারেন না। এর জন্য বলা হয় ডায়াটোনিক স্কেলের মডুলেশান ক্ষমতা ( power of modulation ) নেই। এর ফলে সঙ্গীতের ক্ষেত্রে খুবই অসুবিধা সৃষ্টি হয়।

এই অসুবিধা দূর করার জন্য যা করা হয় তাকে বলে টেম্পারামেন্ট ( Temperament )। বিভিন্ন রকম টেম্পারামেন্ট হতে পারে তবে বর্তমানে সমস্ত পৃথিবীতে যেই স্বরগ্রাম ব্যবহার করা হয় তা হলো সমান টেম্পারড্ স্কেল ( Equally tempered scale )।

এই স্বরগ্রামে কিনোট ও অক্টেভের মধ্যে ছটির বদলে এগারোটি নোট আছে। আর পরপর দুটি নোটের স্বর অন্তর সর্বদা সমান। এখন কিনোট থেকে অক্টেভ পর্যন্ত মোট তেরোটি নোটের মধ্যে পরপর দুই নোটের স্বর অন্তর আছে বারোটি।

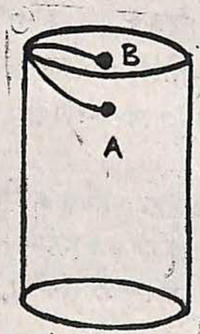
নীচে। সবচেয়ে ছোট পথ বার করতে হলে এমন একটা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আঁকতে হবে যার ভূমি AB এবং শীর্ষ উপরের কিনারায়। এই ত্রিভুজটা যেন $\triangle ACB$। তাহলে সবচেয়ে ছোট পথ ACB। AB এর উপর CP লম্ব আঁকা হলে AP = PB = ১১/২ সেমি। সুতরাং পীথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই

$$AC^2 = AP^2 + CP^2 = \left(\frac{১১}{২}\right)^2 + ৫^2 = \frac{২২১}{৪}$$

$$\therefore\ AC = \sqrt{\frac{২২১}{৪}} = \frac{\sqrt{২২১}}{২} = \frac{১৫}{২}\ \text{(প্রায়)}$$

$$\therefore\ BC = AC = \frac{১৫}{২}$$

$$\therefore\ AC + BC = \frac{১৫}{২} + \frac{১৫}{২} = ১৫$$




চিত্র ৩ (সমাধান ।6)

সুতরাং, সবচেয়ে ছোট পথে অর্থাৎ ACB পথে গেলে পিঁপড়েটাকে যেতে হয় ১৫ সেমি (প্রায়)। এটা আগের পথের চেয়ে (২১ − ১৫) = ৬ সেমি কম।

আয়তে সবচেয়ে ছোট পথ বার করা হল। এবার আয়তটাকে গোল করে নিলেই জারের মধ্যে পিঁপড়ের সবচেয়ে ছোট পথ পাওয়াযাবে (চিত্র ৩)।

## ১৭। কার বেশী শীত করছে?

মনে হবে শীত করা না করার সঙ্গে অঙ্কের কি সম্পর্ক? কিন্তু আসলে এটাও একটা অঙ্কের ধাঁধা!

কোন জিনিষ তার উপরিভাগ থেকে তাপ ছড়িয়ে দেওয়ার ফলেই ঠাণ্ডা হয়। যেই জিনিষের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল যত বেশী সেই জিনিষ তত দ্রুতগতিতে তাপ ছড়িয়ে দেবে এবং ঠাণ্ডা হবে। আবার কোন জিনিষের মোট তাপ নির্ভর করে তার ঘনফলের উপর। একই উপাদানে গঠিত দুটো জিনিষের উষ্ণতা যদি সমান হয় তাহলে যার ঘনফল যত বেশী তার মধ্যে মোট তাপও তত বেশী।

সুতরাং প্রতি একক ঘনফলে যেই বস্তু যত তাড়াতাড়ি তাপ ছড়িয়ে দেবে

সেই বস্তু তত তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হবে। যেমন একটা বস্তু যদি প্রতি একক ঘনফলে প্রতি সেকেণ্ডে তিন ক্যালরি তাপ ছেড়ে দেয় আর অন্য একটা বস্তু যদি প্রতি একক ঘনফলে প্রতি সেকেণ্ডে ছয় ক্যালরি তাপ ছেড়ে দেয় তবে দ্বিতীয় বস্তুটা প্রথমটার তুলনায় দ্বিগুণ তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হবে।

তাহলে দুটো মিলিয়ে পাওয়া যায় প্রতি একক ঘনফলে যেই বস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল যত বেশী সেই বস্তু তত তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হবে।

এখন একটা উদাহরণ দেওয়া যাক। মনে কর দুটো ঘনক আছে। ছোট ঘনকটার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য a সেমি এবং বড়টার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 5a সেমি। সুতরাং ছোটটার ঘনফল $a^3$ ঘন সেমি ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $6a^2$ বর্গ সেমি। তাহলে প্রতি একক ঘনফলে পৃষ্ঠতলের পরিমাণ $6a^2/a^3 = 6/a$

বড়টার ঘনফল $=(5a)^3$ বা $125a^3$ ঘন সেমি এবং সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $=6(5a)^2$ বা $150a^2$ বর্গ সেমি। সুতরাং প্রতি একক ঘনফলে পৃষ্ঠতলের পরিমাণ $= 150a^2/125a^3 = 6/5a$

তাহলে দেখতে পাচ্ছ ছোট ঘনকটার প্রতি একক ঘনফলে পৃষ্ঠতলের পরিমাণ বেশী। সুতরাং ছোটটাই আগে ঠাণ্ডা হবে।

ঠিক একই কারণে শীতের দিনে তুমি একই পোষাক পরা তোমার বাবা কি মায়ের চেয়ে অনেক বেশী ঠাণ্ডা অনুভব করবে।

এই জন্যই অন্য জায়গার তুলনায় আমাদের আঙ্গুল, নাক এবং বিশেষ করে কানে ঠাণ্ডা লাগে অনেক বেশী। কারণ শরীরের এই সব অংশে বিশেষ করে কানে ঘনফলের তুলনায় পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল খুব বেশী।

একই কারণে একটা মোটা কাঠে আগুন ধরতে যত সময় লাগে সেই কাঠকেই চিরে ছোট ছোট টুকরো করলে তাতে আগুন ধরতে সময় লাগে অনেক কম। এখানেও ছোট কাঠের টুকরোতে প্রতি একক ঘনফলে পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল অনেক বেশী। সেইজন্য টুকরোগুলো বেশী তাপ গ্রহণ করে দ্রুতগতিতে উষ্ণ হয়। ফলে তাতে আগুন ধরে তাড়াতাড়ি। মনে রেখ কাঠের তাপ পরিবহণ ক্ষমতা খুব কম সেইজন্য এটা একটা মোটামুটি ব্যাখ্যা।

## ১৮। একটি মজার আবৃত্ত দশমিক

এই ছটা আবৃত্ত দশমিকের বৈশিষ্ট্য হল যে ভগ্নাংশে পরিণত করলে প্রত্যেকটারই হর হবে সাত। আর সাতকে যত দিয়ে গুণ করলে গুণফলের শেষ অঙ্ক আর আবৃত্ত দশমিকের শেষ অঙ্ক সমান হবে, লব হবে তত।

যেমন ·৫৭১৪২৮ = $\frac{৪}{৭}$

সাতকে চার দিয়ে গুণ করলে গুণফল হয় আঠাশ, শেষ অঙ্ক আট আর দশমিকের শেষ অঙ্কও আট।

আবার ·৪২৮৫৭১ = $\frac{৩}{৭}$

সাতকে তিন দিয়ে গুণ করলে গুণফল হয় একুশ, শেষ অঙ্ক এক আর দশমিকের শেষ অঙ্কও এক।

এইভাবে ·১৪২৮৫৭ = $\frac{১}{৭}$, ·২৮৫৭১৪ = $\frac{২}{৭}$,
·৮৫৭১৪২ = $\frac{৬}{৭}$, ·৭১৪২৮৫ = $\frac{৫}{৭}$

১, ৪, ২, ৮, ৫, ৭ এই অঙ্কগুলো যাতে উল্টোপাল্টা না হয়ে যায় তার জন্য মনে রাখার একটা সহজ উপায় আছে। তুমি শুধু '**I want to remember those figures**' (আমি ঐ অঙ্কগুলো স্মরণ করতে চাই) এই কথাটা মনে রাখবে, তাহলেই হবে।

**I want to remember those figures**

১ ৪ ২ ৮ ৫ ৭

লক্ষ্য কর **I** তে আছে একটা অক্ষর, **want**-এ আছে ৪ টে অক্ষর, **to** এ দুটো, **remember** এ ৮ টা, **those** এ ৫টা এবং **figures** এ আছে ৭টা অক্ষর।

## ১৯। এক লোভী বড়লোকের গল্প

প্রথম দশদিনে বড়লোক পেল মোট বিশ লক্ষ টাকা আর তাকে দিতে হল মাত্র (১+২+৪+৮+১৬+৩২+৬৪+১২৮+২৫৬+৫১২) পয়সা = ১০ টাকা ২৩ পয়সা।

বড়লোকতো খুব খুশি! কিন্তু তার আনন্দ বেশীদিন রইল না, কারণ দিন দিনই তাকে বেশী পরিমাণে দিতে হচ্ছে বলে লাভ কমে যাচ্ছে। এইভাবে পঁচিশতম দিনে দুলক্ষ টাকার বদলে তাকে দিতে হল ১৬৭৭৭২ টাকা ১৬ পয়সা। তবুও এই দিনও তার কিছু লাভ রইল কিন্তু ছাব্বিশতম দিনে তাকে দিতে হল ৩৩৫৫৪৪ টাকা ৩২ পয়সা আর তার বিনিময়ে পেল আগের মতই দু'লক্ষ টাকা। অর্থাৎ এই দিন তার লাভতো হলই না উপরন্তু কিছু লোকসান হল। কিন্তু তা সত্ত্বেও উনত্রিশ দিনে সে মোট পেল আটান্ন লক্ষ টাকা আর তাকে দিতে হল মোট ৫৩৬৮৭০৯ টাকা ১১ পয়সা অর্থাৎ সব মিলিয়ে তার কিছু লাভই থাকল। কিন্তু ত্রিশতম দিনে ৫৩৬৮৭০৯ টাকা ১২ পয়সা দিয়ে বড়লোক হিসেব করে

দেখল সে মোট দিয়েছে ১,০৭,৩৭,৪১৮ টাকা ২৩ পয়সা আর তার বদলে পেয়েছে মাত্র ষাট লক্ষ টাকা।

হিসেব দেখেইতো কোটিপতির চক্ষুস্থির, সে তো কেঁদে ভাসিয়েই দিল। বুঝল অচেনা লোকটা তাকে যেমনভাবে বোকা বানিয়েছে এমন বোকা সে জীবনে কোনদিন বনেনি!

এই ধাঁধাটা আসলে একটা গুণোত্তর প্রগতি (Geometrical progression) এর অঙ্ক। এখানে নীচের যোগফলটা বার করতে হবে ঃ

১+২+৪+৮+১৬+……ত্রিশটি পদ পর্যন্ত।

গুণোত্তর প্রগতির সূত্রানুযায়ী এই যোগফলটা হবে $২^{৩০}-১=$ ১০৭৩৭৪১৮২৪ − ১ = ১০৭৩৭৪১৮২৩ পয়সা = ১০৭৩৭৪১৮ টাকা ২৩ পয়সা।

## ২০। কাজু বাদাম ভাগ করা!

এই ধাঁধাটার সমাধান করতে হবে শেষ দিক থেকে। এখানে ভাগ করার পর তিনবার সাজানো হচ্ছে। শেষবার সাজানোর পর সব প্লেটেই সমান সংখ্যক বাদাম থাকছে। মোট বাদামের সংখ্যা ২৪। সুতরাং তৃতীয়বার সাজানোর পর আমরা পাচ্ছি ঃ

| প্রথম প্লেটে | দ্বিতীয় প্লেটে | তৃতীয় প্লেটে |
|---|---|---|
| ৮ | ৮ | ৮ |

তৃতীয়বার সাজানোর সময় দ্বিতীয়বার সাজাবার পর প্রথম প্লেটে যতগুলি বাদাম ছিল ততগুলি বাদাম তৃতীয় প্লেট থেকে এনে রাখা হয়েছে প্রথম প্লেটে। সুতরাং দ্বিতীয়বার সাজাবার পর প্রথম প্লেটে ছিল অর্ধেক সংখ্যক অর্থাৎ ৪টা বাদাম আর তৃতীয় প্লেটে ছিল ৮+৪=১২টা বাদাম। তাহলে দ্বিতীয়বার সাজাবার পরে অবস্থাটা এইরকম ছিল ঃ

| প্রথম প্লেট | দ্বিতীয় প্লেট | তৃতীয় প্লেট |
|---|---|---|
| ৪ | ৮ | ১২ |

আবার দ্বিতীয়বার সাজাবার সময় প্রথমবার সাজানোর পর তৃতীয় প্লেটে যত বাদাম ছিল ততগুলি বাদাম দ্বিতীয় প্লেট থেকে এনে রাখা হয়েছে তৃতীয় প্লেটে। তাহলে প্রথমবার সাজাবার পর তৃতীয় প্লেটে ছিল অর্ধেক অর্থাৎ ৬ টা বাদাম এবং দ্বিতীয় প্লেটে ছিল ৮+৬=১৪টা বাদাম। সুতরাং প্রথমবার সাজাবার পর প্লেটে ছিল।

| প্রথম প্লেট | দ্বিতীয় প্লেট | তৃতীয় প্লেট |
|---|---|---|
| ৪ | ১৪ | ৬ |

একইভাবে প্রথমবার সাজানোর সময় ভাগ করার পর দ্বিতীয় প্লেটে যতগুলি বাদাম ছিল ততগুলি বাদাম প্রথম প্লেট থেকে এনে রাখা হয়েছে দ্বিতীয় প্লেটে। সুতরাং ভাগ করার পর দ্বিতীয় প্লেটে ছিল অর্ধেক সংখ্যক অর্থাৎ ৭ টি বাদাম ও প্রথম প্লেটে ছিল ৪ + ৭ = ১১ টি বাদাম। তাহলে ভাগ করার পর প্লেটে থাকবে

| প্রথম প্লেট | দ্বিতীয় প্লেট | তৃতীয় প্লেট |
|---|---|---|
| ১১ | ৭ | ৬ |

## ২১। এত গম কি পৃথিবীতে আছে ?

'এত লোভী বড়লোকের গল্পর' মতই এখানে মোট গমের দানা লাগছে ১ + ২ + ৪ + ৮ + ১৬ + ··· চৌষট্টি পদ পর্যন্ত = $২^{৬৪}$ − ১
= ১৮৪৪৬৭৪৪০৭৩৭০৯৫৫১৬১৬ − ১ = ১৮৪৪৬৭৪৪০৭৩৭০৯৫৫১৬১৫

এতগুলো গমের দানা সম্বন্ধে ধারণা করতে পার ? মোটামুটিভাবে বলা যায় যে এক ঘন মিটার গমের মধ্যে থাকে ১৫০০০০০০ দানা। তাহলে পুরস্কারের গমগুলো রাখতে হলে প্রায় ১২০০০০০০০০০০০০ ঘন মিটার বা ১২০০০ ঘন কিলোমিটার আয়তনের গোলা প্রয়োজন হবে। যদি গোলাঘরের দৈর্ঘ্য হয় ১০ মিটার আর প্রস্থ ৮ মিটার তবে তার উচ্চতা হবে ১৫ কোটি কিলোমিটার অর্থাৎ পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্বের সমান। এত গমতো পৃথিবীতেই নেই !

রাজা পণ্ডিতের প্রার্থনা পূরণ করতে পারলেন না ! এতক্ষণে রাজা বুঝলেন পণ্ডিতকে তিনি যত বোকা মনে করেছিলেন তিনি তত বোকা তো ননই বরঞ্চ তিনি রাজার চেয়েও অনেক বুদ্ধিমান ! পণ্ডিত রাজার অহঙ্কার ভাঙা আর রাজাকে বোকা বানাবার জন্যই এইরকম একটা পুরস্কারের কথা বলেছিলেন।

তবে রাজা একটু মাথা খাটালে তিনিও কিন্তু পণ্ডিতকে বোকা বানাতে পারতেন। রাজা যদি পণ্ডিতকে বলতেন, 'আপনিই গমের দানাগুলো একটি একটি করে গুনে নিন', তাহলেই পণ্ডিত জব্দ হতেন। কারণ সারাজীবন ধরে গুনলেও পণ্ডিত এতগুলো গমের দানার অতি সামান্য ভগ্নাংশই গুনতে পারতেন।

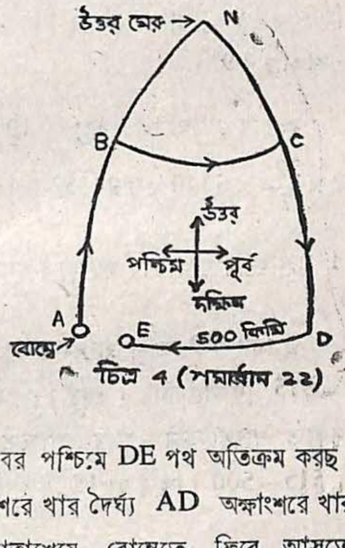
যদি ধরে নিই পণ্ডিত প্রতি সেকেণ্ডে দশটি দানা গুনতে পারেন তাহলে এক দিনে পণ্ডিত গুনবেন ৮৬৪০০০ টি দানা। যদি দিনে দশ লক্ষটিও গোনেন তবে এক বছরে গুনবেন ৩৬৫০০০০০০ টি দানা অর্থাৎ প্রায় পঁচিশ ঘন মিটার গম। তাহলেই দেখ পণ্ডিত যদি না খেয়ে না ঘুমিয়ে একটুও না থেমে দানাগুলো গুনে

যান তাহলেও সারাজীবনে তিনি তাঁর প্রাপ্যের অতি অতি ক্ষুদ্র একটি ভগ্নাংশ মাত্র পাবেন।

তবেই বুঝতে পারছ রাজা যদি একটু অঙ্ক জানতেন তাহলে অনায়াসে গণ্ডিতের কাছে কথা না রাখতে পারার লজ্জা থেকে নিজেকে বাঁচাতে পারতেন। এবার তাহলে তোমরাও একটু মন দিয়ে অঙ্ক শেখ, যাতে এরকম সমস্যার সমাধান নিজেরাই অনায়াসে করতে পার!

## ২২। কোথায় ফিরে আসবে?

এখানে মনে রাখতে হবে পৃথিবীর উপরিভাগ সমতল নয়। পৃথিবী গোল আর সব দ্রাঘিমা রেখা মেরুতে গিয়ে এক সঙ্গে মিলে যায়। ফলে তুমি যেই পথে যাবে সেই পথটা একটা বর্গের সীমানা হবে না (চিত্র ৪)। তোমার পথটাকে এখানে ABCDE দ্বারা বোঝানো হয়েছে, A হচ্ছে বোম্বে, N হল উত্তরমেরু।



চিত্র 4 (সমাধান 22)

তুমি বোম্বে থেকে বোম্বের দ্রাঘিমা বরাবর উত্তরদিকে A B পথ যাচ্ছ, B থেকে B এর অক্ষাংশ বরাবর পূর্বদিকে BC পথ যাচ্ছ, C থেকে C এর দ্রাঘিমা বরাবর দক্ষিণে CD পথ চলছ আর সবশেষে D থেকে D এর অক্ষাংশ বরাবর পশ্চিমে DE পথ অতিক্রম করছ। ছবি থেকে স্পষ্ট বোঝা যাচ্ছে BC অক্ষাংশরে খার দৈর্ঘ্য AD অক্ষাংশরে খার দৈর্ঘ্যের চেয়ে কম। সুতরাং তুমি যাত্রাশেষে বোম্বেতে ফিরে আসতে পারবে না, বোম্বের কিছু পূর্ব দিকেই তোমার যাত্রা শেষ হবে।

এখন প্রশ্ন হল কতটা দূরে তোমার যাত্রা শেষ হবে। ABN ও DCN দুটো দ্রাঘিমারেখা উত্তরমেরু N এ এসে মিশেছে। AB দ্রাঘিমারেখার দৈর্ঘ্য ৫০০ কিলোমিটার। এখন আমরা জানি দ্রাঘিমারেখা বরাবর ১১১ কিলোমিটার পথ অতিক্রম করলে অক্ষাংশের পরিবর্তন হয় ১ ডিগ্রি। সুতরাং ৫০০ কিলোমিটারে অক্ষাংশের পরিরর্তন হবে ৫০০/১১১ ডিগ্রি=৪ডিগ্রি ৩০ মিনিট (প্রায়)।

হাতের বা সবগুলিই বাঁ হাতের হতে পারে। যেমন এমন কি ১৫টা দস্তানা নিলেও তার সবগুলিই ডান হাতের (৭টা সবুজ+৮টা বাদামী) হতে পারে। কিন্তু ১৬টি দস্তানা নিলে তার ১৫টি ও যদি ডান হাতের হয় বাকি একটা হবে বাঁ হাতের। অর্থাৎ একই রঙের এক জোড়া দস্তানা থাকবেই।

**২৭। এটা কি সম্ভব?**

হ্যাঁ সম্ভব। মনে কর ১৯৮৬ সালের পয়লা জানুয়ারী বুধবার ছেলেটিকে তার বয়স জিজ্ঞেস করা হয়েছে। সুতরাং আগের রবিবার অর্থাৎ ২৯. ১২. ৮৫ তারিখে তার বয়স এগার বৎসর পূর্ণ হয়েছে। তাহলে ২৯. ১২. ৮৭ তারিখে তার বয়স ১৩ বৎসর পূর্ণ হবে অর্থাৎ ৩০. ১২. ৮৭ তারিখে সে চোদ্দয় পা দেবে। ছেলেটিকে বয়স জিজ্ঞেস করা হয়েছে ৮৬ সালে; সুতরাং আগামী বৎসর অর্থাৎ ৮৭ সালেই তার কথা মত সে চোদ্দয় পা দিচ্ছে।

**২৮। ক ভাই ক বোন?**

এখানে দেখতে পাচ্ছ পাবকের বোনের সংখ্যা ভাইয়ের সংখ্যার দ্বিগুণ। সুতরাং পাবকের হয় এক ভাই দুই বোন অথবা দুই ভাই চার বোন ইত্যাদি।

পাবকের এক ভাই দুই বোন হলে তারা মোট দুই ভাই দুই বোন। তাহলে নীলাঞ্জনার দুভাই এক বোন। কিন্তু এটা নীলাঞ্জনার কথার সঙ্গে মিলছে না।

পাবকের দু ভাই চার বোন হলে তারা মোট তিন ভাই চার বোন। সুতরাং নীলাঞ্জনার তিন ভাই তিন বোন। এটা নীলাঞ্জনার কথার সঙ্গে মিলে যাচ্ছে সুতরাং তারা তিন ভাই আর চার বোন।

**২৯। গুণফল কত?**

এখানে একটি উৎপাদক হচ্ছে $(p-p)=0$

$\therefore$ নির্ণেয় গুনফল

$$=(a-p)\ (b-p)\ (c-p)\cdots(p-p)\ldots(y-p)\ (z-p)$$
$$=(a-p)\ (b-p)\ (c-p)\cdots(0)\cdots(y-p)\ (z-p)=0$$

**৩০। কোন্ ভাবে মাইনে নেবে?**

দেখা যাক কোন্ নিয়মে মাইনে নিলে সে কত মাইনে পায়।

প্রথম নিয়মে: প্রথম বৎসর: ১০০০×১২ টাকা=১২০০০ টাকা। দ্বিতীয় বৎসর: (১২০০০+১৫০০) টাকা=১৩৫০০ টাকা। তৃতীয় বৎসর: (১৩৫০০+১৫০০) টাকা=১৫০০০ টাকা ইত্যাদি।

দ্বিতীয় নিয়মে: প্রথম বৎসর: প্রথম ছয়মাসে ১০০০×৬ টাকা=৬০০০

টাকা, পরের ছমাসে ( ৬০০০+৫০০ ) টাকা=৬৫০০ টাকা। মোট ( ৬০০০+৬৫০০ ) টাকা=১২৫০০ টাকা।

দ্বিতীয় বৎসর : প্রথম ছমাসে ( ৬৫০০+৫০০ ) টাকা=৭০০০ টাকা, শেষ ছমাসে ( ৭০০০+৫০০ ) টাকা=৭৫০০ টাকা, মোট=( ৭০০০+৭৫০০ ) টাকা =১৪৫০০ টাকা।

তৃতীয় বৎসর : প্রথম ছমাসে ( ৭৫০০+৫০০ ) টাকা=৮০০০ টাকা, শেষ ছমাসে ( ৮০০০+৫০০ ) টাকা=৮৫০০ টাকা, মোট ( ৮০০০+৮৫০০ ) টাকা=১৬৫০০ টাকা, ইত্যাদি।

সুতরাং দেখতে পাচ্ছ দ্বিতীয় নিয়মে মাইনে নেওয়াই কর্মচারীটির পক্ষে লাভজনক।

## ৩১। পাঁচ টাকা ক্ষতি হল কেন ?

এখানে যে জিনিষটা খেয়াল রাখতে হবে তা হল, রামের দুটো ডিমের দাম তিন টাকা আর শঙ্করের তিনটে ডিমের দাম দুটাকা অর্থাৎ মোট পাঁচটা ডিমের দাম পাঁচ টাকা। এই হিসেবটা তখনই খাটবে যখন রামের দুটো ডিম পিছু শঙ্করের তিনটে ডিম থাকবে। অর্থাৎ যদি রাম ও শঙ্করের ডিমের অনুপাত ২ : ৩ হয় শুধু তাহলেই আলাদাভাবে ডিম বিক্রী করে আর একসঙ্গে ডিম বিক্রী করে সমান টাকা পাওয়া যাবে।

যেমন যদি দুজনেরই একটা করে ডিম থাকে তবে রামের একটা ডিমের দাম $\frac{৩}{২}$ টাকা আর শঙ্করের একটা ডিমের দাম $\frac{২}{৩}$ টাকা। সুতরাং দুটো ডিমের দাম হচ্ছে ( $\frac{৩}{২}+\frac{২}{৩}$ ) টাকা = $\frac{১৩}{৬}$ টাকা অর্থাৎ গড়ে একটা ডিমের দাম হচ্ছে $\frac{১৩}{১২}$ টাকা, এক টাকা নয় কিন্তু।

এখানে দেখতে পাচ্ছ রাম ও শঙ্করের ডিমের অনুপাত ৩০:৩০ =১:১ অর্থাৎ ২:৩ নয়। এইজন্যই আলাদাভাবে ডিম বিক্রী করলে তারা যত পেত একসঙ্গে ডিম বিক্রি করে তার চেয়ে পাঁচ টাকা কম পাচ্ছে।

## ৩২। এক বন্ধুর বাড়ি বেশী অন্য বন্ধুর বাড়ি কম যাওয়া হচ্ছে কেন ?

একটা উদাহরণ দিলে কারণটা স্পষ্ট হবে। মনে কর উভয় দিকের ট্রেনই এক ঘণ্টা পরপর আসে। হাওড়ার দিকের ট্রেন আসে বেলা দশটা, এগারোটা, বারটা, একটা ইত্যাদি সময়ে আর শেওড়াফুলির গাড়ি আসে বেলা পৌনে দশটা, পৌনে এগারোটা, পৌনে বারটা, পৌনে একটা ইত্যাদি সময়ে।

তাহলে জয়ন্ত যদি বেলা দশটার পর থেকে পৌনে এগারোটার মধ্যে ষ্টেশনে যায় তবে আগে পাবে শেওড়াফুলির গাড়ি এবং সেদিন যাবে শেওড়াফুলির বন্ধুর বাড়ি। আর সে যদি বেলা পৌনে এগারোটার পর থেকে এগারটার মধ্যে ষ্টেশনে যায় তবে আগে পাবে হাওড়ার গাড়ি এবং সেদিন যাবে হাওড়ার বন্ধুর বাড়ি।

এখন দশটার পর থেকে পৌনে এগারোটা এই সময়টা হল ৪৫ মিনিট আর পৌনে এগারোটার পর থেকে এগারোটা এই সময়টা হল ১৫ মিনিট। জয়ন্ত যে কোন সময়েই ষ্টেশনে পৌছতে পারে আর ৪৫ মিনিট হল ১৫ মিনিটের তিনগুণ। স্থতরাং দেখা যাচ্ছে জয়ন্তর পৌনে এগারোটার পর থেকে এগারোটার মধ্যে ষ্টেশনে যাবার সম্ভাবনা যত দশটার পর থেকে পৌনে এগারোটার মধ্যে ষ্টেশনে যাবার সম্ভাবনা তার তিনগুণ। অর্থাৎ আগে হাওড়ার ট্রেন পাবার সম্ভাবনা যত আগে শেওড়াফুলির ট্রেন পাবার সম্ভাবনা তার তিনগুণ। কাজেই গড় হিসাবে ধরলে একদিন যদি সে হাওড়ার বন্ধুর বাড়ি যায় তবে তিনদিন যাবে শেওড়াফুলির বন্ধুর বাড়ি। অর্থাৎ গড়ে চারদিনের মধ্যে একদিন যাবে হাওড়ায় আর তিনদিন যাবে শেওড়াফুলিতে।

জয়ন্ত এগারোটা থেকে বারোটার মধ্যে বা বারোটা থেকে একটার মধ্যে ইত্যাদি যে কোনো সময়েই ষ্টেশনে যাক না কেন এই হিসেবটা সব সময়ই খাটবে। স্থতরাং দেখা যাচ্ছে জয়ন্ত হাওড়ার বন্ধুর বাড়ি যত বার যাচ্ছে শেওড়াফুলির বন্ধুর বাড়ি তার চেয়ে অনেক বেশী বার যাচ্ছে।

## ৩৩। কোন্ তাকে জাল মুদ্রা আছে?

প্রথমে প্রত্যেক তাক থেকে একটা করে মুদ্রা নিয়ে মোট দশটা মুদ্রা একসঙ্গে ওজন করতে হবে। এই দশটা মুদ্রার মধ্যে নয়টি ভাল মুদ্রা এবং একটি জাল মুদ্রা। নয়টি ভাল মুদ্রার ওজন ৯ × ১০ গ্রাম = ৯০ গ্রাম। এখন দশটা মুদ্রার ওজন থেকে ৯০ গ্রাম বিয়োগ করলেই একটা জাল মুদ্রার ওজন পাওয়া যাবে। যেমন দশটা মুদ্রার ওজন ৯৮ গ্রাম হলে একটা জাল মুদ্রার ওজন হবে (৯৮—৯০) গ্রাম বা ৮ গ্রাম।

এবার প্রথম তাক থেকে একটা মুদ্রা, দ্বিতীয় তাক থেকে দুটো, তৃতীয় তাক থেকে তিনটে ইত্যাদি করে দশম তাক থেকে দশটা মুদ্রা নিয়ে মোট এই (১+২+৩+…+৯+১০) = ৫৫টি মুদ্রার ওজন বার করতে হবে।

এখন একটি উদাহরণ দিলে জিনিষটা স্পষ্ট হবে। মনে কর এই ৫৫টি মুদ্রার ওজন হল ৫৪৪ গ্রাম। কিন্তু ৫৫ টি ভাল মুদ্রার ওজন ৫৫ × ১০ গ্রাম = ৫৫০ গ্রাম। সুতরাং কয়েকটি জাল মুদ্রা থাকার জন্য মোট ওজন ( ৫৫০—৫৪৪ ) গ্রাম বা ৬ গ্রাম কম হল। কিন্তু একটি জাল মুদ্রার ওজন একটি ভাল মুদ্রার ওজনের চেয়ে ( ১০—৮ ) গ্রাম বা ২ গ্রাম কম। সুতরাং ৫৫টি মুদ্রার মধ্যে জাল মুদ্রার সংখ্যা = $\frac{৬}{২}$ = ৩।

কিন্তু তিনটি মুদ্রা নেওয়া হয়েছে তৃতীয় তাক থেকে, সুতরাং তৃতীয় তাকেই জাল মুদ্রা আছে।

### ৩৪। কি কি মুদ্রা আছে ?

ঐ ব্যক্তির কাছে আছে একটি ৫০ পয়সা, একটি ২৫ পয়সা এবং চারটি দশ পয়সার মুদ্রা। কারণ ৫০ + ২৫ + ৪ × ১০ = ১১৫।

### ৩৫। কোন্ বাক্স বেশী মূল্যবান ?

এখানে উভয় বাক্সের মূল্য অসমান। মনে কর প্রত্যেক বাক্সে ১০০০টি এক টাকার মুদ্রা ধরে। সুতরাং আধুলি ধরবে ২০০০। তাহলে প্রথম বাক্সে আছে ২০০০ আধুলি যার দাম ১০০০ টাকা। আর দ্বিতীয় বাক্সে আছে আধ বাক্স এক টাকার মুদ্রা অর্থাৎ ৫০০টি এক টাকার মুদ্রা যার দাম ৫০০ টাকা। সুতরাং প্রথম বাক্সের মূল্য বেশী।

### ৩৬। কিভাবে টাকা ভাগ হবে ?

আপাতদৃষ্টিতে মনে হবে প্রথম জন পাঁচ টাকা এবং দ্বিতীয় জন তিন টাকা পাবে কিন্তু তা ভুল। প্রত্যেক কেককে সমান তিন টুকরো করলে আটটি কেকে হয় ২৪ টুকরো। তাহলে প্রত্যেকে খেয়েছে আট টুকরো।

এখন প্রথম জনের পাঁচটি কেকে হয় ১৫ টুকরো, সুতরাং সে তৃতীয় পথিককে দিয়েছে ১৫ − ৮ = ৭ টুকরো। দ্বিতীয়ের তিনটি কেকে হয় ৯ টুকরো, তাহলে সে দিয়েছে ৯ − ৮ = ১ টুকরো।

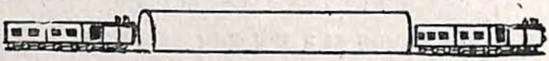
সুতরাং, মোট আট টাকার মধ্যে প্রথম জন পাবে সাত টাকা আর দ্বিতীয় জন মাত্র এক টাকা।

### ৩৭। কত সময় লাগবে ?

ট্রেনটা কিন্তু এক মিনিটে সুড়ঙ্গ অতিক্রম করতে পারবে না।

ট্রেনের এঞ্জিন সুড়ঙ্গে প্রবেশ করা থেকে ট্রেনের শেষ কামরা সুরঙ্গ হতে

বেরিয়ে যাওয়া পর্যন্ত যত সময় লাগবে ঠিক তত সময় লাগবে ট্রেনের সুড়ঙ্গ পার হতে ( চিত্র ৭ )।



চিত্র 7 (সমাধান 37)

অর্থাৎ এখানে ট্রেনকে তার নিজের দৈর্ঘ্য এবং সুড়ঙ্গের দৈর্ঘ্যের যোগফলের সমান দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে। সুতরাং ট্রেনকে অতিক্রম করতে হবে ( ½ + ১ ) বা দেড় কিলোমিটার পথ। মিনিটে এক কিলোমিটার গতিবেগে তাহলে ট্রেনের সময় লাগবে দেড় মিনিট।

### ৩৮। কত দিন লাগবে ?

সাতদিনে টেস্ট টিউব জীবাণুতে পূর্ণ হয় আর প্রতিদিন জীবাণুদের সংখ্যা দ্বিগুণ হয়।

এখানে এক দিন পরে জীবাণুরা দ্বিগুণ হয় সুতরাং এক দিন আগে জীবাণুদের সংখ্যা থাকবে অর্ধেক। কাজেই সাত দিন থেকে এক দিন আগে অর্থাৎ প্রথম থেকে ছয়দিন পরে টেস্ট টিউব জীবাণুতে অর্ধেক ভর্তি হবে। ছদিনে টেস্ট টিউব অর্ধেক ভর্তি হলে আর এক দিনে অর্থাৎ মোট সাত দিনে জীবাণুদের সংখ্যা দ্বিগুণ হয়ে টেস্ট টিউব জীবাণুতে সম্পূর্ণ ভর্তি হবে।

### ৩৯। কটা সাদা ঘনক পাওয়া যাবে ?

প্রথমে তিন সেমি ধার বিশিষ্ট বড় ঘনকটাকে যেন তিনটে সমান ভাগে ভাগ করা হল : উপরের অংশ, মাঝখানের অংশ এবং নীচের অংশ। বড় ঘনকের উপরিতল রং করা বলে উপরের অংশ থেকে যে নটা ছোট ঘনক পাব তাদের প্রত্যেকটার অন্ততঃ একটা তল রং করা হবে। আবার বড় ঘনকের নীচের তল রং করা বলে নীচের অংশ থেকে যে নটা ছোট ঘনক পাওয়া যাবে তাদের সবকটারও অন্ততঃ একটা তল রং করা হবে।

কিন্তু মাঝখানের অংশের উপরিতল বা নীচের তল কোনটাই রং করা নয়, শুধু চার পাশের চারটে তল রং করা। সুতরাং মাঝখানের অংশ থেকে যে নটা ছোট ঘনক পাওয়া যাবে তার মধ্যে চার পাশের আটটা ছোট ঘনকেরই অন্ততঃ

একটা তল রং করা থাকবে কিন্তু একদম ভিতরের একটি মাত্র ছোট ঘনকেরই কোন তলই রং করা হবে না।

তাহলে একটি তলও হলুদ নয় এমন ছোট ঘনক থাকবে মাত্র একটি।

**৪০। একটি টায়ারের আয়ু কত ?**

মোটর গাড়ীর চারটে চাকা থাকে। সুতরাং গাড়ী তিরিশ হাজার কিলোমিটার গেলে প্রত্যেক চাকা যাচ্ছে তিরিশ হাজার কিমি আর চারটে চাকা মোট যাচ্ছে ৪ × ৩০০০০ কিমি = ১২০০০০ কিমি।

কিন্তু এর জন্য দরকার হচ্ছে পাঁচটা টায়ার। কাজেই পাঁচটা টায়ার মোট যাচ্ছে ১২০০০০ কিমি অর্থাৎ একটা টায়ার যাচ্ছে ১২০০০০/৫ বা ২৪০০০ কিমি। সুতরাং একটা টায়ারের গড় আয়ু ২৪০০০ কিলোমিটার।

**৪১। কটা মোমবাতি জ্বালান যাবে ?**

ছটা ফেলে দেওয়া অংশ জুড়ে একটা বাতি তৈরী হবে। সুতরাং ছত্রিশটা অংশ থেকে ৩৬/৬ বা ৬টি বাতি তৈরি করা যাবে। কিন্তু এই ছটা বাতি জ্বালাবার পর আবার ছটা ফেলে দেওয়া অংশ পাওয়া যাবে। এই ছটা অংশ থেকে আবার একটা বাতি তৈরী হবে।

তাহলে ছত্রিশটা অংশ থেকে মোট ৬ + ১ বা ৭টি বাতি তৈরি করে জ্বালান সম্ভব।

**৪২। কিভাবে গাড়ি চালাবে ?**

এখানে প্রত্যেক গাড়ি তিন কিমি হিসেবে দুটো গাড়ি মোট ছয় কিমি পথ অতিক্রম করবে। সুতরাং তিন জন ড্রাইভারের প্রত্যেকে ৬/৩ বা ২ কিমি পথ গাড়ি চালাবেন।

কাজেই প্রথম ড্রাইভার প্রথম গাড়ী প্রথম দুই কিমি পথ চালাবেন। দ্বিতীয় ড্রাইভার দ্বিতীয় গাড়ি প্রথম এক কিমি এবং প্রথম গাড়ি শেষ এক কিমি চালাবেন। আর তৃতীয় ড্রাইভার দ্বিতীয় গাড়ি শেষ দুই কিমি পথ চালাবেন।

**৪৩। কিভাবে দৌড় প্রতিযোগিতা হবে ?**

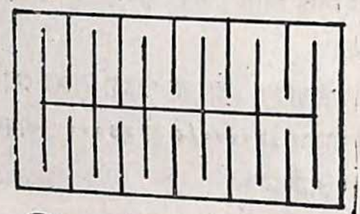
দুজনের মধ্যে ঘোড়া পাল্টাপাল্টি করে প্রতিযোগিতা হবে। অর্থাৎ প্রথম সওয়ার চালাবেন দ্বিতীয় সওয়ারের ঘোড়া এবং দ্বিতীয় সওয়ার চালাবেন প্রথম সওয়ারের ঘোড়া।

প্রথম সওয়ার চাইবেন দ্বিতীয় সওয়ারের ঘোড়া যেন প্রথম হয় আর প্রথম সওয়ার তো দ্বিতীয় সওয়ারের ঘোড়াই চালাচ্ছেন ; সুতরাং তিনি যত তাড়াতাড়ি

সম্ভব ঘোড়া ছোটাবেন। একই কারণে দ্বিতীয় সওয়ারও যত দ্রুত বেগে সম্ভব ঘোড়া ছোটাবেন। কাজেই দৌড় প্রতিযোগিতা তার আকর্ষণ হারাবে না।

**৪৪। এতটুকু কাগজের ভিতর দিয়ে একজন মানুষ গলে যেতে পারে কি ?**

ছবির মত নিয়মে প্রদত্ত কাগজটার উপর দাগ কাট ( চিত্র ৮ )।



চিত্র ৪ (সমাধান 44)

তারপর দাগ বরাবর কাগজটাকে কাঁচি বা ব্লেড দিয়ে কাট। কেটে যেন দুটুকরো না হয়। কাগজটাকে লম্বালম্বি দুভাঁজ করে নিলে কাটতে সুবিধা হবে। আরো ঘনঘন দাগ দেবে অর্থাৎ দাগের সংখ্যা অনেক বেশী হওয়া চাই। এভাবে কাগজের একটা বিরাট বৃত্ত পাওয়া যাবে যার মাঝখানটা ফাঁকা। আর এই ফাঁকা অংশটা এত বড় হবে যে তার ভিতর দিয়ে একজন মানুষের মাথা অনায়াসে গলে যেতে পারবে।

**৪৫। কিভাবে খেললে জিতবে ?**

এখানে মূল কথাটা হল যখন পাঁচটা আপেল পড়ে থাকবে তখন যার পালা পড়বে সেই হারবে। কারণ সে একটা, দুটো, তিনটে বা চারটে যে কটাই আপেল নিক না কেন পরের জন যথাক্রমে চারটে, তিনটে, দুটো বা একটা আপেল নিয়ে খেলা শেষ করে জিতে যাবে। এই নিয়মে শুধু পাঁচটা নয়, পাঁচের যে কোন গুণিতক অর্থাৎ দশটা, পনেরোটা, কুড়িটা ইত্যাদি আপেল পড়ে থাকলে তখন যার পালা পড়বে তাকে হারিয়ে দেওয়া যাবে।

সুতরাং নিয়মটা হল প্রতিবার এমনভাবে আপেল তুলতে হবে যেন পাঁচটা, দশটা, পনেরোটা ইত্যাদি সংখ্যক ( অর্থাৎ পাচের যে কোন গুণিতক ) আপেল পড়ে থাকে।

এখানে প্রথমে উনিশটা আপেল আছে, সুতরাং তুমি প্রথমবার চারটে আপেল তোল যাতে পনেরোটা আপেল পড়ে থাকে। দ্বিতীয়বার তুমি এমন সংখ্যক আপেল নাও যাতে দশটা আপেল অবশিষ্ট থাকে। তৃতীয়বার তুমি এমন ভাবে আপেল তোল যেন পাঁচটা আপেল থেকে যায়। চতুর্থবার তুমি সবকটা আপেলই তুলে নিয়ে খেলায় জিতে যাবে, আর মজা করে আপেল খাবে, অবশ্য বন্ধুকেও কয়েকটা ভাগ দেবে!

## ৪৬। কিভাবে একই দিনে পালন করবে ?

মনে কর তারা তিনজনই কলকাতায় বাস করে। কোন এক শনিবার খ্রীষ্টান ব্যক্তিটি কলকাতা থেকে রওনা হয়ে বরাবর পূর্বদিকে চলতে থাকল। মনে কর সে ঠিক সাত দিন পরে পরের শনিবার পৃথিবী প্রদক্ষিণ করে আবার কলকাতায় এসে পৌছল। এখন যখনই কেউ পূর্বদিকে অগ্রসর হয় সে প্রতি এক ডিগ্রী দ্রাঘিমা অগ্রসর হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে স্থানীয় সময়ের সঙ্গে মিল রাখার জন্য নিজের ঘড়িকে চার মিনিট এগিয়ে দেয়। যখন কেউ পৃথিবী প্রদক্ষিণ করে সে ৩৬০° দ্রাঘিমা অগ্রসর হয়। সুতরাং খ্রীষ্টান ব্যক্তিটি আবার যখন কলকাতায় ফিরে আসবে তার মধ্যে ঘড়ির কাটাকে মোট ৩৬০ × ৪ মিনিট = ২৪ ঘন্টা এগিয়ে দিয়েছে। কাজেই শনিবার যখন সে কলকাতায় ফিরে আসবে তার মনে হবে সেদিনটা রবিবার এবং সে সেদিনই তার পুণ্যদিন হিসেবে পালন করবে।

এবার মনে কর মুসলমান ব্যক্তিটিও খ্রীষ্টান ব্যক্তিটির মত একই দিনে একই গতিতে পৃথিবী প্রদক্ষিণে অগ্রসর হল কিন্তু সে চলল সোজা পশ্চিম দিকে। তাহলে সেও খ্রীষ্টান ব্যক্তিটির মত পরের শনিবার কলকাতায় ফিরে এল। কিন্তু কেউ পশ্চিম দিকে অগ্রসর হলে প্রতি ডিগ্রি দ্রাঘিমা এগোবার সঙ্গে সঙ্গে স্থানীয় সময়ের সঙ্গে মিল রাখার জন্য নিজের ঘড়িকে ৪ মিনিট পিছিয়ে দেয়। সেই হিসেবে ৩৬০° দ্রাঘিমা অগ্রসর হয়ে আবার কলকাতায় ফিরে আসার মধ্যে মুসলমান ব্যক্তিটি ঘড়ির কাটাকে পিছিয়ে দিয়েছে মোট ৩৬০ × ৪ মিনিট বা ২৪ ঘন্টা। কাজেই শনিবার যখন সে কলকাতায় ফিরে এল তার মনে হল সেদিনটা শুক্রবার। তখন সে সেদিনই তার পুণ্যদিন হিসেবে পালন করল।

ইহুদী ব্যক্তিটি কলকাতাই রয়ে গেল। সুতরাং সে শনিবারই পুণ্যদিন হিসেবে পালন করল।

তাহলে দেখতে পাচ্ছ একই স্থান কলকাতাতে একই দিন শনিবারে তারা তিনজনই পুণ্যদিন পালন করল।

অবশ্য মনে রাখবে বাস্তবে এমন হয় না। কারণ যাতে এমন দিনের গণ্ডগোল না হতে পারে সেইজন্য মোটামুটি ১৮০° দ্রাঘিমা রেখা বরাবর আন্তর্জাতিক তারিখ রেখা কল্পনা করা হয়েছে। যখনই কেউ আন্তর্জাতিক তারিখ রেখা অতিক্রম করে পূর্বদিকে অগ্রসর হয় তখনই সে ঘড়ির কাটাকে ২৪ ঘন্টা বা এক দিন পিছিয়ে দিয়ে স্থানীয় সময়ের হিসেব করে আবার যখন কেউ আন্তর্জাতিক তারিখ রেখা অতিক্রম করে পশ্চিমদিকে অগ্রসর হয় তখন সে ঘড়ির কাটাকে ২৪ ঘন্টা এগিয়ে

দিয়ে স্থানীয় সময়ের সঙ্গে মিল রাখে। এইজন্য বর্তমানে এমন দিনের গণ্ডগোল হওয়া সম্ভব নয়।

**৪৭। এক থেকে চৌষট্টি পর্যন্ত যে কোন সংখ্যা বলা**

এখানে ছটা কার্ডের সংখ্যাগুলো বিশেষ নিয়মে লিখতে হবে। প্রথম কার্ডে ১ থেকে ৬৩ পর্যন্ত শুধু বিজোড় সংখ্যাগুলো লিখবে।

দ্বিতীয় কার্ডে ২ থেকে সুরু করে দুটো সংখ্যা ২ এবং ৩ লিখবে পরের দুটো সংখ্যা ৪, ৫ বাদ দেবে আবার পরের দুটো সংখ্যা লিখবে এইরকম।

তৃতীয় কার্ডে ৪ থেকে সুরু করে চারটে সংখ্যা ৪, ৫, ৬, ৭ লিখবে, পরের চারটে সংখ্যা বাদ দেবে আবার পরের চারটে সংখ্যা লিখবে ইত্যাদি।

চতুর্থ কার্ডে ৮ থেকে সুরু করে আটটা সংখ্যা লিখবে। পরের আটটা সংখ্যা বাদ দেবে আবার পরের আটটা সংখ্যা লিখবে এইরকম।

পঞ্চম কার্ডে ১৬ থেকে সুরু করে ষোলটা সংখ্যা লিখবে, পরের ষোলটা সংখ্যা বাদ দেবে আবার পরের ষোলটা সংখ্যা লিখবে।

ষষ্ঠ কার্ডে ৩২ থেকে আরম্ভ করে বত্তিরিশটা সংখ্যা লিখবে। আর কোন কার্ডেই তেষট্টির বেশী কোন সংখ্যা থাকবে না।

প্রত্যেকটা কার্ডেরই একটা কোড নাম্বার মনে রাখবে। প্রথম কার্ডের কোড নাম্বার ১, দ্বিতীয় কার্ডের ২, তৃতীয় কার্ডের ৪, চতুর্থ কার্ডের ৮, পঞ্চম কার্ডের ১৬ এবং ষষ্ঠ কার্ডের কোড নাম্বার ৩২।

এখন যেই সংখ্যাটা কেউ মনে মনে ধরবে সেই সংখ্যাটা যেসব কার্ডে থাকবে সেইসব কার্ডের কোড নাম্বার যোগ করলেই সংখ্যাটা পাবে।

যেমন ৪৬ সংখ্যাটা আছে দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ আর ষষ্ঠ কার্ডে। দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ আর ষষ্ঠ কার্ডের কোড নাম্বারের যোগফল = ২ + ৪ + ৮ + ৩২ = ৪৬।

কার্ডে যখন সংখ্যাগুলো লিখবে তখন উপরের নিয়মে সাজিয়ে না লিখে এলোমেলো ভাবে লিখবে যাতে কোড নাম্বার গুলো বা সাজাবার নিয়ম কেউ ধরতে না পারে।

প্রথম কার্ডের সংখ্যা : ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ১১, ১৩, ১৫, ১৭, ১৯, ২১, ২৩, ২৫, ২৭, ২৯, ৩১, ৩৩, ৩৫, ৩৭, ৩৯, ৪১, ৪৩, ৪৫, ৪৭, ৪৯, ৫১, ৫৩, ৫৫, ৫৭, ৫৯, ৬১, ৬৩।

দ্বিতীয় কার্ডের সংখ্যা : ২, ৩, ৬, ৭, ১০, ১১, ১৪, ১৫, ১৮, ১৯, ২২,

২৩, ২৬, ২৭, ৩০, ৩১, ৩৪, ৩৫, ৩৮, ৩৯, ৪২, ৪৩, ৪৬, ৪৭, ৫০, ৫১, ৫৪, ৫৫, ৫৮, ৫৯, ৬২, ৬৩।

তৃতীয় কার্ডের সংখ্যা : ৪, ৫, ৬, ৭, ১২, ১৩, ১৪, ১৫, ২০, ২১, ২২, ২৩, ২৮, ২৯, ৩০, ৩১, ৩৬, ৩৭, ৩৮, ৩৯, ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৪৭, ৫২, ৫৩, ৫৪, ৫৫, ৬০, ৬১, ৬২, ৬৩।

চতুর্থ কার্ডের সংখ্যা : ৮, ৯, ১০, ১১, ১২, ১৩, ১৪, ১৫, ২৪, ২৫, ২৬, ২৭, ২৮, ২৯, ৩০, ৩১, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৩, ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৪৭, ৫৬, ৫৭, ৫৮, ৫৯, ৬০, ৬১, ৬২, ৬৩।

পঞ্চম কার্ডের সংখ্যা : ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২০, ২১, ২২, ২৩, ২৪, ২৫, ২৬, ২৭, ২৮, ২৯, ৩০, ৩১, ৪৮, ৪৯, ৫০, ৫১, ৫২, ৫৩, ৫৪, ৫৫, ৫৬, ৫৭, ৫৮, ৫৯, ৬০, ৬১, ৬২, ৬৩।

ষষ্ঠ কার্ডের সংখ্যা : ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৩, ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৪৭, ৪৮, ৪৯, ৫০, ৫১, ৫২, ৫৩, ৫৪, ৫৫, ৫৬, ৫৭, ৫৮, ৫৯, ৬০, ৬১, ৬২, ৬৩।

যদি কেউ বলে তার ধরা সংখ্যাটা কোন কার্ডেই নেই তবে বুঝতে হবে সংখ্যাটা ৬৪।

এরকম হওয়ার কারণ এই যে ১, ২, ৪, ৮, ১৬, ৩২, এই ছটি সংখ্যার এক বা একাধিক যোগ করলে ১ থেকে ৬৩ পর্যন্ত সব সংখ্যা পাওয়া যায়। কিন্তু কেন।

বায়নারি পদ্ধতিতে ( সমাধান 181 ) 1 ঘরের সংখ্যা দ্বারা 2 টি ( $2^1$ ) সংখ্যা ( 0, 1 ), 2 ঘরের সংখ্যা দ্বারা 4 টি ( $2^2$ ) সংখ্যা ( 0, 1, 2, 3, বা বায়নারি যথাক্রমে 00, 01, 10, 11 ), 3 ঘরের সংখ্যা দ্বারা 8 টি ( $2^3$ ) সংখ্যা ( 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 বা বায়নারি যথাক্রমে 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111 ) ইত্যাদি লেখা যায়। সুতরাং বায়নারি 6 ঘরের সংখ্যা দ্বারা $2^6$ বা 64 টি সংখ্যা ( 0, 1, 2, 3 ইত্যাদি 63 পর্যন্ত ) অর্থাৎ 0 কে বাদ দিলে 63 টি সংখ্যা ( 1, 2, 3, ইত্যাদি 63 পর্যন্ত ) লেখা সম্ভব।

সুতরাং প্রমাণ হচ্ছে বায়নারি 000001 ( দশমিক $2^0$ বা 1 ), 000010 ( দশমিক $2^1$ বা 2 ), 000100 ( দশমিক $2^2$ বা 4 ), 001000 ( দশমিক $2^3$ বা 8 ), 010000 ( সাধারণ $2^4$ বা 16 ), ও 100000 ( সাধারণ $2^5$ বা 32 )

অর্থাৎ দশমিক ( সাধারণ ) পদ্ধতির 1, 2, 4, 8, 16, 32 এই 6 টি সংখ্যার এক বা একাধিকের সংযোগে 1 থেকে 63 পর্যন্ত সব সংখ্যা পাওয়া যায়।

সুতরাং কোন সংখ্যাকে বিশ্লেষণ করলে যে সব কোড নম্বর পাওয়া যায়, শুধু সেই সব কোড নম্বরের কার্ডেই ঐ সংখ্যাটি থাকবে। যেমন 29 = 16 + 8 + 4 + 1 বলে 29 থাকবে শুধু পঞ্চম ( কোড নম্বর 16 ), চতুর্থ ( কোড 8 ), তৃতীয় ও প্রথম কার্ডে। এভাবেই সংখ্যা লেখা হয়ে যাবে কার্ডে, সংখ্যা লেখার যে নিয়ম আগে বলা হয়েছে তা অনুসরণ করলে।

একই নিয়মে কার্ডের সংখ্যা বাড়িয়ে যত খুসী বড় সংখ্যাও বলা যায়। যেমন সাতটি কার্ড এই নিয়মে তৈরি করলে $2^7$ বা 128 পর্যন্ত যে কোন সংখ্যা বলা যায়। এক্ষেত্রে সপ্তম কার্ডের কোড নম্বর হবে $2^6$ বা 64।

**৪৮। আশ্চর্য জানলা !**

তিন অঙ্কের যে কোন সংখ্যাই নেওয়া হোক না কেন উত্তরটা সবসময়ই হবে ১০৮৯।

যেমন মূল সংখ্যাটা ৭০৮ হলে বিপরীত সংখ্যাটা হল ৮০৭। সুতরাং বড় থেকে ছোটর বিয়োগফল হল ৮০৭ − ৭০৮ = ০৯৯, এর বিপরীত সংখ্যা = ৯৯০। তাহলে উত্তর হল ০৯৯ + ৯৯০ = ১০৮৯।

এর প্রমাণটা বুঝতে হলে মনে কর বাঁ দিকের (শতকের) অঙ্ক a, মাঝের অঙ্ক b এবং ডানদিকের ( এককের ) অঙ্ক c, তাহলে সংখ্যাটা হল $100a + 10b + c$। এর বিপরীত সংখ্যা $100c + 10b + a$, মনে কর c হতে a বড়, তাহলে মূল সংখ্যাটা বিপরীত সংখ্যার চেয়ে বড়। তাহলে বিয়োগফল $= 100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 99a - 99c = 99(a - c)$।

এখন $99(a - c) = 100(a - c) - (a - c) = 100(a - c) - 100 + 100 - 10 + 10 - a + c = 100(a - c - 1) + 90 + (10 - a + c)$।

সুতরাং বিয়োগফলের শতকের অঙ্ক $= a - c - 1$, দশকের অঙ্ক $= 9$ এবং এককের অঙ্ক $= 10 - a + c$। তাহলে বিয়োগফলের বিপরীত সংখ্যা $= 100(10 - a + c) + 90 + (a - c - 1)$।

সুতরাং বিয়োগফল ও তার বিপরীত সংখ্যার যোগফল $= 100(a - c - 1) + 90 + (10 - a + c) + 100(10 - a + c) + 90 + (a - c - 1) = 100 \times 9 + 180 + 9 = 1089$।

এখন প্রশ্ন হল জানলার কাচের গায়ে ১০৮৯ সংখ্যাটা ফুটে উঠলো কিভাবে ?

এর জন্য আগে থেকেই সাবান জলে একটা আঙুল ডুবিয়ে সেই আঙুল দিয়ে কাচের গায়ে ১০৮৯ সংখ্যাটা লিখে রাখতে হবে। শুকিয়ে গেলে লেখা আর বোঝা যাবে না।

জানলায় ফুঁ দিলে জানলার কাচ কুয়াশাচ্ছন্ন হয়ে যাবে কিন্তু সাবান জল বোলানো লেখাগুলোতে কুয়াশা জমবে না ফলে ১০৮৯ সংখ্যাটা ফুটে উঠবে। এই খেলাটা শীতকালে দেখাবে কারণ গরমকালে ফুঁ দিলেও কাচের গায়ে কুয়াশা জমবে না। উত্তর সর্বদা একই সংখ্যা হচ্ছে বলে এই খেলাটা একাধিকবার দেখাতে হলে আরও একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা যোগ করতে বলবে। আর 1089 এর সঙ্গে এই নির্দিষ্ট সংখ্যা যোগ করলে সেটাই হবে উত্তর।

**৪৯। অঙ্ক না জানলেও উত্তর !**

এখানে উত্তরটা সবসময়ই ৩৭ হবে। মনে কর মূল সংখ্যাটা ৭, তাহলে তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাটা হল ৭৭৭। এই সংখ্যার অঙ্ক তিনটের যোগফল = ৭ + ৭ + ৭ = ২১। এই ২১ দিয়ে ৭৭৭ কে ভাগ করলে ভাগফল হল ৩৭।

**৫০। অঙ্কের খেলা !**

যে সংখ্যাই ধরা হোক না কেন উত্তরটা হবে ১৪২।

উদাহরণস্বরূপ ৪৮৭ + ৪৮৮ + ২৮৩ = ১২৫৮, ১২৫৮ ÷ ২ = ৬২৯, ৬২৯ − ৪৮৭ = ১৪২।

এর কারণ কি ? মনে কর মূল সংখ্যাটি x। সুতরাং পরের সংখ্যা $= x + 1$

তাহলে $x + x + 1 + 283 = 2x + 284$

$(2x + 284) \div 2 = x + 142$

$x + 142 - x = 142$

এখানেও উত্তর সর্বদা একই হচ্ছে কিন্তু যেই সংখ্যাটা যোগ করতে হচ্ছে (২৮৩) সেটা যদি পাল্টে দাও তবে উত্তরও আলাদা হবে। এই সংখ্যাটা পাল্টে দিয়ে এই খেলাটা একজনকে একাধিকবারও দেখানো যায়।

**৫১। না জেনেই সংখ্যা বলা।**

বিয়োগফল থেকে ২০৪ বিয়োগ করে তার ডানদিকের দুটো অঙ্ক বাদ দিলে অথবা বিয়োগ ফলের ডানদিকের দুটো অঙ্ক বাদ দিলে যে সংখ্যাটা পাওয়া যায় তা থেকে ২ বিয়োগ করলেও মূল সংখ্যাটা পাওয়া যাবে। যেমন ৪৫০৪ এর ডানদিকের দুটো ঘর বাদ দিলে পাওয়া যায় ৪৫। সুতরাং মূল সংখ্যা = ৪৫ − ২ = ৪৩।

কারণটা বুঝতে হলে মনে কর মূল সংখ্যাটা x।

$\therefore\ x \times 5 = 5x$

$5x + 169$

$4 \times (5x + 169) = 20x + 676$

$20x + 676 + 579 = 20x + 1255$

$5 \times (20x + 1255) = 100x + 6275$

$100x + 6275 - 6071 = 100x + 204$

## ৫২। ক্যালেণ্ডারের খেলা!

যোগফল থেকে ৪২ বিয়োগ করে বিয়োগফলকে ৪ দ্বারা ভাগ করলেই প্রথম তারিখ পাওয়া যাবে। যেমন এখানে যোগফল ৬২, ৬২ − ৪২ = ২০, ২০ ÷ ৪ = ৫।

সুতরাং প্রথম সংখ্যা = ৫, দ্বিতীয় সংখ্যা = ৫ + ৭ = ১২, তৃতীয় সংখ্যা = ১২ + ৭ = ১৯ এবং চতুর্থ সংখ্যা = ১৯ + ৭ = ২৬ (ক্যালেণ্ডারের একই লাইনের সংখ্যাগুলো ৭ করে বেড়ে যায়)।

এরকম হওয়ার কারণ বুঝতে হলে মনে কর প্রথম সংখ্যা = x।

সুতরাং দ্বিতীয় সংখ্যা $= x + 7$, তৃতীয় সংখ্যা $= x + 7 + 7 = x + 14$, চতুর্থ $= x + 14 + 7 = x + 21$

তাহলে চারটে সংখ্যার যোগফল $= x + x + 7 + x + 14 + x + 21 = 4x + 42$।

আবার $(4x + 42) - 42 = 4x$,

$4x \div 4 = x$ (প্রথম সংখ্যা)

এক লাইনে পাঁচটা সংখ্যা থাকলে এই পাঁচটা সংখ্যার যোগফল থেকে ১০ বিয়োগ করে বিয়োগফলকে ৫ দ্বারা ভাগ করলেই প্রথম সংখ্যা পাওয়া যাবে। যেমন মনে কর পাঁচটা সংখ্যার যোগফল = ৮৫, ৮৫ − ১০ = ১৫, সুতরাং প্রথম সংখ্যা = ১৫ ÷ ৫ = ৩।

## ৫৩। ক্যালেণ্ডারের ম্যাজিক!

এখানে ক্যালেণ্ডারের বর্গাকারে নটা তারিখের মাঝখানের তারিখটা হচ্ছে ১৯। এই ১৯কে ৯ দিয়ে গুণ করলেই যোগফলটা বার হবে, ১৯ × ৯ = ১৭১।

সুতরাং বর্গাকার নটা তারিখের মাঝখানের তারিখটা দেখে নিয়ে তাকে

মনে মনে ৯ দিয়ে গুণ করলেই তুমি উত্তরটা পেয়ে যাবে। এরকম হওয়ার কারণ এই নটা তারিখের গড় মাঝখানের তারিখটা।

**৫৪। কটা সন্দেশ খাবে ?**

তিনশটা সন্দেশ খাবে। তিনজনে তিনমিনিটে খাচ্ছে তিনটে সন্দেশ, সুতরাং তিরিশজনে তিনমিনিটে খাবে তিরিশটা সন্দেশ ; তাহলে তিরিশজনে তিরিশমিনিটে খাবে তিনশটা সন্দেশ, তিরিশটি নয় কিন্তু !

**৫৫। সময়ের পার্থক্য কত বছর ?**

এখানে সময়ের পার্থক্য ( ৩৮ + ১২ − ১ ) বৎসর বা ৪৯ বৎসর।

খ্রীষ্টপূর্ব ৩৮ সালের ১৭ই মার্চ থেকে খ্রীষ্টপূর্ব ১ সালের ১৭ই মার্চ পর্যন্ত ( ৩৮ − ১ ) বৎসর বা ৩৭ বৎসর।

খ্রীষ্টপূর্ব ১ সাল থেকে ১ খ্রীষ্টাব্দ পর্যন্ত ১ বৎসর। এই পার্থক্যটা ২ বৎসর হল না কারণ শূন্য খ্রীষ্টাব্দ বলে কিছু নেই।

আবার ১ খ্রীষ্টাব্দ থেকে ১২ খ্রীষ্টাব্দ পর্যন্ত ( ১২ − ১ ) বৎসর বা ১১ বৎসর।

সুতরাং মোট সময়ের পার্থক্য ( ৩৭ + ১ + ১১ ) বৎসর বা ৪৯ বৎসর, সময়ের পার্থক্য ৩৮ + ১২ বা ৫০ বৎসর নয় কিন্তু !

**৫৬। কত ঘণ্টা ঘুমলে ?**

রাত আটটার সময় পরের দিন সকাল সাড়ে নটায় ওঠবার জন্য অ্যালার্ম দিলেও ঘড়িতে অ্যালার্ম বাজবে সেইদিনই রাত সাড়ে নটায়।

সুতরাং তুমি ঘুমুবে মাত্র দেড় ঘণ্টা, রাত আটটা থেকে রাত সাড়ে নটা পর্যন্ত।

**৫৭। কে সত্যবাদী কে মিথ্যেবাদী ?**

এখানে প্রথম ও দ্বিতীয়জন সত্যবাদী আর তৃতীয়জন মিথ্যেবাদী।

মনে রাখতে হবে যাকেই জিজ্ঞেস করা হোক না কেন সে নিজেকে সত্যবাদী বলবে। সে সত্যবাদী হলে তো নিজেকে সত্যবাদী বলবেই আর মিথ্যেবাদী হলেও নিজেকে সত্যবাদী বলবে।

তাহলে দ্বিতীয় জনের কথা ( প্রথম বলল ও সত্যবাদী ) থেকে বোঝা যাচ্ছে দ্বিতীয় জন সত্যবাদী।

সুতরাং দ্বিতীয় জনের পরের কথা ( হ্যাঁ ওও সত্যবাদী ) থেকে আরও বোঝা যাচ্ছে প্রথম জন সত্যবাদী।

আর তৃতীয়ের কথা ( প্রথম জন মিথ্যেবাদী ) থেকে বুঝতে পারছ তৃতীয় জন মিথ্যেবাদী।

## ৫৮। কার কাছে কটাকা আছে ?

প্রথমের আছে ৭ টাকা আর দ্বিতীয়ের ৫ টাকা।

কি করে হল বুঝতে হলে মনে কর প্রথমের আছে x টাকা আর দ্বিতীয়ের y টাকা।

সুতরাং $x+1=2(y-1)$

এবং $x-1=y+1$

সমাধান করে $x=7.\ y=5$

## ৫৯। কোন্‌টা জাল ?

আটটা সিকিকে তিন ভাগে ভাগ করা হল, তিনটে, তিনটে আর দুটো।

এখন পাল্লার একপাশে প্রথম ভাগ ( তিনটে সিকি ) আর অন্যপাশে দ্বিতীয় ভাগ ( তিনটে সিকি ) চাপিয়ে ওজন করলে যদি এই ওজন সমান হয় তবে বাকি দুটো সিকির একটা জাল। তাহলে এই দুটো সিকি পাল্লার দুপাশে চাপালে যেটার ওজন কম সেটাই জাল।

প্রথমবারের ওজন অসমান হলে বুঝতে হবে যেদিকের ওজন কম সেদিকের তিনটে সিকির একটা জাল। এবার এই তিনটে সিকির যে কোন দুটো নিয়ে পাল্লার দুপাশে চাপাও। এই ওজন সমান হলে বোঝা যাচ্ছে তৃতীয় সিকিটা জাল, আর অসমান হলে যেই সিকিটার ওজন কম সেটাই জাল।

## ৬০। ক বাজি খেলা হল ?

মোট সতেরো বাজি খেলা হয়েছে।

প্রথমজনের মোট সত্তর টাকা লাভ হয়েছে অর্থাৎ প্রথমজন দ্বিতীয়ের চেয়ে সাত বাজি বেশী জিতেছে। এখন দ্বিতীয় জিতেছে পাঁচ বাজি সুতরাং প্রথম জিতেছে ৫+৭=১২ বাজি। কোন খেলাই ড্র হয় নি তাহলে মোট খেলা হয়েছে ৫+১২=১৭ বাজি।

## ৬১। কি করে নিজের মুখের লেখা বুঝতে পারলো ?

মনে কর যে বুঝতে পারলো সে প্রথম পথিক, বাকিরা দ্বিতীয় ও তৃতীয় পথিক।

প্রথম ভাবলো দ্বিতীয় যখন হাসছে তখন সে নিশ্চয়ই মনে করছে তার

নিজের মুখে গাধা লেখা নেই। দ্বিতীয়ের মুখে যখন কিছু লেখা নেই তখন তৃতীয় নিশ্চয়ই হাসছে প্রথমের মুখের লেখা দেখে। তাহলে প্রথমের মুখে লেখা না থাকলে দ্বিতীয় নিশ্চয়ই অবাক হয়ে ভাবত। তৃতীয় কেন হাসছে ?

সুতরাং প্রথম বুঝতে পারলো দ্বিতীয় যখন বিস্মিত না হয়ে সহজ ভাবেই হাসছে তাহলে নিশ্চয়ই প্রথমের নিজের মুখেই গাধা লেখা রয়েছে।

### ৬২। কটা পেন আছে ?

মাত্র একটা।

মনে কর তোমার বন্ধুর পেন গুলোকে যে দুটো ভাগে ভাগ করা হল তার প্রথম ভাগে $x$ টি ও দ্বিতীয় ভাগে $y$ টি পেন আছে। ভাগ দুটো অসমান তাহলে $x-y\neq 0$।

সুতরাং আমরা পাচ্ছি $x-y=x^2-y^2$

বা $x-y=(x+y)(x-y)$

বা $1=x+y$

তাহলে মোট পেনের সংখ্যা $=x+y=1$

### ৬৩। কার বয়স কত ?

তিন মেয়ের বয়সের গুনফল ৩৬, তাহলে দেখা যাক তাদের বয়স কি কি হওয়া সম্ভব।

| ছোট মেয়ের বয়স | মেজর বয়স | বড়র বয়স | তিন মেয়ের বয়সের গুনফল | তিন মেয়েয় বয়সের যোগফল |
|---|---|---|---|---|
| ১ | ১ | ৩৬ | ৩৬ | ৩৮ |
| ১ | ২ | ১৮ | ৩৬ | ২১ |
| ১ | ৩ | ১২ | ৩৬ | ১৬ |
| ১ | ৪ | ৯ | ৩৬ | ১৪ |
| ১ | ৬ | ৬ | ৩৬ | ১৩ |
| ২ | ২ | ৯ | ৩৬ | ১৩ |
| ২ | ৩ | ৬ | ৩৬ | ১১ |
| ৩ | ৩ | ৪ | ৩৬ | ১০ |

এখন বয়সের যোগফল ৩৮ হতে পারে না কারণ কোন মাসের তারিখই ৩৮ হয় না। আবার দেখা যাচ্ছে সব ক্ষেত্রেই বয়সের যোগফল আলাদা শুধু

দুটো ক্ষেত্রে বয়সের যোগফল সমান (১৩)। সুতরাং যখন বয়সের যোগফল জেনেও বয়স বলা গেল না তখন যোগফল নিশ্চয়ই ১৩।

তাহলে তিনি মেয়ের বয়স হয় ১, ৬, ৬ অথবা ২, ২, ৯। প্রথম ক্ষেত্রে বড় দুই মেয়ে আর দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ছোট দুই মেয়ে যমজ। যেহেতু ছোট মেয়ে মামা বাড়ি তাহলে বড় দুই মেয়েই যমজ, আর তিন মেয়ের বয়স ১, ৬, ৬।

## ৬৪। কার ফিতে কি রঙের ?

বড় মেয়ে পাপড়ি সবচেয়ে পিছনে আছে তাই সে ব্রততী ও ঝুমার মাথার ফিতে দেখতে পাচ্ছে। এখন হলুদ ফিতে আছে মাত্র দুটো তাহলে ব্রততী ও ঝুমা উভয়েরই মাথায় হলুদ ফিতে থাকতে পারে না কারণ তাহলে পাপড়ি সঙ্গে সঙ্গে বলতে পারত তার নিজের মাথায় আছে লাল ফিতে।

সুতরাং তিন রকম হওয়া সম্ভব। ব্রততী লাল, ঝুমা লাল, অথবা ব্রততী লাল, ঝুমা হলুদ, অথবা ব্রততী হলুদ, ঝুমা লাল।

তাহলে ব্রততীর মাথায় হলুদ ফিতে থাকলে ঝুমা তা দেখে বলতে পারত তার নিজের মাথায় আছে লাল ফিতে। কিন্তু ঝুমা তা পারে নি। সুতরাং ব্রততীর মাথায় হলুদ ফিতে নেই। তাহলে ব্রততীর মাথায় আছে অবশ্যই লাল ফিতে।

## ৬৫। কিভাবে খেললো ?

দাবা খেলায় সর্বদা সাদা গুটির চাল দিয়ে খেলা আরম্ভ হয়। মনে কর প্রথম বন্ধুর সঙ্গে খেলায় প্রথম বন্ধু নিয়েছে সাদা গুটি আর ছেলে নিয়েছে কাল গুটি এবং দ্বিতীয় বন্ধুর সঙ্গে খেলায় ছেলে নিয়েছে সাদা গুটি। খেলা হচ্ছে দুটো ঘরে, প্রথম ঘরে প্রথম বন্ধুর সঙ্গে ও দ্বিতীয় ঘরে দ্বিতীয় বন্ধুর সঙ্গে।

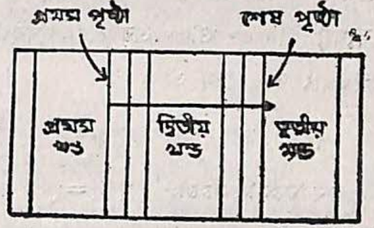
প্রথম ঘরে প্রথম বন্ধু সাদা গুটির চাল দিয়ে খেলা সুরু করলো। ছেলে সেই চাল দেখে নিয়ে দ্বিতীয় ঘরে গিয়ে সেই একই চাল দিয়ে খেলা আরম্ভ করলো। তখন দ্বিতীয় যেই চাল দিল ছেলে সেই চাল দেখে নিয়ে প্রথম ঘরে এসে প্রথমের বিরুদ্ধে সেই একই চাল দিল।

এই ভাবেই খেলা চলল। ছেলে দাবা খেলার কিছু না জানলেও তার কোন অসুবিধা হল না কারণ সে প্রথম বন্ধুর দেওয়া চাল দিচ্ছে দ্বিতীয়ের বিরুদ্ধে আর দ্বিতীয়ের দেওয়া চাল দিচ্ছে প্রথমের বিরুদ্ধে।

স্থতরাং শেষ পর্যন্ত হয় ছেলে এক বন্ধুর সঙ্গে জিতবে অন্যর সঙ্গে হারবে অথবা উভয় খেলাই ড্র হবে।

## ৬৬। পোকার রাস্তা!

লাইব্রেরির তাকে যখন বই রাখা হয় তখন প্রথম খণ্ড থাকে বাঁ দিকে, তারপর দ্বিতীয় খণ্ড আর একদম ডান দিকে থাকে তৃতীয় খণ্ড। আর বইয়ের প্রথম পাতা থাকে ডানদিকে, শেষ পাতা থাকে বাঁদিকে (চিত্র ৯)।




চিত্র 9 সমাধান 66

স্থতরাং প্রথম খণ্ডের প্রথম পাতা থেকে তৃতীয় খণ্ডের শেষ পাতা পর্যন্ত দূরত্ব=প্রথম খণ্ডের (প্রথম পাতা+সামনের মলাট)+সমস্ত দ্বিতীয় খণ্ড+তৃতীয় খণ্ডের (পিছনের মলাট+শেষ পাতা)=০.২ মিলি মি+৩ মিলি মি+৩ সে মি+৩ মিলি মি+০.২ মিলি মি=৩.৬৪ সেমি।

## ৬৭। কুকুর কতটা দৌড়ল?

ঘণ্টায় ৬ কি মি হিসেবে বাস রাস্তা থেকে তোমার বাড়ির দূরত্ব ১ কি মি অতিক্রম করতে তোমার সময় লাগে ১/৬ ঘণ্টা বা ১০ মিনিট।

তাহলে কুকুরও দৌড়েছে ১০ মিনিট। ঘণ্টায় ১৬ কিমি হিসেবে কুকুর ১০ মিনিট বা ১/৬ ঘণ্টায় যাবে ১৬/৬ কি মি=৮/৩ কি মি=২ ২/৩ কি মি।

স্থতরাং কুকুর দৌড়ল ২ ২/৩ কি মি।

## ৬৮। কিভাবে নদী পার হবে?

প্রথমে তুমি আর তোমার বোন নদী পার হলে। তুমি সেখানে রয়ে গেলে, বোন ফিরে এল। বোন এপারে রয়ে গেল, বাবা পার হলেন। এখন তুমি এপারে ফিরে এলে, তুমি আর বোন আবার পার হলে। বোন ওপারে রয়ে গেল, তুমি ফিরে এলে। তুমি এপারে রয়ে গেলে, মা পার হলেন। মা ওপারে থাকলেন, বোন ফিরে এল।

এবার বোন ছাগলটাকে নিয়ে ওপারে গেল, ছাগলটা রয়ে গেল, বোন ফিরে এল। একদম শেষে তুমি আর তোমার বোন ওপারে গেলে। সবাই পার হল, মামাবাড়িও যেতে পারলে!

৬৯। বয়স কত?

মনে কর ঐ ব্যক্তির মেয়ের সংখ্যা $x$, তাহলে প্রত্যেক মেয়ের বোনের সংখ্যা $(x-1)$ এবং প্রতি মেয়ের সন্তান সংখ্যাও $(x-1)$। সুতরাং তাঁর মেয়েদের মোট সন্তান সংখ্যা $x(x-1)$।

তাহলে মেয়ে ও মেয়েদের সন্তানদের মোট সংখ্যা $=x+x(x-1)=x+x^2-x=x^2$। অর্থাৎ তাঁর বয়স $x^2$। এখন $x^2$ একটি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা আর ৫০ ও ৮০ এর মধ্যে পূর্ণবর্গ সংখ্যা একটিই আছে, ৬৪।
সুতরাং তার বয়স ৬৪।

৭০। সময় কত হবে?

২৩৯৯৯৯৯৯৯৯৯৭ ঘণ্টা=(২৪০০০০০০০০০০০−৩) ঘণ্টা। প্রতি ২৪ ঘণ্টা পর ঘড়িতে একই সময় থাকে। সুতরাং ২৪০০০০০০০০০০০ ঘণ্টা পরে সময় হবে বিকেল পাঁচটা। তাহলে তার থেকে ৩ ঘণ্টা আগে সময় হবে দুপুর দুটো।

৭১। কিভাবে সাজাবে?

পঞ্চম গ্লাসের দুধ দ্বিতীয় গ্লাসে ঢেলে খালি পঞ্চম গ্লাসটাকে আবার তার পূর্বের স্থানে রাখতে হবে।

৭২। দুজনের সম্পর্ক কি?

মা ও ছেলে।

৭৩। তেপায়ার সুবিধা?

হ্যাঁ ঠিক। তিনটি বিন্দু দিয়ে সবসময় একটি সমতল আঁকা যায় অর্থাৎ তিনটি বিন্দু সর্বদা একই সমতলে থাকে। কিন্তু চারটে বিন্দু একই সমতলে থাকতেও পরে, নাও পারে।

সুতরাং তেপায়ার তিনটি পা ছোট বড় হলেও তাদের তলা একই সমতলে থাকে ফলে যে কোন সমতল মেঝেতে তেপায়াকে ভালভাবেই বসানো যায়।

কিন্তু চারটে ছোট বড় পা থাকলে তাদের তলা এক সমতলে থাকে না ফলে সমতল মেঝেতে সেটাকে ভালভাবে বসানো যায় না। এই জন্যই জরিপের কাজে আর ক্যামেরা রাখতে তেপায়া বেশী ব্যবহৃত হয়।

৭৪। না বলা অঙ্ক !

ঠিক ভুলে যাওয়া অঙ্কর ( প্রশ্ন ৯ ) মতই এখানে উত্তর বার করতে হবে। এখানে ১৪ এর পরবর্তী ৯-এর গুণিতক হল ১৮। এখন ১৮ − ১৪ = ৪, সুতরাং না বলা অঙ্ক হল চার।

এখানে মূল সংখ্যা ৪৯৭৬ ও নতুন সংখ্যা ৭৪৬৯ হলে বিয়োগ ফল ৭৪৬৯ − ৪৯৭৬ = ২৪৯৩। তাহলে ৪ কে বাদ দিয়ে বাকি তিনটে অঙ্কের যোগফল = ২ + ৯ + ৩ = ১৪।

প্রশ্ন ৯ এর মতই এখানে প্রমাণ করা যায় যে বিয়োগফলটা ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

৭৫। কি করে মাপবে ?

তিন লিটারের বালতি জলে ভর্তি করে পাঁচ লিটারের বালতিতে ঢালতে হবে। তাহলে বড় বালতিতে আর দু লিটার জল রাখার জায়গা রইল। আবার ছোট বালতি জলে ভর্তি করে বড় বালতিতে ঢালা হল। ফলে বড় বালতি জলে ভর্তি হয়েও ছোট বালতিতে এক লিটার জল রয়ে গেল।

এবার বড় বালতি খালি করে তাতে ছোট বালতির এই এক লিটার জল ঢালা হল। আবার ছোট বালতি ভর্তি করে সেই তিন লিটার জল বড় বালতিতে ঢালা হল। তাহলে বড় বালতিতে রইল চার লিটার জল।

৭৬। দাবার বোর্ড কি পুরো ঢেকে ফেলা যাবে ?

একটা গুটি পাশাপাশি দুটো ঘর ঢাকছে আর দাবার বোর্ডে পাশাপাশি দুটো ঘর সবসময়ই একটা সাদা ও একটা কালো হবে।

এখানে ৩২টি সাদা ঘর ও ৩২টি কালো ঘরের মধ্যে দুটো কালো ঘর কেটে বাদ দেওয়া হয়েছে। সুতরাং থাকছে ৩২টি সাদা ঘর এবং ৩০টি কালো ঘর। এখন ৩০টি গুটি দিয়ে এর ৩০টি সাদা ঘর ও ৩০টি কালো ঘর ঢেকে দেওয়া সম্ভব। তাহলে সবসময়ই বাকি থাকবে দুটো সাদা ঘর। বাকি একটা গুটি দিয়ে কখনও দুটো এক রঙের ঘর ঢাকা সম্ভব নয়।

সুতরাং ৩১টি গুটি দিয়ে এই ৬২টি ঘর কখনও ঢাকা যাবে না।

৭৭। দুধ আর জলের অনুপাত !

এখানে দুবার মেশাবার পর উভয় পাত্রেই তরলের আয়তন পূর্বের আয়তনের সমান ( এক লিটার ) থাকছে।

সুতরাং প্রথম পাত্রে যদি $x$ লিটার দুধ মেশানো হয়ে থাকে তবে প্রথম পাত্র থেকে $x$ লিটার জল সরানো হয়েছে এবং দ্বিতীয় পাত্র থেকেও $x$ লিটার দুধ সরিয়ে $x$ লিটার জল মেশানো হয়েছে।

তাহলে দুবার মেশানোর পর প্রথম পাত্রে থাকছে $x$ লিটার দুধ ও $(1-x)$ লিটার জল এবং দ্বিতীয় পাত্রে থাকছে $x$ লিটার জল ও $(1-x)$ লিটার দুধ।

সুতরাং প্রথম পাত্রে দুধ : জল $= x : 1-x$

এবং দ্বিতীয় পাত্রে জল : দুধ $= x : 1-x$

অর্থাৎ একই অনুপাত।

**৭৮। বাবা কতক্ষণ হাঁটলেন?**

বাবা হেঁটেছেন ৪৫ মিনিট।

তুমি অন্য শনিবারের চেয়ে আধ ঘণ্টা আগে বাড়ি পৌঁছেছো, এর কারণ তোমাকে স্টেশন পর্যন্ত যেতে হয়নি। অর্থাৎ যে জায়গায় তোমার সঙ্গে বাবার দেখা হলো সেখান থেকে স্টেশনে গিয়ে আবার সেখানে ফিরে আসতে সময় লাগে আধ ঘণ্টা। সুতরাং সে জায়গা থেকে স্টেশনে যেতে সময় লাগে পনেরো মিনিট। তুমি স্টেশনে পৌঁছাও ছটায় তাহলে সে জায়গায় পৌঁছেছ ৫টা ৪৫ মিনিট। আর বাবা স্টেশন থেকে রওনা হয়েছেন ৫ টায়। সুতরাং বাবা ৪৫ মিনিট হেঁটেছেন।

**৭৯। পায়রা কতটা উড়ল?**

ঘণ্টায় ৫০ কি মি বেগে হাওড়া থেকে বর্ধমান ( দূরত্ব ১০০ কি মি ) যেতে সময় লাগে দু ঘণ্টা। সুতরাং ট্রেন দুটো মিলিত হয়েছে রওনা হওয়ার এক ঘণ্টা পরে। তাহলে বোঝা যাচ্ছে পায়রাটা উড়েছে ঠিক এক ঘণ্টা। আর পায়রাটা এক ঘণ্টায় ওড়ে আশি কি মি।

সুতরাং পায়রাটা মোট আশি কিমি পথই উড়েছে।

**৮০। দোকানদার কি ঠকলেন?**

দোকানদার একশ টাকাই ঠকলেন।

এখানে লোকটি আগের দিন ছোট থালা নিয়ে পরের দিন তা ফেরৎ দিলেন। সুতরাং ছোট থালার কথা ধরার প্রয়োজন নেই। তাহলে শেষ পর্যন্ত দাঁড়াচ্ছে লোকটি দুশ টাকা দামের বড় থালা নিয়ে দিলেন মাত্র একশ টাকা। সুতরাং একশ টাকা ঠকলেন দোকানদার।

## ৮১। বাকি দু টাকার কি হলো ?

এখানে একশ টাকার কোন প্রশ্নই নেই কারণ ভদ্রলোক তাঁর একশ টাকার মধ্যে ছ টাকা ফেরৎ পেলেন। সুতরাং তাঁর খরচ হলো ৯৪ টাকা।

এই ৯৪ টাকার মধ্যে হোটেল পেল ৯০ টাকা আর বাকি চার টাকা পেল বেয়ারা।

## ৮২। তিন আর দুই সমান ?

এখানে সমীকরণের উভয় পক্ষকে $x-3$ দ্বারা ভাগ করা হয়েছে। কিন্তু $x-3=0$ কারণ $x=3$। মনে রাখবে শূন্য দিয়ে কোন কিছুকেই ভাগ করা যায় না। এক্ষেত্রে 0 দিয়ে ভাগ করা হয়েছে বলেই একটা ভুল সিদ্ধান্তে এসে পৌঁছানো হচ্ছে। অর্থাৎ $3=2$ এই সিদ্ধান্ত ভুল।

## ৮৩। লাভ ক্ষতি দুইই সমান ?

এখানেও উভয় পক্ষকে 0 দিয়ে ভাগ করা হচ্ছে কারণ $x=5$ বলে $x-5$ এর মান শূন্য। এইজন্য এখানেও সিদ্ধান্তটা ভুল।

## ৮৪। সাতও যা নয়ও তা ?

মনে রাখবে $a^2=b^2$ হলে $a=\pm b$, অর্থাৎ $a^2=b^2$ হলে $a=b$ হবেই এমন কোন কথা নেই, $a=b$ না হয়ে $a=-b$ ও হতে পারে।

এখানেও $(7-8)^2=(9-8)^2$ এই পর্যন্ত ঠিকই আছে।

কিন্তু তাই বলে $7-8=9-8$ হবে না।

এটা হবে $7-8=-(9-8)$

বা, $7-8=-9+8$

বা, $-1=-1$

এভাবে করলেই সিদ্ধান্ত ঠিক হচ্ছে।

## ৮৫। উত্তর কিভাবে জানবে ?

একটি উদাহরণ দিলে জিনিষটা স্পষ্ট হবে। মনে কর মূল সংখ্যাটা ৩০৪, একে ৩ দিয়ে গুণ করলে হয় ৯১২। মনে কর ১ এর পরে ৮ বসানো হল তাহলে হচ্ছে ৯১৮২ = ৯১০২ + ৮০। এখন ৯১০২ পাওয়া যায় ৯১২ তে 0 বসিয়ে। তাহলে ৯১২ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য বলে ৯১০২ ও বিভাজ্য হবে ৩ দিয়ে। এবার ৫ দিয়ে গুণ করে পাওয়া যাচ্ছে ৫ × ৯১৮২ = ৫(৯১০২ + ৮০)

=৫×৯১০২+৫×৮০=৫×৯১০২+৪০০। এখন ৩ দিয়ে ভাগ করা হচ্ছে। সুতরাং ৯১০২ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য বলে ৫×৯১০২ সংখ্যাটিও ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে। তাহলে ৪০০ কে (৮ কে বিভিন্ন স্থানে বসালে ৪০, ৪০০০ ইত্যাদিও হতে পারে) ৩ দিয়ে ভাগ করলে যা ভাগশেষ থাকবে তাই হবে আমাদের ভাগশেষ।

এখন ৪০, ৪০০, ৪০০০ ইত্যাদিকে ৩ দিয়ে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রেই ভাগশেষ থাকবে ১। তাহলে মূল সংখ্যাটা যাই ধরা হোক না কেন ভাগশেষ সবসময়ই হবে ১ আর এর সঙ্গে ২৪ যোগ করলে হবে ২৫।

সুতরাং যোগফলটা সবসময়ই হবে ২৫।

## ৮৬। কটা আংটা কাটতে হবে?

মাত্র একটা আংটা, তৃতীয়টা কাটতে হবে।

তৃতীয় আংটাটা কাটলে প্রথম দুটো থাকছে একসঙ্গে, তৃতীয়টা আলাদা আর বাকি চারটে ( চতুর্থ, পঞ্চম, ষষ্ঠ ও সপ্তম ) থাকছে এক সঙ্গে।

প্রথমবার খাওয়ার পর ভোম্বল দিল তৃতীয় আংটাটা, দ্বিতীয়বার খাওয়ার পর প্রথম দ্বিতীয় এই দুটো দিয়ে তৃতীয়টা ফেরৎ নিয়ে নিল। তৃতীয় বার খাবার পর আবার দিল তৃতীয়টা, চতুর্থবারের পরে শেষ চারটে দিয়ে প্রথম দুটো এবং তৃতীয়টা ফেরৎ নিল।

পঞ্চমবারের পর আবার দিল তৃতীয়টা, ষষ্ঠবারের পর প্রথম দুটো দিয়ে তৃতীয়টা ফেরৎ পেল। সব শেষে সপ্তমবার খাবার পর ভোম্বল তৃতীয় আংটাটা হোটেল ওয়ালাকে দিয়ে দিল।

## ৮৭। আসল মুদ্রা না জাল মুদ্রা?

মুদ্রাটা নকল। খ্রীষ্ট জন্মের আগে যেই মুদ্রা নির্মিত হয়েছে তাতে খ্রীষ্ট জন্মের ১২৪ বৎসর আগের সালের উল্লেখ থাকতে পারে না কারণ তখন তো যীশু খ্রীষ্টের জন্মই হয় নি।

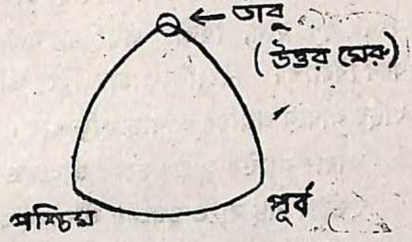
## ৮৮। ভালুকের রং কি?

ভালুকের রং সাদা।

শিকারী তাঁবু থেকে দক্ষিণ দিকে গেল ১২ কি মি। সেখান থেকে পশ্চিমে গেল ১২ কিমি আবার উত্তরে ১২ কিমি গিয়ে তাঁবুতে ফিরে এল।

স্পষ্টই বোঝা যাচ্ছে সাধারণ কোন জায়গায় এটা অসম্ভব। সাধারণ কোন জায়গা হলে তাঁবুতে পৌঁছবার জন্য তাকে এর পরও পূর্ব দিকে কয়েক কিলো মিটার পথ যেতে হত।

এ জিনিষটা হওয়া সম্ভব একমাত্র উত্তর মেরুতে। আর তোমার জান উত্তর মেরুতে প্রচণ্ড ঠাণ্ডার জন্য কেবল শ্বেত ভল্লুকই দেখা যায় ( চিত্র ১০ ) তাহলে ভালুকের রং ছিল সাদা।




চিত্র 10 ( সমাধান 88 )

৮৯। কটা আম পাড়বে ?

মাত্র দুটো। দুটোর অর্ধেক হল একটা আর তার চেয়ে এক কম মানে শূন্য। সুতরাং প্রথম দারোয়ানকে একটা আমও দিতে হলো না, চোরের কাছে দুটো আমই রয়ে গেল। একই নিয়মে অন্য দারোয়ানরাও কেউ কোন আম পেল না আর চোর দুটো আম নিয়েই বাড়ি ফিরতে পারল। দুটোর বেশী আম পাড়লেই কিন্তু দারোয়ানদের কিছু না কিছু আম দিতে হত।

৯০। কটা ট্রেনের সঙ্গে দেখা হবে ?

যেই ট্রেনটা সকাল আটটায় হাওড়া পৌঁছায় তার সঙ্গে সর্ব প্রথম দেখা হবে।

এর পর দেখা হবে যথাক্রমে যেটা নটার সময় হাওড়ায় পৌঁছায়, যেটা দশটায় হাওড়ায় পৌঁছায় ইত্যাদি টেনগুলোর সঙ্গে।

আর শেষ দেখা হচ্ছে সেই ট্রেনটার সঙ্গে যেটা বিকেল চারটায় পাটনা থেকে ছাড়ে অর্থাৎ রাত বারটায় হাওড়া এসে পৌঁছায়।

তাহলে কোন্ ট্রেনগুলোর সঙ্গে দেখা হচ্ছে ? যেগুলো হাওড়ায় আসছে যথাক্রমে সকাল আটটা, নটা, দশটা, এগারোটা, দুপুর বারটা, একটা, দুটো, তিনটে, বিকেল চারটে, পাঁচটা, ছটা, রাত সাতটা, আটটা, নটা, দশটা, এগারোটা আর বারোটা, মোট সতেরোটা।

তাহলে মোট সতেরোটা ট্রেনের মুখোমুখী হবে। আর যদি প্রথম এবং শেষ ট্রেনটা বাদ দিয়ে ধরি তাহলে দেখা হবে পনেরোটা ট্রেনের সঙ্গে।

### ৯১। দাদু নাতির জন্ম দিনের সংখ্যা সমান!

হ্যাঁ সম্ভব, এখানে দাদুর জন্ম হয়েছে কোন লিপইয়ারের ২৯শে ফেব্রুয়ারি।

তাহলে দাদুর জন্ম দিন আসছে চার বছর পরপর। প্রথম জন্মদিন চার বৎসর পূর্ণ হলে, দ্বিতীয় জন্মদিন আট বৎসর পূর্ণ হলে ইত্যাদি। দাদুর বয়স বিরাশি। বিরাশিকে চার দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল হয় কুড়ি। সুতরাং দাদুর জীবনে জন্মদিন এসেছে কুড়ি বার।

আবার নাতির কুড়ি বছরের জীবনেও জন্ম দিন এসেছে কুড়িবার।

সুতরাং দাদু নাতি দুজনের জীবনেই জন্মদিনের সংখ্যা সমান।

### ৯২। কত ক্ষতি হল?

আসলে একশ টাকাই ক্ষতি হল।

দোকানী ক্রেতাকে দিল চল্লিশ টাকার জিনিষ এবং ষাট টাকা ফেরৎ আর পাশের দোকানীকে দিল একশ টাকা অর্থাৎ মোট দুশ টাকা। অন্য দিকে সে পাশের দোকানীর কাছ থেকে পেল একশ টাকার ভাঙানি।

সুতরাং তার ক্ষতি হচ্ছে ( ২০০ – ১০০ ) টাকা বা ১০০ টাকা।

### ৯৩। কি করে বুঝলো বৌকে ভুতে ধরেছে?

কারণটা বুঝতে হলে প্রথমে আমাদের দেখতে হবে গ্রামে একটি মাত্র ভূতে পাওয়া বৌ থাকলে কি হত।

মনে কর শুধু প্রথম বৌকে ভূতে পেয়েছে। এখন প্রথম বর নিশ্চিতভাবে জানে যে প্রথম বৌ ছাড়া গ্রামে অন্য কোন ভূতে পাওয়া বৌ নেই তবে প্রথম বৌ ভূতে পাওয়া কিনা তা প্রথম বর সঠিক জানে না। তাহলে ঢ্যাড়া শুনেই সে ভাববে গ্রামে যখন ভূতে পাওয়া বৌ আছে তখন প্রথম বৌ-ই নিশ্চিতভাবে ভূতে পাওয়া। সুতরাং সে সোমবারই প্রথম বৌকে মোড়লের কাছে নিয়ে যাবে।

এবার দেখতে হবে গ্রামে দুজন ভূতগ্রস্ত বৌ থাকলে কি হবে।

মনে কর প্রথম ও দ্বিতীয় বৌ ভূতগ্রস্ত। এখন প্রথম বর জানে দ্বিতীয় বৌ ভূতে পাওয়া আর দ্বিতীয় বর জানে প্রথম বৌ ভূতগ্রস্ত। সুতরাং তারা দুজনেই ভাববে সোমবার অন্যজন তার বৌকে মোড়লের কাছে নিয়ে যাবে।

কিন্তু সোমবার কেউ মোড়লের কাছে না আসাতে দুজনেই নিশ্চিত হবে যে গ্রামে অন্ততঃ দুজন ভূতে ধরা বৌ আছে। এমন প্রথম বর ভাববে একজন ভূতে পাওয়া বৌ হল দ্বিতীয় বৌ, অন্য কোন ভূতগ্রস্ত বৌ-এর কথা সে জানে

না তাহলে নিশ্চয়ই অন্য ভূতে পাওয়া বৌ হল প্রথম বৌ। একই ভাবে দ্বিতীয় বরও নিশ্চিত হবে যে দ্বিতীয় বৌ ভূতগ্রস্ত। সুতরাং তারা দুজনেই নিজ নিজ বৌকে মঙ্গলবার মোড়লের কাছে নিয়ে আসবে।

এখন দেখা যাক গ্রামে তিন জন ভূতে ধরা বৌ থাকলে কি হবে।

এক্ষেত্রে প্রথম দ্বিতীয় তৃতীয় বরের প্রত্যেকে জানে যে অন্য দুজনের বৌকে ভূতে পেয়েছে। সুতরাং তারা প্রত্যেকেই ভাববে যে মঙ্গলবার অন্য দুজন তাদের বৌকে মোড়লের কাছে নিয়ে যাবে।

কিন্তু মঙ্গলবারও কেউ মোড়লের কাছে না যাওয়ায় তারা নিশ্চিত হবে যে গ্রামে অন্ততঃ তিনজন ভূতগ্রস্ত বৌ আছে। এখন প্রথম বর জানে যে দ্বিতীয় ও তৃতীয় বৌ ভূতগ্রস্ত, আর কারও বৌ ভূতগ্রস্ত হলে সে তা জানত, তাহলে নিশ্চয়ই প্রথম বৌ ভূতগ্রস্ত। একই ভাবে দ্বিতীয় ও তৃতীয় বরও যথাক্রমে দ্বিতীয় ও তৃতীয় বৌ-এর ভূতে পাওয়া সম্বন্ধে নিশ্চিত হবে।

সুতরাং তিনজনই বুধবার নিজের নিজের বৌকে নিয়ে মোড়লের কাছে আসবে।

### ৯৪। অঙ্কের থট্ রিডিং!

অন্য কেউ দ্বিতীয় সংখ্যা লেখার পর তুমি যখন তৃতীয় সংখ্যা লিখবে তখন লক্ষ্য রাখবে দ্বিতীয় ও তৃতীয় সংখ্যার যোগফল যেন ৯৯৯৯৯৯ হয়। যেমন দ্বিতীয় সংখ্যা যদি ৯৯৭৪০৫ হয় তবে তৃতীয় সংখ্যা হবে ০০২৫৯৪ অর্থাৎ ২৫৯৪ ( তুমি যে কোন অঙ্কের সংখ্যাই লিখতে পার )।

একই ভাবে পঞ্চম সংখ্যা লেখার সময়ও দেখবে যাতে চতুর্থ ও পঞ্চম সংখ্যার যোগফলও ৯৯৯৯৯৯ হয়।

তাহলে পাঁচটা সংখ্যার যোগফল কত দাঁড়াচ্ছে? না, প্রথম সংখ্যা +৯৯৯৯৯৯+৯৯৯৯৯৯=প্রথম সংখ্যা+১৯৯৯৯৯৮=প্রথম সংখ্যা+২০০০০০০−২।

এই যোগফলটা খুব সহজেই বার করা যায়। শুধু প্রথম সংখ্যা থেকে ২ বিয়োগ করে বিয়োগ ফলের নিযুতের ঘরে ২ বসাতে হবে। যেমন প্রথম সংখ্যা ৭৮০৩৫১ হলে আমরা পাই ৭৮০৩৫১−২=৭৮০৩৪৯, তাহলে যোগফল হবে ২৭৮০৩৪৯। আবার প্রথম সংখ্যা ১০০০০০ হলে ১০০০০০−২=৯৯৯৯৮=০৯৯৯৯৮ এবং যোগফল ২০৯৯৯৯৮ ( ২৯৯৯৯৮ নয় কিন্তু )।

৯৫। কম্পিউটারের খেলা!

মনে কর পয়সার সংখ্যা x এবং তোমার বয়স y। তাহলে আমরা পাচ্ছি পয়সার সংখ্যা $\times 4 = x \times y = 4x$। এ থেকে 9 বিয়োগ করে পাই $4x-9$

$$(4x-9)\times 25 = 100x - 225$$

$$100x - 225 + 114 = 100x - 111$$

এর সঙ্গে বয়স y যোগ করে পাই $100x - 111 + y = 100x + y - 111$

তাহলে এই শেষ যোগফল থেকে পয়সার সংখ্যা আর বয়স বার করতে হলে এই যোগফলের সঙ্গে মনে মনে 111 যোগ কর, তাহলে পাচ্ছ $100x + y - 111 + 111 = 100x + y$। সুতরাং এই সংখ্যাটার ডানদিকের দুঘর হবে বয়স আর এই দুঘর বাদে বাকি সংখ্যাটা হবে পয়সার সংখ্যা। যেমন শেষ যোগফল 20898 হলে $20898 + 111 = 21009$ হচ্ছে। সুতরাং বয়স হবে 09 বা 9 বৎসর এবং পয়সা হবে 210 পয়সা বা 2 টাকা 10 পয়সা।

৯৬। থট্ রিডিং এর খেলা!

শেষ ভাগফলকে ২২ দিয়ে ভাগ করলেই মূল সংখ্যাটা পেয়ে যাবে যেমন ৫০৬ ÷ ২২ = ২৩।

এখানে ছয় অঙ্কের সংখ্যা টাকে পরপর ১৩, ২১ এবং ৩৭ দিয়ে ভাগ করা হচ্ছে। এখন ১৩ × ২১ × ৩৭ = ১০১০১, তাহলে ছয় অঙ্কের সংখ্যাটাকে ভাগ করা হচ্ছে ১০১০১ দিয়ে।

যে কোন দুই অঙ্কের সংখ্যাকে পরপর তিনবার লিখলে যে ছয় অঙ্কের সংখ্যা পাওয়া যায় তাকে ১০১০১ দিয়ে ভাগ করলে সবসময় মূল দুই অঙ্কের সংখ্যাটা পাওয়া যাবে।

কিন্তু এখানে আবার পরপর ২ এবং ১১ দিয়ে গুন করা হচ্ছে অর্থাৎ গুন করা হচ্ছে ২ × ১১ বা ২২ দিয়ে।

এই জন্যই উত্তরটা বার করতে হলে শেষ ভাগফলকে আবার ২২ দিয়ে ভাগ করতে হচ্ছে।

৯৭। জন্ম তারিখ কত?

মনে কর দিনের সংখ্যা $a$, মাসের সংখ্যা $b$ এবং বছরের সংখ্যা $c$।

দিনের সংখ্যাকে 50 দিয়ে গুন করে পাওয়া যায় $50a$, এর সঙ্গে 7 যোগ করলে $50a+7$

2 দিয়ে গুন করে $2(50a+7) = 100a + 14$

মাসের সংখ্যা $b$ যোগ করে $100a+14+b$

20 দিয়ে গুন করে $20\ (100a+14+b)$

$=2000a+280+20b$

11 যোগ করে $2000a+280+20b+11$

$=2000a+20b+291$

5 দিয়ে গুন করে $5\ (2000a+20b+291)$

$=10000a+100\ b+1455$

বছরের সংখ্যা $c$ যোগ করে

$10000a+100b+1455+c$

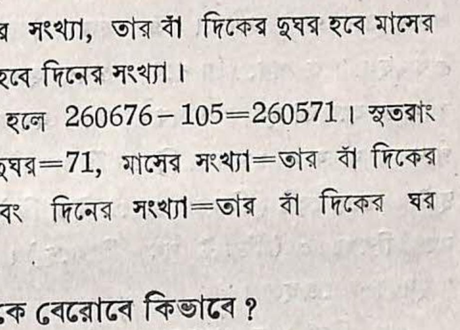
1350 বিয়োগ করে $10000a+100b+1455+c-1350=10000a+100b+c+105$

সুতরাং উত্তরটা বার করতে হলে তোমাকে বিয়োগফল থেকে মনে মনে 105 বিয়োগ করতে হবে তাহলে পাবে $10000a+100b+c$। এর শেষ (ডানদিকের) দুঘর হবে বছরের সংখ্যা, তার বাঁ দিকের দুঘর হবে মাসের সংখ্যা এবং এর বাঁদিকের সংখ্যা হবে দিনের সংখ্যা।

যেমন বিয়োগফল 260676 হলে $260676-105=260571$। সুতরাং বছরের সংখ্যা=ডানদিকের দুঘর=71, মাসের সংখ্যা=তার বাঁ দিকের দুঘর=05=5 (মে মাস) এবং দিনের সংখ্যা=তার বাঁ দিকের ঘর (এক বা দুঘর)=২৬।

## ৯৮। গোলক ধাঁধা থেকে বেরোবে কিভাবে ?

যে কোন গোলক ধাঁধা থেকে বেরোবার একটা খুব সহজ নিয়ম আছে।




চিত্র 11 (সমাধান ৯৮)

নিয়মটা হল, গোলক ধাঁধায় ঢোকার সময় থেকে বেরোন পর্যন্ত তোমার ডান বা বাঁ (যে কোন এক) হাত গোলক ধাঁধার একটা দেওয়াল স্পর্শ করে অগ্রসর হতে থাক। অর্থাৎ ডান হাত দিয়ে স্পর্শ করলে সবসময়ই ডান হাত দিয়ে স্পর্শ করতে হবে।

এই নিয়ম অনুসরণ করলে যে কোন গোলক ধাঁধায় প্রবেশ করে তা

থেকে বেরোতে পারবে। এগারো নং চিত্রে এই নিয়মে তুমি গোলক ধাঁধায় কোন্ পথে অগ্রসর হবে তা বিন্দু দিয়ে দেখানো হয়েছে। তবে এই নিয়মের দুটো অসুবিধা আছে।

প্রথম অসুবিধা হল গোলক ধাঁধার সব জায়গা তোমার দেখা নাও হতে পারে অর্থাৎ এমন কতগুলো জায়গা থেকে যেতে পারে যেখানে তোমার যাওয়াই হল না। যেমন এই নিয়ম অনুসরণ করলে ১১ নম্বর চিত্রের A স্থান তোমার দেখা হবে না।

দ্বিতীয় অসুবিধা হল তোমাকে যদি কেউ গোলক ধাঁধার ভিতরে ঢুকিয়ে ছেড়ে দেয় তাহলে এই নিয়ম অনুসরণ করলেও সবসময় তোমার বার হওয়া সম্ভব হবে না। এটা তখনই ঘটবে যখন তোমাকে A স্থানের মত কোন স্থানে ( অর্থাৎ এই নিয়ম অনুসরণ করে প্রবেশ করলে যে সব জায়গা তোমার দেখা হবে না ) ছেড়ে দেওয়া হবে।

তাহলে কি এমন নিয়ম নেই যাতে এই অসুবিধাগুলো থাকবে না ? হ্যাঁ আছে, তবে একটু জটিল। এর জন্য আমাদের দুটো জিনিষ বুঝতে হবে। প্রথম হল অন্ধ পথ, যে পথে অগ্রসর হলে আবার সেই একই পথে ফিরে আসতে হবে তা হল অন্ধ পথ। আর যেখান থেকে ফিরতে হবে তা হল অন্ধ পথের শেষ যেমন ১১ নম্বর চিত্রের *B* স্থান। আর দ্বিতীয় হল মোড় যেখানে দুটোর চেয়ে বেশী ( তিনটে চারটে ইত্যাদি ) পথ এসে মিলেছে যেমন ১১ নম্বর চিত্রের *c* ( তিনটে পথ মিলেছে )। এখন নীচের তিনটে নিয়ম অনুসরণ করতে হবে।

প্রথম নিয়ম : যে পথে যাচ্ছ সেই পথেই চলতে থাক যতক্ষণ না কোন অন্ধ পথের শেষ বা কোন মোড়ে এসে পৌঁছাও। যদি অন্ধ পথের শেষ হয় তবে একই পথে ফিরে এস যতক্ষণ না কোন মোড়ে এসে পৌঁছাও। এবার যেই অন্ধ পথে প্রবেশ করেছিলে তার মুখে দুটো পাথর বা অন্য চিহ্ন রেখে দাও যাতে বুঝবে তুমি এই পথে দুবার ভ্রমণ করেছ।

আর যদি কোন মোড়ে আস তবে সামনের যে কোন পথে অগ্রসর হও। যে পথে মোড়ে এসেছ আর যে পথে মোড় থেকে অগ্রসর হচ্ছ এই উভয় পথের মুখেই একটা করে পাথর রেখে দাও যাতে বুঝবে এই পথে তুমি একবার ভ্রমণ করেছ।

দ্বিতীয় নিয়ম : যেই মোড়ে আগে এসেছ সেই মোড়ে আবার এলে যদি

দেখ আগে ভ্রমণ করনি এমন কোন পথ আছে (পথের মুখে কোন পাথর না থাকলেই বোঝা যাবে সেই পথে আগে ভ্রমণ কর নি) তবে সেই পথ ধরে অগ্রসর হও। আর প্রথম নিয়ম মত মোড়ে আসার ও মোড় থেকে অগ্রসর হওয়ার এই দুই পথের মুখেই একটি করে পাথর রাখ।



চিত্র 12 (সমাধান ৯৪)

তৃতীয় নিয়ম ঃ যেই মোড়ে আগে এসেছ সেখানে এসে যদি দেখ নতুন কোন পথ নেই তবে প্রথমেলক্ষ্য কর যেই পথে তুমি মোড়ে এসেছ সেই পথে আগে ভ্রমণ করেছ কিনা? পথের মুখে পাথর থাকলেই বুঝবে সেই পথে তুমি আগে ভ্রমণ করেছ। যদি দেখ আসার পথে তুমি আগে ভ্রমণ কর নি তবে এই পথেই ফিরে যাও আর এই পথের মোড়ের মুখে দুটো পাথর এবং পথের শেষে দুটো পাথর রাখ। আর যদি আসার পথে তুমি আগেও ভ্রমণ করে থাকে তবে এমন পথে অগ্রসর হও যাতে তুমি একবার মাত্র ভ্রমণ করেছ অর্থাৎ যার মুখে একটি মাত্র পাথর আছে। তার আসা ও যাওয়ার উভয় পথেই দুটো করে পাথর রাখ।

এই তিনটে নিয়ম অনুসরণ করলে যে কোন গোলক ধাঁধায় প্রবেশ করে তার সবজায়গা দেখে আবার ফিরে আসা যাবে। আর তোমাকে গোলক ধাঁধার ভিতরে যে কোন স্থানে রেখে এলেও তুমি ঠিক বার হতে পারবে (চিত্র ১২)।

## ৯৯। কটা কাটি আছে?

এটা ঠিকমত করতে হলে সবসময় দেশলাই বাক্সে প্রথম কুড়িটা কাঠি রাখতে হবে। তাহলে দ্বিতীয় ধাপের পর বাক্সে সর্বদা ৯টি কাঠি পড়ে থাকবে। সুতরাং তৃতীয় ধাপের পর বাক্সে অবশিষ্ট কাঠির সংখ্যা গুনলেই তুমি বুঝতে পারবে তোমার বন্ধুর হাতের মুঠোয় কটা কাঠি আছে। যেমন এক্ষেত্রে বাক্সে পড়েছিল তিনটে কাঠি আর মুঠোয় ছিল ৯ – ৩ বা ৬টি কাঠি।

প্রথমে বাক্সে যত খুশি কাঠি রেখেও এই খেলা দেখানো যায় তবে এক্ষেত্রে দ্বিতীয় ধাপটা বারবার করতে হবে যতক্ষণ না অবশিষ্ট কাঠির সংখ্যা ১০ এর

কম হয়। যেমন মনে কর প্রথমে বাক্সে ৫২টি কাঠি আছে। প্রথম ধাপে যেন এর থেকে তিনটে কাঠি পকেটে রাখা হল, তাহলে বাক্সে রইল ৫২ − ৩ = ৪৯টি কাঠি।

এখন ৪ + ৯ = ১৩, তাহলে দ্বিতীয় ধাপে প্রথমে পকেটে রাখা হল ১৩টি কাঠি, অবশিষ্ট রইল ৪৯ − ১৩ = ৩৬টি। আবার ৩ + ৬ = ৯, তাহলে দ্বিতীয়বার রাখতে হবে ৯টি কাঠি, বাকি থাকবে ৩৬ − ৯ = ২৭টি। আবার ২ + ৭ = ৯, সুতরাং তৃতীয়বারে রাখতে হবে ৯টি কাঠি, অবশিষ্ট থাকবে ২৭ − ৯ = ১৮টি। আবার ১ + ৮ = ৯, তাহলে চতুর্থবার রাখতে হবে ৯টি কাঠি, বাকি থাকবে ১৮ − ৯ = ৯টি। তাহলে দেখতে পাচ্ছ দ্বিতীয় ধাপের শেষে সবসময়ই থাকছে ৯টি কাঠি। এরকম হওয়ার কারণ হল যে কোন সংখ্যা থেকে সেই সংখ্যার অঙ্কগুলোর যোগফলের বিয়োগফল সর্বদা ৯ দ্বারা বিভাজ্য হয়। 'ভুলে যাওয়া অঙ্ক' ( ৯ নম্বর প্রশ্ন ) দেখ।

### ১০০। লাঠির ওজন কত ?

ওজন হতো দ্বিগুণ অর্থাৎ চার কিলোগ্রাম।

কোন বৃত্তের ক্ষেত্রফল তার ব্যাসার্ধ বা ব্যাসের বর্গের সঙ্গে সমানুপাতী ( ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$)। অর্থাৎ ব্যাস দ্বিগুণ হলে ক্ষেত্রফল হবে ২ × ২ বা চারগুণ। সুতরাং লাঠিটা লম্বায় একই থাকলে তার ওজন হত ২ × ৪ বা ৮ কিলোগ্রাম। তাহলে লাঠিটা লম্বায় অর্ধেক বলে তার ওজন হবে ৮ ÷ ২ বা ৪ কিলোগ্রাম।

### ১০১। তুলাদণ্ড কি অনুভূমিক থাকবে ?

না থাকবে না, লোহার বাটখারার দিকটা নীচে নেমে যাবে।

লোহার চেয়ে অ্যালুমিনিয়ামের ঘনত্ব কম অর্থাৎ বাটখারার চেয়ে বলের আয়তন বেশী। সুতরাং আর্কিমিডিসের সূত্রানুযায়ী বাটখারার জল যে উর্ধ্বচাপ ( প্লবতা ) প্রয়োগ করবে অ্যালুমিনামের বলে তার চেয়ে বেশী উর্ধচাপ প্রয়োগ করবে। কাজেই পাল্লার যে দিকে বল আছে সেটা উপরে উঠে যাবে।

লোহার নিরেট বল থাকলে তুলাদণ্ড অনুভূমিকই থাকত কারণ এক্ষেত্রে বলের আয়তন ও বাটখারার আয়তন সমান হত ফলে জলের উর্ধ্বচাপও সমান হত। কিন্তু লোহার ফাঁপা বল থাকলে অ্যালুমিনামের বলের মতই বলের দিকটা উপরে উঠে যেত। কারণ এক্ষেত্রে বলের আয়তন বাটখারার আয়তনের চেয়ে বেশী হত।

### ১০২। কেকের ওজন কত ?

এখানে আস্ত কেকের ওজন = $\frac{৩}{৪}$ অংশ কেকের ওজন + $\frac{৩}{৪}$ কিলোগ্রাম।
সুতরাং কেকের (১ − $\frac{৩}{৪}$) বা $\frac{১}{৪}$ অংশের ওজন = $\frac{৩}{৪}$ কিলোগ্রাম।

তাহলে আস্ত কেকের ওজন = $\frac{৩}{৪} \times \frac{৪}{১}$ কিলোগ্রাম বা ৩ কিলোগ্রাম।

### ১০৩। কিভাবে আপেল ভাগ করবে ?

প্রত্যেক বালক পাচ্ছে ১$\frac{১}{২}$টি আপেল। এখন ১$\frac{৭}{২}$ = ১$\frac{৪}{২}$ + ১$\frac{৩}{২}$ = $\frac{১}{৩}$ + $\frac{১}{৪}$ তাহলে প্রত্যেকে পাবে একটি আপেলের $\frac{১}{৩}$ অংশ এবং আরেকটি আপেলের $\frac{১}{৪}$ অংশ। এখন চারটি আপেল নিয়ে প্রত্যেকটাকে সমান তিন ভাগে ভাগ কর তাহলে পাবে বারটা $\frac{১}{৩}$ অংশ। বাকি তিনটে আপেল নিয়ে প্রতিটাকে সমান চার ভাগে ভাগ কর তাতে পাবে বারটা $\frac{১}{৪}$ অংশ।
এবার প্রতি বালককে দাও একটা $\frac{১}{৩}$ অংশ এবং একটা $\frac{১}{৪}$ অংশ।

### ১০৪। এক লক্ষ পা হাঁটলে কতদূর যাবে ?

দশ কিলোলিটারের অনেক বেশী প্রায় পঞ্চাশ কিলোমিটার।
গড়ে প্রতি পদক্ষেপের দৈর্ঘ্য আধ মিটার ধরলে এক লক্ষ পদক্ষেপে হবে ১০০০০০ × $\frac{১}{২}$ মিটার = ৫০০০০ মিটার = ৫০ কিলোমিটার।

### ১০৫। ঘনমিটার আর ঘন মিলিমিটার !

এক ঘনমিটারে আছে ১০০০ × ১০০০ × ১০০০ = ১০০০০০০০০০টি ঘন মিলিমিটার। সুতরাং তাদের একটার উপর আরেকটা রাখলে ১০০০০০০০০০ মিলিমিটার উঁচু হবে। এখন ১০০০০০০০০০ মিলিমিটার = ১০০০০০০ মিটার = ১০০০ কিলোমিটার। এটা হিমালয়ের যে সবচেয়ে উঁচু শৃঙ্গ মাউণ্ট এভারেস্ট ( উচ্চতা ৮·৮৪৮ কিলোমিটার ) তার চেয়েও অনেক অনেক উঁচু।

### ১০৬। কিভাবে দক্ষিণা আদায় করবেন ?

প্রথমে প্রোটাগোরাস দক্ষিণা আদায়ের জন্য তাঁর ছাত্রের বিরুদ্ধে মামলা করবেন কিন্তু এই মামলায় তিনি হেরে যাবেন কারণ ছাত্র তখনও পর্যন্ত কোন মামলায় জেতেনি।

কিন্তু এরপরই প্রোটাগোরাস ছাত্রের বিরুদ্ধে আবার মামলা দায়ের করবেন আর এই দ্বিতীয় মামলায় তিনি জিতে যাবেন কারণ প্রথম মামলায় ছাত্রের জিৎ হয়েছে। এভাবে তিনি দক্ষিণা আদায় করতে পারবেন।

## ১০৭। কে কত টাকা পাবে ?

এখানে কন্যা ১ ভাগ পেলে মাতা পাবেন ২ ভাগ আর পুত্র পাবে ৪ ভাগ। এখন ১+২+৪=৭। সুতরাং কন্যা পাবে মোট সম্পর্ত্তির $\frac{১}{৭}$ অংশ=৩৫০০×$\frac{১}{৭}$ বা ৫০০ সেসটারটাই। মাতা পাচ্ছেন এর দ্বিগুণ ১০০০ সেসটারটাই আর পুত্র পাবে মাতার দ্বিগুণ বা ২০০০ সেসটারটাই।

## ১০৮। একশটি কলা !

অসম্ভব।

এখানে ২৫টি বিযোড় সংখ্যার যোগফল ১০০ হতে হবে। এখন যোড় সংখ্যক (২, ৪, ৬ ইত্যাদি) বিযোড় সংখ্যার যোগফল সর্বদা যোড় হবে। তাহলে ২৪টি বিযোড় সংখ্যার যোগফলও যোড়। এই যোগফলের সঙ্গে আর একটি বিযোড় সংখ্যা যোগ করলে সবসময়ই তা বিযোড় হবে কারণ একটি যোড় ও একটি বিযোড় সংখ্যার যোগফল সর্বদা বিযোড়।

তাহলে যোগফল বিজোড় বলে তা কখনও ১০০ (যোড় সংখ্যা) হতে পারে না।

## ১০৯। কোন্ ছেলে কটা ভেড়া পাবে ?

মনে কর সন্তানসংখ্যা x। তাহলে ছোট ছেলে পাবে xটি ভেড়া এবং অবশিষ্ট ভেড়ার $\frac{1}{7}$ অংশ। এখন ছোট xটি ভেড়া নেওয়ার পর যদি আরও ভেড়া থাকত তবে এই অবশিষ্ট ভেড়ার $\frac{1}{7}$ ছোট নেওয়ার পরও আরো কিছু ভেড়া থেকে যেত। কিন্তু ছোট নেওয়ার পর আর কোন ভেড়া অবশিষ্ট থাকবে না। সুতরাং বোঝা যাচ্ছে ছোট xটি ভেড়া পাওয়ার পর আর কোন ভেড়া থাকছে না অর্থাৎ সে মোট xটি ভেড়াই পাচ্ছে।

আবার ছোটর আগের ছেলে বা ন ছেলে পাচ্ছে $(x-1)$টি ভেড়া এবং অবশিষ্ট ভেড়ার $\frac{1}{7}$। তাহলে এই অবশিষ্ট ভেড়ার $\frac{6}{7}$ পাচ্ছে ছোট। সুতরাং ছোটর ভেড়ার সংখ্যা অবশ্যই 6 দ্বারা বিভাজ্য অর্থাৎ 6, 12, 18, 24 ইত্যাদি কোন সংখ্যা।

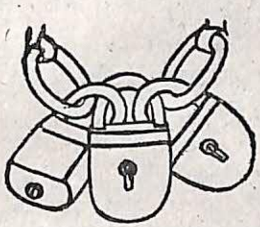
প্রথম ক্ষেত্রে ছোটর ভেড়ার সংখ্যা 6 ধরলে সন্তানসংখ্যাও হবে 6। তাহলে পঞ্চম ছেলে পায় 5টি ভেড়া এবং অবশিষ্টের $\frac{1}{7}$। কিন্তু এই অবশিষ্টের $\frac{6}{7}=6$, সুতরাং অবশিষ্টের $\frac{1}{7}=1$ ; সুতরাং পঞ্চম পায় 5+1 বা 6টি ভেড়া।

চতুর্থ ছেলে পায় 4টি ভেড়া এবং অবশিষ্টের $\frac{1}{7}$। আর এই অবশিষ্টের $\frac{6}{7}=$ পঞ্চমের ভেড়া+ছোটর ভেড়া=6+6=12 ; তাহলে অবশিষ্টের $\frac{1}{7}=\frac{12}{6}=2$, সুতরাং চতুর্থ পায় 4+2 বা 6টি ভেড়া।

এইভাবে দেখা যাবে তৃতীয়, দ্বিতীয় ও প্রথম ছেলে প্রত্যেকেই 6টি ভেড়া পাবে। তাহলে এই ক্ষেত্রে সন্তানের সংখ্যা 6 এবং ভেড়ার সংখ্যা 36।

সন্তানের সংখ্যা 12 বা 18 হলে এই নিয়মে দেখা যাবে ভেড়ার সংখ্যা হয়ে যাচ্ছে ভগ্নাংশ। আবার সন্তান সংখ্যা কুড়ির বেশী হতে পারে না তাহলে সন্তানের সংখ্যা অবশ্যই ছয়।

**১১০। কিভাবে তালা দেবে ?**



চিত্র 13(সমাধান 110)

তের নম্বর চিত্রের মত দরজার কড়ায় তালা লাগাতে হবে। যে কোন একটি তালা খুলেই দোকানে প্রবেশ করা যায়।

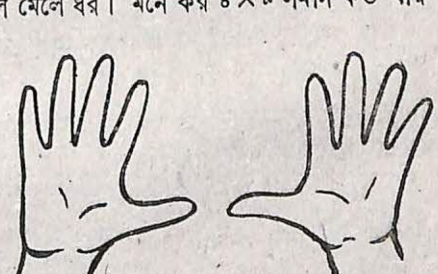
**১১১। কে আগে পৌঁছবে ?**

তিনজন একই বাসে একই সময়ে পৌঁছবে।

দ্বিতীয় বন্ধু পেছিয়ে যেতে যেতে সবচেয়ে আগে স্কুলমুখী বাস পাবে এবং তাতেই উঠবে। এই বাস তৃতীয় বন্ধু যেখানে অপেক্ষা করছে সেখানে এলে তৃতীয় বন্ধুও এই বাসে উঠবে। এই বাস আরও এগিয়ে গেলে পথে প্রথম বন্ধুর সঙ্গে দেখা হবে এবং সেও ওই বাসেই উঠবে।

**১১২॥ নয়ের নামতা ভুলে গেলে !**

চিত্রের মত তুহাতের দশটা আঙ্গুল মেলে ধর। মনে কর ৪ × ৯ সমান কত বার করতে হবে। বাঁ দিক থেকে চতুর্থ আঙুল ( বাঁ হাতে তর্জনী ) নাও। এই আঙুলের বাঁ দিকে আছে ৩টি আঙুল এবং ডানদিকে আছে ৬টি আঙুল, তাহলে ৪ × ৯ = ৩৬। এই ভাবে ৮ × ৯ সমান কত বার করতে হলে বাঁ দিক থেকে অষ্টম আঙুল ( ডান হাতের মধ্যমা ) নাও। এর বাঁ দিকে আছে ৭টি ও ডান দিকে আছে ২টি আঙুল, সুতরাং ৮ × ৯ = ৭২।



সমাধান 112

**১১৩। সন্তান সংখ্যা ?**

প্রতি ছেলের একটি করে বোন, তার মানে ঐ ব্যক্তির একটি মাত্র মেয়ে। সুতরাং তাঁর সন্তান সংখ্যা ৬+১ বা ৭।

**১১৪। একজনের তিন চতুর্থাংশ !**

এখানে মোট লোকসংখ্যা=মোট লোকসংখ্যার $\frac{৩}{৪}$+একজনের $\frac{৩}{৪}$

তাহলে মোট লোকসংখ্যার ( ১$-\frac{৩}{৪}$ )=একজনের $\frac{৩}{৪}$ অর্থাৎ মোট লোকসংখ্যার $\frac{১}{৪}$=একজনের $\frac{৩}{৪}$।

সুতরাং মোট লোকসংখ্যা=একজনের $\frac{৩}{৪}\times\frac{৪}{১}$=৩ জন

তাহলে দলে তিনজন লোক ছিল।

**১১৫। বয়স বার কর তো !**

এখানে নাতির বয়স যত দিন বাবার বয়স তত সপ্তাহ অর্থাৎ বাবার বয়স নাতির বয়সের সাতগুণ। এখন মনে কর নাতির বয়স ১ মাস, তাহলে বাবার বয়স ৭ মাস ও ঠাকুর্দার বয়স ১ বৎসর বা ১২ মাস। সুতরাং তিনজনের মোট বয়স ( ১+৭+১২ ) মাস বা ২০ মাস।

কিন্তু দেওয়া আছে তিনজনের মোট বয়স ১০০ বৎসর বা ১২০০ মাস বা ২০× ৬০ মাস। সুতরাং নাতির বয়স ৬০ মাস বা ৫ বৎসর, বাবার বায়স ৫×৭ বৎসর বা ৩৫ বৎসর এবং ঠাকুর্দার বয়স ৬০ বৎসর।

**১১৬। কে কবার খেলল ?**

তিনটে গেমে মোট ছজন প্রতিপক্ষ আর লোক আছে তিনজন. তাহলে প্রত্যেকে খেলল $\frac{৬}{৩}$ বা ২ টো গেম। যেমন প্রথম গেম খেলল প্রথম ও দ্বিতীয়, দ্বিতীয় গেম প্রথম ও তৃতীয় এবং তৃতীয় গেম দ্বিতীয় ও তৃতীয়।

**১১৭। কতটা সময় বাঁচল ?**

তার সময়তো বাঁচলই না, উপরন্তু আরও বেশী সময় লাগল!

গরুর গাড়ির গতিবেগ হাঁটার গতিবেগের অর্ধেক, সুতরাং অর্ধেক পথ গরুর গাড়িতে যাওয়ার সময় সমস্ত পথ হেঁটে যাওয়ার সময়ের সমান। তাহলে ট্রেনে যাওয়ার সময়টাই বেশী লাগল।

**১১৮। বেল্টের দাম কত ?**

বেল্টের দাম কিন্তু ষাট টাকা নয়, তিরিশ টাকা। এখানে

ঘড়ি+বেল্ট=১৬০ টাকা

এবং ঘড়ি−বেল্ট=১০০ টাকা

সুতরাং বিয়োগ করে ২×বেল্ট=৬০ টাকা

অর্থাৎ বেল্ট=৩০ টাকা।

## ১১৯। 'কিভাবে খেললে জিতবে' এর বিপরীত ?

এখানে আসল কথাটা হল যখন দুটো, তিনটে, চারটে বা পাঁচটা আপেল পড়ে থাকবে তখন যার পালা পড়বে সেই জিতবে। যেমন দুটো, তিনটে, চারটে বা পাঁচটা আপেল পড়ে থাকলে সে যথাক্রমে একটা, দুটো, তিনটে বা চারটে আগেল নেবে, এত প্রতিক্ষেত্রেই পড়ে থাকবে একটা আপেল। সুতরাং পরের জন এই একটা আপেল নিয়ে হারবে।

আর যদি একটা, ছটা, এগারোটা ( অর্থাৎ ৫ এর গুনিতকের চেয়ে এক বেশী ) ইত্যাদি আপেল পড়ে থাকে তখন যার পালা পড়বে সেই হারবে।

এখানে ১৯টি আপেল আছে, তাহলে তুমি প্রথমে ৩টি আপেল তোল যাতে পড়ে থাকে ১৬টি ( ৫×৩+১ ) আপেল। এখন সে একটি, দুটি, তিনটি বা চারটি আপেল তুললে তুমি যথাক্রমে চারটি, তিনটি, দুটি বা একটি আপেল তোল যাতে প্রতিক্ষেত্রে পড়ে থাকে ১১টি ( ৫×২+১ ) আপেল।

পরেরবারও তুমি এমনভাবে আপেল তোল যাতে পড়ে থাকে ৬টি (৫×১+১) আপেল। এবারও সে একটি, দুটি, তিনটি বা চারটি আপেল তুললে তুমি যথাক্রমে চারটি, তিনটি, দুটি বা একটি আপেল তোল যাতে সবক্ষেত্রেই পড়ে থাকে একটি আপেল। আর এই শেষ আপেলটা তোমার বন্ধুকেই তুলতে হবে আর তুমিও যাবে জিতে।

## ১২০। অসাধারণ স্মরণ শক্তি !

প্রত্যেক কার্ডের কোড থেকেই সেই কার্ডের সংখ্যাটা পাওয়া যায়।

প্রথমে মনে রাখবে $A=20$, $B=30$, $C=40$, $D=50$, $E=60$, তাহলে $A1=20+1=21$, $D6=50+6=56$, $E9=60+9=69$ ইত্যাদি। এই কোড নম্বর থেকেই কার্ডে লেখা সংখ্যা পাওয়া যাবে।

উদাহরণ : E8 এর কোড নম্বর 68।

এখন $6+8=14 \cdots\cdots(1)$

$68\times2=136 \cdots\cdots(2)$

বড় অঙ্ক থেকে ছোটর বিয়োগফল

$8-6=2 \cdots\cdots(3)$

অঙ্কদ্বয়ের গুণফল $8\times6=48 \cdots\cdots(4)$

এখন (1), (2), (3) এবং (4) পর পর লিখলেই কার্ডের সংখ্যা 14136248 পেয়ে যাচ্ছ।

একই নিয়মে অন্য কার্ডের সংখ্যাও পাওয়া যাবে।

## ১২১। পাইয়ের নেমোনিক!

May I have a large container of coffee ?

$\pi =$ 3 · 1 4 1 5 9 2 6

( প্রতি শব্দের নীচে তার অক্ষর সংখ্যা )

আমি কি একটি বড় কফির পাত্র পেতে পারি ?

## ১২২। কজন লোক ?

মনে কর লোকসংখ্যা x। তাহলে প্রথম ব্যক্তি বাকি ( x−1 ) ব্যক্তির সঙ্গে করমর্দন করছে অর্থাৎ প্রথম ব্যক্তির করমর্দনের সংখ্যা ( x−1 )। এইভাবে প্রতি ব্যক্তির করমর্দনের সংখ্যা ( x−1 )। এতে মনে হবে মোট করমর্দনের সংখ্যা x( x−1 ) কিন্তু আসলে তা হবে এর অর্ধেক অর্থাৎ $\frac{x(x-1)}{2}$। এর কারণ এখানে প্রত্যেক করমর্দন দুবার করে ধরা হচ্ছে যেমন প্রথম ও দ্বিতীয় ব্যক্তির মধ্যে মাত্র একবার করমর্দন হয়েছে কিন্তু এটাকে প্রথমের করমর্দনের মধ্যেও ধরা হচ্ছে আবার দ্বিতীয়ের করমর্দনের মধ্যেও ধরা হচ্ছে।

তাহলে $\frac{x(x-1)}{2} = 36$

বা $x(x-1) = 36 \times 2 = 72$

বা $x(x-1) = 9.8$

বা $x(x-1) = 9(9-1)$

বা $x = 9$

অন্যভাবে দ্বিঘাত সমীকরণের সাহায্যে

$x(x-1) = 72$

বা $x^2 - x = 72$

বা $x^2 - x - 72 = 0$

বা $(x-9)(x+8) = 0$

বা $x = 9, -8$

কিন্তু লোকসংখ্যা ঋনাত্মক হতে পারে না, স্বতরাং x=9।
অর্থাৎ লোকসংখ্যা নজন।

## ১২৩। আর একটি স্মরণ শক্তির খেলা !

তুমি চারটে টেলিফোন নম্বর মুখস্থ রাখতে পারলেই এটা দেখাতে পারবে।

প্রতিটি ফোন নম্বরে আছে ছটি অঙ্ক তাহলে চারটি ফোন নম্বর মিলে একটা ২৪ অঙ্কের সংখ্যা তৈরি হবে।

### ১২৪। রহস্যময় ছক্কা !

যে কোন ছক্কার দুই বিপরীত মুখের সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল সর্বদা ৭ হয়। সুতরাং পাঁচটা ছক্কার পাঁচটা তলার মুখ ও পাঁচটা উপরের মুখের সংখ্যাগুলোর যোগফল হবে ৫ × ৭ = ৩৫। এই দশটা মুখের মধ্যে সবচেয়ে উপরের ছক্কার উপরের মুখের সংখ্যা তুমি দেখতে পাচ্ছ, এই সংখ্যা ৩৫ থেকে বিয়োগ করলেই বাকি নটি মুখের সংখ্যা গুলোর যোগফল তুমি জানতে পারছ।

যেমন উপরের সংখ্যাটা ৪ হলে বাকি সংখ্যাগুলোর যোগফল হবে ৩৫—৪ বা ৩১।

### ১২৫। আশ্চর্য থটরিডিং !

একটি উদাহরণ দিলে রহস্যটা পরিষ্কার হবে। মনে কর জন্মসাল ১৯৭০। স্কুলে ভর্তি হওয়ার সাল ১৯৭৬, বর্তমান সাল ১৯৮৬, তাহলে বয়স ১৯৮৬—১৯৭০ = ১৬ এবং স্কুলে পড়ার সময় = ১৯৮৬—১৯৭৬ বা ১০ বৎসর। সুতরাং যোগফল

১৯৭০ ………(১)
১৯৭৬ ………(২)
২৪২
১৬ ………(৩)
১০ ………(৪)

---

৪২১৪

লক্ষ্য কর (১) এবং (৩) এর যোগফল = ১৯৭০ + ১৬ = ১৯৮৬ = বর্তমান সাল। এটা হবেই কারণ যে কোন লোকের জন্মসাল ও বয়সের যোগফল বর্তমান সালের সমান। একই ভাবে স্কুলে ভর্তি হওয়ার সাল ও যত বৎসর ধরে স্কুলে পড়ছে তার যোগফলও বর্তমান সাল হবে। যেমন (২) এবং (৪) এর যোগফল = ১৯৭৬ + ১০ = ১৯৮৬ ( বর্তমান সাল )।

সুতরাং (১), (২), (৩) এবং (৪) এর যোগফল সর্বদা হবে বর্তমান সালের দ্বিগুণ।

তাহলে (১), (২), (৩), (৪) এবং ২৪২ এর যোগফল হবে বর্তমানে সালেয় দ্বিগুণ + ২৪২। এর অর্ধেক করলে হবে বর্তমান সাল + $\frac{২৪২}{২}$ = বর্তমান সাল +

১২১=১৯৮৬+১২১=২১০৭। সুতরাং উত্তরটা পাওয়া যায় বর্তমান সালের সঙ্গে ১২১ ( অর্থাৎ যে নির্দিষ্ট সংখ্যাটা তুমি যোগ করতে বলছ তার অর্ধেক ) যোগ করে।

এই খেলাটা একাধিকবার দেখতে হলে নির্দিষ্ট সংখ্যাটা ( যা বর্তমান উদাহরণে ২৪২ ) যেন প্রতিবার আলাদা হয় তাহলে উত্তরটাও প্রতিবার ভিন্ন হবে। এতে খেলাটার রহস্য ধরা পড়ার সম্ভাবনা কম থাকবে। আর প্রতিবারই বর্তমান সালের সঙ্গে নির্দিষ্ট সংখ্যাটার অর্ধেক যোগ করলে উত্তরটা পাওয়া যাবে। এই নির্দিষ্ট সংখ্যাটা প্রতিক্ষেত্রেই যোড় সংখ্যা হওয়া বাঞ্ছনীয় কারণ এটা বিযোড় হলে উত্তরটা ভগ্নাংশ হবে।

১২৬। অঙ্কের বাঁধা—১!

মনে কর মূল তিন অঙ্কের সংখ্যাটা ৭২৭, তাহলে ছয় অঙ্কের সংখ্যাটা হল ৭২৭৭২৭। এখন ৭২৭৭২৭=৭২৭×১০০১=৭২৭×১৩×৭×১১, 'অঙ্কের ম্যাজিক'—৭নম্বর দেখ। তাহলে ছয় অঙ্কের সংখ্যাটাকে যথাক্রমে ১৩, মূল তিন অঙ্কের সংখ্যা এবং ৭ দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল হবে ১১ কিন্তু মাঝে একবার ৫ দিয়ে গুণ করা হয়েছে তাহলে শেষ ভাগফল হল ৫×১১ বা ৫৫। এর অঙ্কদ্বয়ের যোগফল ৫+৫=১০, সুতরাং সবসময়ই যোগফল ১০ হবে।

এই খেলাটা একাধিকবার দেখাতে হলে যেই সংখ্যা দিয়ে গুণ করা হচ্ছে ( যেমন এখানে ৫ ) সেটা প্রতিবার পালটে দেবে তাহলে উত্তরটাও পালটে যাবে আর খেলার কৌশলও সহজে ধরা যাবে না। যেমন ৬ দিয়ে গুণ করলে শেষ ভাগফল হবে ৬×১১=৬৬ এবং অঙ্কদ্বয়ের যোগফল হবে ৬+৬=১২।

১২৭। অঙ্কের ধাঁধা—২!

মনে কর সংখটা $x$ তাহলে 5 দিয়ে গুণ করে পাচ্ছি $5x$।

এর সঙ্গে 108 যোগ করে $5x+108$

একে 6 দিয়ে গুণ করে $6(5x+108)=30x+648$

এখন $x$ যতই হোক না কেন $30x$ এর শেষ অঙ্কটা সর্বদা শূন্য হবে। সুতরাং $30x+648$ এর শেষ অঙ্কটা সবসময়ই 8 হবে, এর বর্গ$=8\times 8=64$। তাহলে বর্গের অঙ্কদ্বয়ের যোগফল$=6+4=10$। সুতরাং যেই সংখ্যাই ধরা হোক না কেন উত্তরটা সবসময়ই হবে 10।

এই খেলাটাও একাধিকবার দেখাতে হলে যেই সংখ্যাটা যোগ করা হচ্ছে (যেমন এখানে 108 ) সেটা পালটে দেবে তাহলে উত্তরটাও প্রতিবার আলাদা হবে।

১২৮॥ অঙ্কের ধাঁধা—৩!

মনে কর সংখ্যাটি x। এর সঙ্গে 67 যোগ করে পাই $x+67$, এখন 1200 থেকে এটা বিয়োগ করলে হয় $1200-(x+67)=1200-x-67=1133-x$, এ থেকে 102 বিয়োগ করলে $1133-x-102=1031-x$, এর সঙ্গে মূল সংখ্যাটা যোগ করলে হয় $1031-x+x=1031$, এর অঙ্কগুলো যোগ করলে $1+0+3+1=5$। এই 5 এর বর্গ$=5\times5=25$, এর সঙ্গে 31 যোগ করলে $25+31=56$, একে 7 দিয়ে ভাগ করলে $56\div7=8$, এই 8 থেকে 2 বিয়োগ করলে হয় 6।

তাহলে শেষ বিয়োগফলটা সব সময়ই 6 হবে। এই খেলাটাও একাধিকবার দেখাতে হলে যে সব সংখ্যা যোগ বিয়োগ করতে হচ্ছে সেগুলো একটু পালটে দেবে যাতে উত্তরটাও প্রতিবার ভিন্ন হয়।

১২৯। অঙ্কের ধাঁধা—৪!

মনে কর প্রথম ( শতকের ) অঙ্ক a, মাঝখানের অঙ্ক b এবং শেষ ( এককের ) অঙ্ক c, তাহলে সংখ্যাটা হল $100a+10b+c$। তাহলে প্রথম অঙ্কের দ্বিগুণ $=2a$

7 যোগ করলে $2a+7$

5 দিয়ে গুণ করলে $5(2a+7)=10a+35$

মাঝের অঙ্ক যোগ করে $10a+35+b$

10 দিয়ে গুণ করে $10(10a+35+b)=100a+350+10b$

ডানদিকের অঙ্ক যোগ করে $100a+350+10b+c=100a+10b+c+350$।

এ থেকে 27 বিয়োগ করে $100a+10b+c+350-27=100a+10b+c+323$

সুতরাং এই বিয়োগফল থেকে 323 বিয়োগ করলেই মূল সংখ্যাটা পাওয়া যাবে। যেমন বিয়োগফল 986 বা 1190 হলে মূল সংখ্যা হবে যথাক্রমে $986-323=663$ বা $1190-323=867$।

১৩০। অঙ্কের ধাঁধা—৫ ( বয়স নির্ণয় )!

'আশ্চর্য জানলা' ( ৫০ নম্বর ) এর উত্তর দেখলে বুঝতে পারবে বয়স যোগ করার ঠিক আগের যোগফলটা সবসময়ই হবে ১০৮৯। অর্থাৎ ১০৮৯ এর সঙ্গে বয়স যোগ করলে শেষ যোগফলটা পাওয়া যাবে। সুতরাং শেষ যোগফল থেকে

১০৮৯ বিয়োগ করলেই বয়স বার হবে যেমন শেষ যোগফল ১১০৪ হলে বয়স হবে ১১০৪ − ১০৮৯ = ১৫।

এই খেলাটা একাধিকবার দেখাতে হলে আরও একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা যোগ করতে বলবে। আর শেষ যোগফল থেকে ১০৮৯ বিয়োগ করে এই বিয়োগফল থেকে আবার ঐ নির্দিষ্ট সংখ্যাটা বিয়োগ করলে বয়স পাওয়া যাবে।

### ১৩১। অঙ্কের ধাঁধা—৬!

মনে কর তোমার বোনের সংখ্যা $a$ এবং ভাইয়ের সংখ্যা $b$। তাহলে বোনের সংখ্যার সঙ্গে 6 যোগ করে $a+6$। যোগফলকে 2 দিয়ে গুণ করে $2(a+6)=2a+12$

গুণফলের সঙ্গে 19 যোগ করে $2a+12+19=2a+31$

যোগফলকে 5 দিয়ে গুণ করে $5(2a+31)=10a+155$

ভাইয়ের সংখ্যা যোগ করলে $10a+155+b$। এ থেকে 114 বিয়োগ করে $10a+155+b-114=10a+b+41$

সুতরাং ভাইবোনের সংখ্যা বার করতে হলে বিয়োগফল থেকে 41 বিয়োগ করতে হবে তাহলে পাবে $10a+b$। এই সংখ্যার দশকের অঙ্ক হবে বোনের সংখ্যা আর এককের অঙ্ক হবে ভাইয়ের সংখ্যা। যেমন বিয়োগফল 54 হলে আমরা পাচ্ছি $54-41=13$, তাহলে বোমের সংখ্যা এক এবং ভাইয়ের সংখ্যা তিন। অবশ্য ভাইয়ের সংখ্যা 9 এর বেশী হওয়া চলবে না।

### ১৩২। টেলিফোন গাইডের খেলা!

'আশ্চর্য জানলা' ( ৫০ নম্বর ) এর উত্তর থেকে জানা যাচ্ছে যোগফল সবসময়ই হবে ১০৮৯। সুতরাং টেলিফোন গাইডের পৃষ্ঠা সংখ্যা হবে ১০৮ আর ১০৮ পৃষ্ঠার নবম গ্রাহকের নামটাই হবে উত্তর। এই নামটা আগে থেকেই দেখে রাখবে।

### ১৩৩। আর একটি মজার আবৃত্ত দশমিক!

দেখা যাবে $\frac{১}{৮১} = \dot{০}১২৩৪৫৬৭\dot{৯}$ ?

অর্থাৎ এতে ০ থেকে শুরু করে ৯ পর্যন্ত সবকটা অঙ্কই আছে শুধু ৮ বাদে।

### ১৩৪। অন্যোন্যকের যোগফল কত?

সংখ্যাদ্বয় $a$ এবং $b$ হলে আমরা পাই $a+b=10$ এবং $ab=30$

সুতরাং অন্যোন্যকদ্বয়ের যোগফল

$$=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{b+a}{ab}=\frac{a+b}{ab}$$

$$=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$$

**১৩৫। ঘূর্ণমান সংখ্যা !**

এই সংখ্যা হল ১৪২৮৫৭, 'একটি মজার আবৃত্ত দশমিক' ( ১৮ নম্বর ) দেখ।

১৪২৮৫৭ × ২ = ২৮৫৭১৪

১৪২৮৫৭ × ৩ = ৪২৮৫৭১

১৪২৮৫৭ × ৪ = ৫৭১৪২৮

১৪২৮৫৭ × ৫ = ৭১৪২৮৫

১৪২৮৫৭ × ৬ = ৮৫৭১৪২

এই ধরণের সংখ্যাকে বলা হয় ঘূর্ণমান সংখ্যা ( Revolving number )। ঘূর্ণমান সংখ্যা হল এমন সংখ্যা যাকে 2 থেকে পরপর কতকগুলি সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফলে প্রতিক্ষেত্রে একই অঙ্কসমূহ একই ক্রমে ফিরে আসে শুধু প্রথম অঙ্ক প্রতিবার বিভিন্ন হয়।

ঘূর্ণমান সংখ্যা বার করার নিয়ম খুবই সহজ। এককে 2 আর 5 ছাড়া যে কোন মৌলিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল যে আবৃত্ত দশমিক হয় তার দশমিক ও আবৃত্ত বিন্দুগুলি বাদ দিলেই একটি ঘূর্ণমান সংখ্যা পাওয়া যায়। দুই বা পাঁচ দিয়ে ভাগ করলে ভাগ মিলে যায় বলে কোন ঘূর্ণমান সংখ্যা পাওয়া যায় না। যেমন $1/7=0\cdot\dot{1}4285\dot{7}$, সুতরাং 7এর ঘূর্ণমান সংখ্যা 142857।

এভাবে কোন কোন মৌলিক দিয়ে ভাগ করলে একটিমাত্র ঘূর্ণমান সংখ্যা পাওয়া যায়। এই সব মৌলিককে বলে ম্যাক্সিমাল মৌলিক (Maximal Prime) আবার কোন কোন মৌলিক দিয়ে ভাগ করলে একাধিক ঘূর্ণমান সংখ্যার একটি সেট ( Set ) পাওয়া যায়।

ভাজক মৌলিকের চেয়ে উৎপন্ন ঘূর্ণমান সংখ্যার অঙ্ক সংখ্যা ( একাধিক ঘূর্ণমান সংখ্যা উৎপন্ন হলে তাদের মিলিত অঙ্কসংখ্যা ) সর্বদা এক কম হয়।

ম্যাক্সিমাল মৌলিকের উদাহরণ 7 ( ঘূর্ণমান সংখ্যা 142857, অঙ্কসংখ্যা 6 ) 17 ( 0588235294117647, 16 ), 19 ( 052631578947368421, 18 ) 23 ( 0434782608695652173913, 22 ) ইত্যাদি।

যদি কোন মৌলিক p দিয়ে এককে ভাগ করলে ভাগফলের আবৃত্তাংশে $p-1$ এর কম অঙ্ক থাকে তবে একাধিক ঘূর্ণমান সংখ্যার একটি সেট পাওয়া যায়।

এক্ষেত্রে প্রতিটি ঘুর্ণমান সংখ্যার অঙ্ক সংখ্যা সমান। এই অঙ্ক সংখ্যা ( যাকে বলে ভাজক মৌলিকের পিরিয়ড দৈর্ঘ্য, Period length ) r এবং ঘূর্ণমান সংখ্যার সংখ্যা n হলে $p-1=nr$।

যেমন $p=13$ হলে $1/13=0\cdot\dot{0}7692\dot{3}$, স্থতরাং ঘূর্ণমান সংখ্যা=076923, অর্থাৎ $r=6$, স্থতরাং $n=(p-1)/r=(13-1)/6=2$। তাহলে দুটো ঘূর্ণমান সংখ্যা পাওয়ায় যাবে, যার একটি আগের 076923 এবং অন্যটিকে 076923 কে 1 থেকে 12 এর মধ্যে কোন সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে পাওয়া যাবে। এই দ্বিতীয় ঘূর্ণমান সংখ্যাটি হল $076923\times2=153846$।

এভাবে $p=31$ হলে $1/31=0\cdot\dot{0}3225806451612\dot{9}$ স্থতরাং ঘুর্ণমান সংখ্যা=032258064516129। তাহলে $r=15$ স্থতরাং $n=(p-1)/r=(31-1)/15=2$, এখানেও দুটো ঘূর্ণমান সংখ্যা পাওয়া যাবে যার একটি আগের সংখ্যা আর অন্যটি আগের সংখ্যা$\times3=096774193548387$।

যখন $p=11$, $1/11=0\cdot\dot{0}\dot{9}$, স্থতরাং $r=2$, $n=(11-1)/2=5$। এই পাঁচটি ঘূর্ণমান সংখ্যা হল 09, $09\times2=18$,$09\times3=27$, $09\times4=36$ ও $09\times5=45$।

যখন p ম্যাক্সিমাল মৌলিক তখন যে ঘূর্ণমান সংখ্যাটি পাওয়া যায় তাকে 2 থেকে $p-1$ পর্যন্ত যে কোন সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফলে ঘূর্ণমান সংখ্যাটির অঙ্কগুলি একই ক্রমে ফিরে আসে তবে প্রতিবার প্রথম অঙ্ক পৃথক হয়। $p=7$ হলে এর উদাহরণ আগেই দেওয়া হয়েছে।

আর p ম্যাক্সিমাল মৌলিক না হলে ঘূর্ণমান সংখ্যার যে সেট পাওয়া যায় তার সবচেয়ে ছোটটিকে 2 থেকে $p-1$ পর্যন্ত যে কোন সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফলে এই সেটের যে কোন সংখ্যার অঙ্কগুলি একই ক্রমে ফিরে আসে তবে প্রথম অঙ্ক পৃথক হয়। $p=41$ হলে 8টি ঘূর্ণমান সংখ্যার সেট পাওয়া যায় যথা 02439, 04878, 07317, 09756, 12195, 14634, 26829, 36585। এর সবচেয়ে ছোট সংখ্যা 02439কে 2 থেকে 40 পর্যন্ত বিভিন্ন সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে পাওয়া যায় :

$02439\times18=43902$ ( 02439 থেকে পাওয়া যায় )
$02439\times32=78048$ ( 04878 থেকে পাওয়া যায় )
$02439\times7=17073$ ( 07317 থেকে পাওয়া যায় )
$02439\times40=97560$ ( ঘূর্ণমান সংখ্যা 09756 )

$02439 \times 21 = 51219$ ( ঘূর্ণমান সংখ্যা 12195 )

$02439 \times 6 = 14634$

$02439 \times 11 = 26829$

$02439 \times 15 = 36585$

আবার p যে কোন মৌলিক হলেও সবচেয়ে ছোট ঘূর্ণমান সংখ্যাকে p দিয়ে গুণ করলে গুণফলে শুধু কতকগুলি 9 থাকে। যেমন $p = 7$ হলে $142857 \times 7 = 999999$, $p = 41$ হলে $02439 \times 41 = 99999$।

আর কোন ঘূর্ণমান সংখ্যাকে তার উৎপন্নকারী মৌলিক pএর বড় কোন সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে অঙ্কগুলির ক্রম বজায় থাকে না আর নতুন অঙ্কও দেখা দেয়। যেমন $02439 \times 75 = 182925$ ( $p = 41$ )।

দুটো, তিনটে, চারটে ও পাঁচটা ঘূর্ণমান সংখ্যার উৎপন্নকারী সবচেয়ে ছোট মৌলিক যথাক্রমে 3, 103; 53 এবং 11।

যে কোন ঘূর্ণমান সংখ্যা 9 দ্বারা বিভাজ্য। যেমন 142857 ($p = 7$), 02439, 26829 ( $p = 41$ ) ইত্যাদি। একমাত্র ব্যতিক্রম 3 থেকে উৎপন্ন ঘূর্ণমান সংখ্যা 3 এবং 6।

আবার কোন ঘূর্ণমান সংখ্যাকে সমান অঙ্ক বিশিষ্ট যে কটি অংশে ভাগ করা যায় তার সবকটি অংশের সমষ্টি সর্বদা শুধু কয়েকটি 9 দ্বারা গঠিত বা তার কোন গুণিতক। যেমন $p = 19$ হলে 18টি অঙ্কবিশিষ্ট ঘুর্ণমান সংখ্যা 05263157894-7368421 কে 2, 3, 6 বা 9 অঙ্ক বিশিষ্ট সমান অংশে ভাগ করা যায়। প্রথম অংশ যে কোন অঙ্ক থেকেই শুরু হতে পারে।

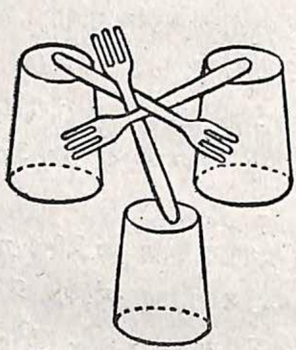
| | | | |
|---|---|---|---|
| 05 | 526 | 263157 | 631578947 |
| 26 | 315 | 894736 | 368421052 |
| 31 | 789 | 842105 | 999999999 |
| 57 | 473 | 1999998 | |
| 89 | 684 | $= 999999 \times 2$ | |
| 47 | 210 | | |
| 36 | $2997 = 999 \times 3$ | | |
| 84 | | | |
| 21 | | | |
| $396 = 99 \times 4$ | | | |

আবার p=13 হলে 6টি অঙ্ক বিশিষ্ট দুটো ঘূর্ণমান সংখ্যা 076923 এবং 153846কে 2 বা 3 অঙ্কবিশিষ্ট সমান অংশে ভাগ করা যায়।

| | | | |
|---|---|---|---|
| 07 | 769 | 15 | 538 |
| 69 | 230 | 38 | 461 |
| 23 | 999 | 46 | 999 |
| 99 | | 99 | |

কোন ঘূর্ণমান সংখ্যার অঙ্ক সংখ্যা জোড় হলে তার প্রথম অর্ধেকের যে কোন অঙ্ক ও দ্বিতীয় অর্ধেকের অনুরূপ অঙ্কের সমষ্টি সর্বদা 9। যেমন p=19 হলে প্রথম অর্ধেকের তৃতীয় অঙ্ক 2 এবং দ্বিতীয় অর্ধেকের তৃতীয় অঙ্ক 7 আর 2+7=9।

**১৩৬। কাঁটা চামচ গুলো সাজাও তো!**



চিত্র 14 (সমাধান 136)

চোদ্দ নম্বর চিত্রের মত কাঁটাচামচগুলো সাজাও।

**১৩৭। জগ আর বাটিতে কতটা জল ধরে?**

উপরের তাকের ১টি জগ+৩টি বাটি+৩টি গ্লাস=নীচের তাকের ৩টি বাটি+ ১টি জগ+১টি বাটি

তাহলে উপরের তাকের ৩টি গ্লাস=নীচের তাকের ১টি বাটি

সুতরাং ১টি বাটি=৩টি গ্লাস

এখন উপরের তাকে বাটির বদলে গ্লাস বসালে আমরা পাই ১টি জগ+৩টি বাটির বদলে ৯টি গ্লাস+৩টি গ্লাস=১টি জগ+১২টি গ্লাস।

আবার মাঝের তাকে আছে ২টি জগ+৬টি গ্লাস

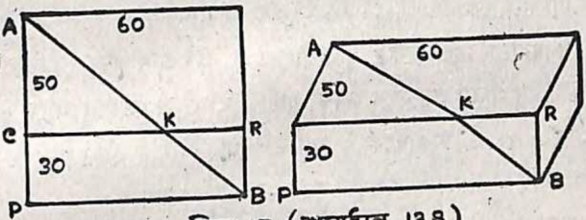
সুতরাং মাঝের তাকের ২টি জগ+৬টি গ্লাস=উপরের তাকের ১টি জগ+ ১২টি গ্লাস

তাহলে মাঝের তাকের ১টি জগ = উপরের ১২ − ৬ বা ৬টি গ্লাস

স্থতরাং ১টি জগ = ৬টি গ্লাস

১৩৮। পোকা কোন্ পথে যাবে ?

বাক্সের ঢাকনাকে মনে মনে এমনভাবে খাড়া করে তোল যাতে ঢাকনা আর




চিত্র 15 (সমাধান 138)

আমাদের সম্মুখস্থ বাক্সের তল একই সমতলে থাকে। স্থতরাং সবচেয়ে কম দূরত্বের পথ হবে AB সরলরেখা। এখন AP = AC + CP = ( 50 + 30 ) সেমি = 80 সেমি, PB = 60 সেমি। স্থতরাং APB সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই $AB^2 = AP^2 + PB^2 = (80^2 + 60^2)$ বর্গ সেমি = 10000 বর্গ সেমি। তাহলে AB = $\sqrt{10000}$ সেমি = 100 সেমি।

স্থতরাং সবচেয়ে কম দূরত্বের পথের দৈর্ঘ্য 100 সেমি ( চিত্র 15 )।

১৩৯। কত সময় লাগবে ?

এখানে কিন্তু ন সেকেণ্ড সময় লাগবে না।

ঢং করে একটা ঘণ্টা বাজতে যে সময় লাগে সেটা খুব কম বলে ধরা হবে না, শুধু ছুটো ঘণ্টার মাঝখানের বিরতিটাকেই ধরতে হবে।

যখন ঘড়িতে তিনটে বাজে তখন বিরতি হচ্ছে ছুটো, প্রথম ও দ্বিতীয় ঘণ্টার মাঝখানে এবং দ্বিতীয় ও তৃতীয় ঘণ্টার মাঝখানে। তাহলে ছুটো বিরতির জন্য সময় লাগে তিন সেকেণ্ড। অর্থাৎ প্রত্যেক বিরতির জন্য সময় লাগে $\frac{৩}{২}$ সেকেণ্ড।

যখন নটা বাজে তখন বিরতি হচ্ছে আটবার যার জন্য সময় লাগবে $\frac{৩}{২} \times ৮$ সেকেণ্ড = ১২ সেকেণ্ড।

১৪০। কার বেশী কষ্ট হচ্ছে ?

সামনের এবং পিছনের লোকের কাঁধের চাপ যথাক্রমে P এবং F হলে P × BC = F × AC।

তাহলে $\frac{P}{F} = \frac{AC}{BC}$

এখন AC $>$BC সুতরাং P $>$ F

তাহলে সামনের লোকের কাঁধেই বেশী চাপ পড়ছে।

## ১৪১। কোন্‌টার ভেজাল আছে ?

রূপোর বাঁটগুলোকে A, B, C, D, E এবং F নাম দাও।

এখন প্রথমবারে একদিকের তুলাপাত্রে A, B এবং অন্য তুলাপাত্রে C, D চাপালে যদি ওজন সমান হয় তবে বোঝা যায় E বা F এ ভেজাল আছে। দ্বিতীয় বারে একদিকে A ও অন্যদিকে E রাখলে যদি সমান ওজন হয় তবে ভেজাল আছে F এ। যদি A এবং E অসমান হয় তবে ভেজাল হল E।

যদি প্রথমবারে A, B এবং C, D অসমান হয় তবে বোঝা যায় E এবং F খাঁটি। এক্ষেত্রে দ্বিতীয়বারে একদিকে A এবং অন্যদিকে B রাখলে যদি অসমান হয় তবে A অথবা B ভেজাল। এখন তৃতীয়বারে একদিকে A এবং অন্যদিকে E রাখলে যদি সমান হয় তবে B ভেজাল আর অসমান হলে A ভেজাল।

আবার দ্বিতীয়বারে A এবং B সমান হলে C অথবা D ভেজাল। এক্ষেত্রে তৃতীয়বারে একদিকে রাখ C আর অন্যদিকে E। সমান হলে D ভেজাল আর অসমান হলে C ভেজাল।

## ১৪২। কটা সন্দেশ ছিল ?

এটাকে শেষ দিক থেকে করতে হবে।

ছোটভাই $\frac{১}{৩}$ অংশ খাওয়ার পর বাকি থাকে $\frac{২}{৩}$ অংশ অর্থাৎ সে যা খায় তার দ্বিগুণ বাকি থাকে বা যতটা বাকি থাকে তার অর্ধেক সে খায়। এখন ছোট খাওয়ার পর বাকি থাকে ২৪টি সন্দেশ। সুতরাং ছোট খায় $\frac{২৪}{২}$ বা ১২টি সন্দেশ।

তাহলে ছোট খাওয়ার আগে ছিল ১২+২৪ বা ৩৬টি সন্দেশ। তাহলে মেজ খাওয়ার পর বাকি ছিল এই ৩৬টি সন্দেশ। সুতরাং আগের মতই বোঝা যায় মেজ খায় $\frac{৩৬}{২}$ বা ১৮টি। তাহলে মেজ খাওয়ার আগে ছিল ১৮+৩৬ বা ৫৪টি।

সুতরাং বড় খাওয়ার পরে ছিল ৫৪টি সন্দেশ। তাহলে বড় খায় $\frac{৫৪}{২}$ বা ২৭টি, সুতরাং বড় খাওয়ার আগে ছিল ২৭+৫৪ বা ৮১টি।

তাহলে দেখা যাচ্ছে মামা পাঠিয়েছিলেন ৮১টি সন্দেশ আর প্রত্যেকে পাবে $\frac{৮১}{৩}$ বা ২৭টি। বড় আগেই ২৭টি খেয়ে নিয়েছে সুতরাং সে আর পাবে না। মেজ আগে খেয়েছে ১৮টি সুতরাং আরও ২৭−১৮ বা ৯টি পাবে। ছোট খেয়েছে ১২টি সুতরাং সে পাবে আরও ২৭−১২ বা ১৫টি।

১৪৩। কিভাবে পূর্ণ করবে ?

বড় বাটির মধ্যে মাঝারি বাটি রাখ, এবার মাঝারি বাটির মধ্যে রাখ ছোট বাটি। তাহলে তিনটে বাটিই কানায় কানায় দুধে ভর্তি হয়ে যাবে।

১৪৪। কি করে ট্রাক যাবে ?

ট্রাকের চাকাগুলোর হাওয়া একটু বার করে দিলে ট্রাকটা সহজেই ব্রীজের নীচ দিয়ে যেতে পারবে।

১৪৫। কিভাবে রক্ষা পাবে ?

লোকটি বলবে, কথা ছিল তিনজনে এক সঙ্গে এলে তবেই টাকা ফেরৎ পাবে। সুতরাং তোমাদের আর একজনকে না নিয়ে এলে আমি টাকা দেব না।

১৪৬। কোথায় গোনা শেষ হবে ?

থাম আছে ছটা। সুতরাং একেবারে বাঁ দিকের থাম থেকে গোনা সুরু করে একেবারে ডান দিকের থামে গিয়ে আবার বাঁ দিকের শেষ থামে ফিরে এলে ১২ পর্যন্ত গোনা হবে। এখন ১০০৫ কে ১২ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ থাকে ৯।

তাহলে একদম বাঁ দিকের থাম থেকে ৯ পর্যন্ত গুণলে গোনা শেষ হবে। এখন ৬ পর্যন্ত গুণলে একদম ডান দিকের থামে যাওয়া যাবে। সুতরাং একেবারে ডান দিকের থাম থেকে ৩ পর্যন্ত গুণতে হবে অর্থাৎ একদম ডান দিকের থাম থেকে তৃতীয় বা একেবারে বাঁ দিকের থাম থেকে চতুর্থ থামে এসে গোনা শেষ হবে।

১৪৭। প্রথম দিন কটা খেয়েছে ?

প্রথমদিন xটি রসগোল্লা খেলে দ্বিতীয়দিন খেয়েছে $x+7$, তৃতীয়দিন $x+14$, চতুর্থদিন $x+21$ এবং পঞ্চমদিন $x+28$। তাহলে

$$x+x+7+x+14+x+21+x+28=100$$

বা $5x+70=100$

বা $5x=100-70$

বা $5x=30$ বা $x=6$

সুতরাং প্রথমদিন 6, দ্বিতীয়দিন 13, তৃতীয়দিন 20, চতুর্থদিন 27 এবং পঞ্চম দিন 34টি রসগোল্লা খেয়েছে।

১৪৮। দুটো এঞ্জিন কেন ?

এখানে সামনের এঞ্জিনটা সামনের দিকের মোটামুটি অর্ধেক সংখ্যক কামরাকে

টানে আর পিছনের এঞ্জিনটা বাকি কামরাগুলোকে পিছন থেকে ঠেলে। প্রথম ভাগের কামরাগুলোর মাঝখানের কাপলিংগুলো টান থাকে আর দ্বিতীয় ভাগের কামরাগুলোর মাঝের কাপলিংগুলো থাকে ঢিলে কিন্তু এদের বাফারগুলো পরস্পর ঠেকে থাকে।

### ১৪৯। ওজন করার মেশিনে বসে পড়লে কি হবে?

ওজন কয়েক মুহূর্তের জন্য কমে আবার ঠিক হয়ে যাবে।

তুমি যখন বসে পড়ছ তখন তোমার শরীরের উর্ধ্বভাগে নীচের দিকে একটা বল কাজ করে ফলে নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুযায়ী পায়ে সমান প্রতিক্রিয়া বল কাজ করে উপরের দিকে। সুতরাং পাদুটো আগে যতটা বলের দ্বারা প্ল্যাটফর্মকে নীচের দিকে চাপ দিচ্ছিল বসার সময় প্ল্যাটফর্মে তার চেয়ে কম চাপ দেবে আর মেশিনেও ওজন কম দেখাবে।

কিন্তু বসে পড়ার পর তোমার শরীরের উর্ধ্বাংশে আর নীচের দিকে কোন বল কাজ করে না ফলে তোমার ওজনও আগের সমান হয়ে যায়।

### ১৫০। কতটা জল আছে?

পিপেটা এমনভাবে কাত করতে হবে যাতে জল খোলা মুখের প্রান্ত পর্যন্ত পৌছায় ( লক্ষ্য রাখবে জল যেন পড়ে না যায় )। এতে যদি পিপের তলার সামান্য অংশও জলের বাইরে বেরিয়ে পড়ে তবে বুঝতে হবে জল আছে পিপের অর্ধেকের চেয়ে কম।



চিত্র 16 (সমাধান 150)

আর যদি পিপের তলা জলের ভিতর ডুবে থাকে তবে বুঝবে পিপের অর্ধেকের চেয়ে বেশী জল রয়েছে। জল যদি ঠিক পিপের তলার সবচেয়ে উপরের প্রান্ত পর্যন্ত থাকে তাহলে রয়েছে ঠিক আধ পিপে জল ( চিত্র ১৬ )। এর কারণ হল ABC অংশের আয়তন পিপের আয়তনের ঠিক অর্ধেক।

### ১৫১। কোন্ বাক্সের ওজন বেশী?

উভয় বাক্সের ওজনই সমান।

প্রথম বাক্সের বড় বলের ব্যাস বাক্সের দৈর্ঘ্যের সমান আর দ্বিতীয় বাক্সের ছোট

বলের ব্যাস বাক্সের দৈর্ঘ্যের চার ভাগের এক ভাগ। অর্থাৎ বড় বলের ব্যাস ছোট বলের ব্যাসের চারগুণ। তাহলে বড় বলের ঘনফল ছোট বলের ঘনফলের ৪ × ৪ × ৪ বা ৬৪ গুণ।

সুতরাং প্রথম বাক্সের একটি বড় বলের ঘনফল দ্বিতীয় বাক্সের ৬৪টি ছোট বলের ঘনফলের সমান। অর্থাৎ বড় বলটির ওজন ৬৪টি ছোট বলের ওজনের সমান। তাহলে দুই বাক্সের ওজনই সমান।

## ১৫২। সময় কত লাগবে ?

সময় লাগবে ৫৯ সেকেণ্ড, ৬০ সেকেণ্ড নয়।

একবার কাটলে দুটো ফিতে পাওয়া যাবে, দুবার কাটলে পাওয়া যাবে তিনটে ফিতে, এভাবে ৫৯ বার কাটলেই ৬০টি এক মিটার লম্বা ফিতে পাওয়া যাবে। প্রতিবার কাটতে সময় লাগে এক সেকেণ্ড তাহলে ৫৯ বার কাটতে সময় লাগবে ৫৯ সেকেণ্ড।

## ১৫৩। কিভাবে ভাগ করবে ?

ভাগগুলো হল যথাক্রমে 8, 12, 5 এবং 20।

মনে কর ভাগগুলো যথাক্রমে a,b, c এবং d। তাহলে

$$a+2=b-2=2c=\frac{d}{2}$$

এখন $a+2=2c$ বা $a=2c-2$

আবার $b-2=2c$ বা $b=2c+2$

আবার $\frac{d}{2}=2c$ বা $d=4c$

এখন চারটি অংশের যোগফল 45

অর্থাৎ $a+b+c+d=45$

বা $2c-2+2c+2+c+4c=45$

বা $9c=45$ বা $c=5$

তাহলে প্রথম অংশ $a=2c-2=2.5-2=10-2=8$, দ্বিতীয় অংশ $b=2c+2=2.5+2=10+2=12$, তৃতীয় অংশ $c=5$ আর চতুর্থ অংশ $d=4c=4.5=20$।

## ১৫৪। কটা খুঁটি আছে ?

মোট খুঁটির সংখ্যা ৩৬, চল্লিশ নয় কিন্তু।

চার কোণের চারটে খুঁটি বাদ দিলে প্রত্যেক দিকে আছে আটটি খুঁটি, তাহলে চারপাশে মোট হল ৪ × ৮ বা ৩২টি খুঁটি। এর সঙ্গে চার কোণের চারটে খুঁটি যোগ দিলে হচ্ছে ৩২ + ৪ বা ৩৬ টি খুঁটি।

## ১৫৫। কেন আগে ক্ষয়ে যায় ?

এসব গাড়িতে সামনের চাকার চেয়ে পিছনের চাকা বড় থাকে। ফলে একই দূরত্ব যাওয়ার জন্য সামনের চাকার চেয়ে পিছনের চাকা অনেক কমবার ঘুরবে। আর সামনের চাকা বেশীবার ঘোরা মানে হল তার অ্যাক্সলও বেশীবার ঘোরা।

আর এর জন্যই সামনের চাকার অ্যাক্সল তাড়াতাড়ি ক্ষয়ে যায়।

## ১৫৬। গড় বেগ কত ?

এখানে কিন্তু গড় বেগ ঘণ্টায় ৫ এবং ৭ এর গড় বা ৬ কিলোমিটার হবে না।

যাওয়ার সময় ১ কিমি যেতে তোমার সময় লাগে $\frac{১}{৫}$ ঘণ্টা আর ফেরার সময় সেই ১ কিমি ফিরতে সময় লাগে $\frac{১}{৭}$ ঘণ্টা।

তাহলে যাতায়াতে মোট 2 কিমি পথ অতিক্রম করতে সময় লাগে $\frac{১}{৫}+\frac{১}{৭}$ বা $\frac{১২}{৩৫}$ ঘণ্টা। এখন $\frac{১২}{৩৫}$ ঘণ্টায় যদি ২ কিমি যাওয়া যায় তবে ১ ঘণ্টায় যাওয়া যাবে $২ \times \frac{৩৫}{১২}$ কিমি বা $৫\frac{৫}{৬}$ কিমি। সুতরাং তোমার গড় গতিবেগ ঘণ্টায় $৫\frac{৫}{৬}$ কিমি।

আবার যদি যাওয়ার ও ফেরার সময় গতিবেগ যথাক্রমে ঘণ্টায় a ও b কিমি হয় তবে এক কিমি যেতে ও ফিরতে সময় লাগে যথাক্রমে $\frac{1}{a}$ ঘণ্টা ও $\frac{1}{b}$ ঘণ্টা।

তাহলে মোট 2 কিমি পথ অতিক্রম করতে সময় লাগে $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ ঘণ্টা।

অর্থাৎ 1 ঘণ্টায় অতিক্রম করে

$$\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} \text{ কিমি পথ}$$

সুতরাং গড় গতিবেগ ঘণ্টায় x কিমি হলে

$$x = \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$$

মনে রাখবে

$$\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$$

কে বলা হয় a এবং b এর হার্মোণিক গড় ( Harmonic mean )। যদি a এবং b উভয়েই ধনাত্মক হয় তাহলে হার্মোনিক গড়ের মান সাধারণ গড় ( পাটিগণিতীয় গড় বা arithmetic mean ) $\frac{a+b}{2}$ এর চেয়ে সবসময়ই কম হবে।

### ১৫৭। কত বেশী জল পড়বে ?

দ্বিতীয় পাইপের ব্যাস প্রথম পাইপের ব্যাসের ১০ গুণ। সুতরাং দ্বিতীয় নলের মুখের ক্ষেত্রফল প্রথম নলের মুখের ক্ষেত্রফলের ১০×১০ বা ১০০ গুণ।

উভয় নলে জলের গতিবেগ সমান সুতরাং একই সময়ে দ্বিতীয় নলে প্রথমের তুলনায় একশ গুণ জল পড়বে।

### ১৫৮। কোন্‌টা কেনা ভাল ?

প্রথমটাই কেনা ভাল।

প্রথম তরমুজের পরিধি দ্বিতীয় তরমুজের পরিধির $\frac{৭৫}{৫০}$ বা $\frac{৩}{২}$ গুণ, তাহলে প্রথম-টার ব্যাসার্ধও দ্বিতীয়টার ব্যাসার্ধের $\frac{৩}{২}$ গুণ হবে। এখন দুটো গোল জিনিষের ঘনফলের অনুপাত তাদের ব্যাসার্ধের অনুপাতের ঘন ( কিউব )। তাহলে প্রথম তরমুজের ঘনফল দ্বিতীয়টার ঘনফলের $\frac{৩}{২}\times\frac{৩}{২}\times\frac{৩}{২}$ বা ৩$\frac{৩}{৮}$ গুণ অর্থাৎ তিন গুণেরও বেশী। কিন্তু প্রথমটার দাম দ্বিতীয়টার মাত্র দ্বিগুণ, তাহলে প্রথমটা কেনাই ভাল।

### ১৫৯। 'ই' এর নেমোনিক !

To disrupt a playroom is commonly a practice of children

e=2· 7 1 8 2 8 1 8 2 8

( খেলাঘর ভেঙে ফেলা শিশুদের একটি সাধারণ অভ্যাস )।

### ১৬০। কটা জুতো লাগবে ?

এক লক্ষ জুতোই লাগবে। যদি x জন লোকের একটি করে পা থাকে তবে এই x জনের জন্য xটি জুতোই লাগবে।

বাকি 100000−x জনের অর্ধেক কোন জুতো ব্যবহার করে না। তাহলে

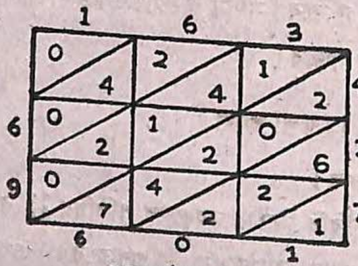
বাকি অর্ধেক অর্থাৎ $\frac{100000-x}{2}$ জন জুতো ব্যবহার করে। আর প্রত্যেকের দুটো হিসেবে $\frac{100000-x}{2}$ জনের লাগে $\frac{100000-x}{2}\times 2$ বা $100000-x$ টি জুতো। তাহলে মোট জুতো লাগে $x+100000-x$ বা 100000 টি। এখানে কজন লোকের একটি মাত্র পা তা জানার কোন প্রয়োজন নেই।

**১৬১। সংখ্যা তিনটি কত ?**

সংখ্যা তিনটি −১, ১ এবং ৩

এরা সমান্তর শ্রেণীতে আছে, সাধারণ অন্তর ২ এবং এদের গুণফল = −১ × ১ × ৩ = −৩, একটি মৌলিক সংখ্যা।

**১৬২। গুণের ল্যাটিস পদ্ধতি কি ?**




সমাধান 162

একটা উদাহরণ দিলে জিনিষটা স্পষ্ট হবে। মনে কর ১৬৩ কে ৪২৭ দিয়ে গুণ করতে হবে। এখন ৪ × ৩ = ১২, ৪ × ৬ = ২৪, ৪ × ১ = ৪ = ০৪ এভাবে পরপর লিখে যাও। সবশেষে কোণাকুনি যোগ কর, তাহলে গুণফল হচ্ছে ৬৯৬০১ ( চিত্র দেখ )।

**১৬৩। আর কটা দাগ ডুববে ?**

আর একটা দাগও ডুববে না।

জোয়ারের ফলে নদীর জল যতটা বৃদ্ধি পায় নৌকাও ঠিক ততটা উপরে উঠে। কারণ সবসময় নৌকার একটা নির্দিষ্ট অংশ জলের নীচে ডুবে থাকে। ফলে সবসময়ই তারের একটা নির্দিষ্ট অংশ জলের ভিতর ডুবে থাকবে।

**১৬৪। বেড়াতে গিয়ে কদিন ছিল ?**

আঠারোদিন ছিল। প্রত্যেক দিনকে সকাল আর বিকাল দুবেলায় ভাগ করলে

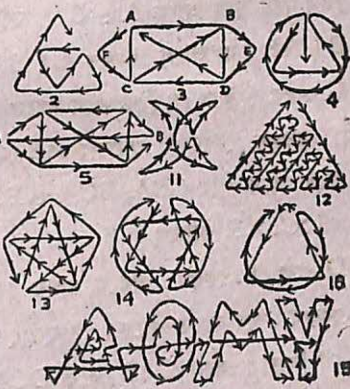
সকালের ১১ বেলা এবং বিকালের ১৫ বেলা অর্থাৎ মোট ২৬ বেলা বৃষ্টিহীন ছিল।

আবার বৃষ্টি হয়েছে ১০ দিন কিন্তু কোন দিনই সকাল ও বিকাল দুবেলা বৃষ্টি হয় নি। সুতরাং ১০ দিনে মোট ১০ বেলা বৃষ্টি হয়েছে।

তাহলে তনুশ্রীরা সেখানে ছিল মোট ২৬+১০ বা ৩৬ বেলা অর্থাৎ ১৮ দিন।

### ১৬৭। টপোলজি

নীচে সমাধানগুলি দেওয়া হল। ( চিত্র 2, 3, 4, 5, 11, 12, 13, 14, 15, 16 )।




সমাধান 167

### ১৬৮। কটা চেয়ার আছে ?

মনে কর চেয়ারের সংখ্যা x, তাহলে লোকের সংখ্যা x+1 ; একটি চেয়ার খালি থাকলে বাকি চেয়ারের সংখ্যা x−1, তাহলে

$$2(x-1)=x+1 \quad \text{বা} \quad 2x-2=x+1$$

$$\text{বা} \quad 2x-x=1+2 \quad \text{বা} \quad x=3$$

সুতরাং চেয়ারের সংখ্যা 3 এবং লোক সংখ্যা 4।

### ১৬৯। নাচের অঙ্ক !

এখানে আগে মেয়েদের সংখ্যা বার করা সহজ।

মনে কর মেয়েদের সংখ্যা x, এখানে

1 ম মেয়ে লিপিকা নাচে 5 টি বা (1+4) টি ছেলের সঙ্গে

2 য় মেয়ে বনানী নাচে 6 টি বা (2+4) টি ছেলের সঙ্গে

3 য় মেয়ে পারমিতা নাচে 7 টি বা (3+4) টি ছেলের সঙ্গে

সুতরাং শেষ বা x তম মেয়ে ঝর্ণা নাচে $(x+4)$ টি ছেলের সঙ্গে
কিন্তু শেষ মেয়ে ঝর্ণা সব ছেলের সঙ্গেই নাচে, তাহলে ছেলেদের সংখ্যা $x+4$
কিন্তু ছেলেদের সংখ্যা+মেয়েদের সংখ্যা=18
বা $(x+4)+x=18$ বা $2x+4=18$
বা $2x=14$ বা $x=7$
তাহলে মেয়েদের সংখ্যা 7 এবং ছেলেদের সংখ্যা $18-7=11$

## ১৭০। কভাবে বসতে পারবে?

প্রথমে মনে কর দুজন মাত্র ছাত্র আছে A ও B। তাহলে তারা দুভাবে বসতে পারে আগে A পরে B ( AB ) বা আগে B পরে A ( BA )। এখন $2=1\times2$।

আরেকজন ছাত্র C বসতে চাইলে সে তিনভাবে বসতে পারে, একদম প্রথমে, দুজনের মাঝখানে বা একদম শেষে। সুতরাং AB থেকে আমরা পাব CAB, ACB এবং ABC ; BA থেকে পাব CBA, BCA ও BAC। অর্থাৎ তিনজন বসতে পারে মোট $6=1\times2\times3$ ভাবে।

আরেকজন ছাত্র D এলে সে একদম প্রথমে, প্রথম দুজনের মাঝখানে, শেষ দুজনের মাঝখানে বা একদম শেষে বসতে পারে। সুতরাং আগের প্রত্যেক বিন্যাস থেকে আমরা পাব চারটে বিন্যাস যেমন CAB থেকে DCAB, CDAB, CADB ও CABD। সুতরাং চারজনে বসতে পারে মোট $4\times6$ বা 24 উপায়ে, এখন $24=1\times2\times3\times4$।

অনুরূপভাবে পাঁচজন বসতে পারে $1\times2\times3\times4\times5=120$ উপায়ে এবং ছজন বসতে পারে মোট $1\times2\times3\times4\times5\times6$ বা 720 উপায়ে।

এটি একটি বিন্যাসের ( Permutation ) অঙ্ক। কতকগুলি বস্তুকে তাদের কয়েকটি বা সবকটি নিয়ে নিজেদের মধ্যে যতগুলি ক্রমে ( order ) সাজানো যায় তাদের প্রত্যেককে বলা হয় একটি বিন্যাস। যেমন A, B ও C তিনটি বস্তুর একটিকে নিয়ে বিন্যাসের সংখ্যা তিন ( A, B, C ); দুটোকে নিয়ে বিন্যাসের সংখ্যা ছয় ( AB, BA, AC, CA, BC, CB ); তিনটিকে নিয়ে বিন্যাসের সংখ্যাও ছয় ( ABC, ACB, BCA, BAC, CAB, CBA )।

মনে কর nটি বিভিন্ন বস্তু আছে, এদের rটিকে নিয়ে বিন্যাসের সংখ্যাকে ${}^{n}P_{r}$ দিয়ে বোঝানো হয়। দেখানো যায় ${}^{n}P_{r}$

$$=n\,(n-1)\,(n-2)\cdots(n-r+1)=\frac{n\,!}{(n-r)\,!}$$

সবকটি বস্তুকে নিয়ে বিন্যাসের সংখ্যা $= {}^{n}P_{r} = n(n-1)(n-2)\cdots 3.2.1 = n\,!$

## ১৭১। সম্ভাবনা কত ?

সম্ভাবনা বলতে কি বোঝায় ? একটি পরীক্ষা n বার করা হলে আর তার মধ্যে A ঘটনা f বার ঘটলে মোটামুটিভাবে বলা যায় Aর সম্ভাবনা=f/n অবশ্য যদি n একটি বড় সংখ্যা হয় অর্থাৎ যদি পরীক্ষাটি অনেকবার করা হয়।

একটি সাধারণ ছক্কা অনেকবার চাললে এক থেকে ছয় পর্যন্ত প্রত্যেক বিন্দু মোটামুটি সমানবার পড়বে। তাহলে প্রত্যেক বিন্দু পড়ার সম্ভাবনা সমান এবং তার মান 1/6।

সুতরাং ছক্কা ফেললে প্রথমবার ছয় পড়ার সম্ভাবনা 1/6, দ্বিতীয়বার ছয় পড়ার সম্ভাবনা 1/6 এবং তৃতীয়বার ছয় পড়ার সম্ভাবনাও 1/6। তাহলে পরপর তিনবার ছয় পড়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{216}$।

## ১৭২। আমাদের শরীরে লোহিত কনিকার সংখ্যা !

প্রাপ্তবয়স্ক পুরুষদের ক্ষেত্রে প্রতি ঘন মিলিমিটার রক্তে লোহিতকণার সংখ্যা 5400000 এবং প্রাপ্তবয়স্ক নারীদের ক্ষেত্রে 4800000, শিশুদের ক্ষেত্রে ষাট থেকে সত্তর লক্ষ।

সাধারণতঃ একজন মানুষের ওজন যত কিলোগ্রাম তার দেহের মোট রক্তের পরিমাণ তার চোদ্দ ভাগের একভাগ লিটার হিসাবে হয়। যেমন কারও ওজন 56 কিলোগ্রাম হলে তার দেহে রক্ত আছে 56/14 বা 4 লিটার অর্থাৎ 4000000 ঘন মিলিমিটার। সুতরাং তার শরীরের লোহিতকণিকার মোট সংখ্যা 5400000 ×4000000=21600000000000। একজন মানুষের শরীরে প্রায় বাইশ লক্ষ কোটি লোহিত কণিকা ! কল্পনাও করা যায় না !

একটি লোহিতকণার ব্যাস 0·007 মিলিমিটার ধরলে বাইশ লক্ষ কোটি লোহিতকণার শৃঙ্খলের দৈর্ঘ্য হবে 154000 কিলোমিটার। বিষুবরেখার দৈর্ঘ্য 40000 কিলোমিটার ধরলে এই শৃঙ্খল বিষুবরেখা বরাবর পৃথিবীকে প্রায় চারবার প্রদক্ষিণ করতে পারে।

একটি লোহিতকণিকার সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল প্রায় 120 বর্গ মাইক্রন, এবং

আয়তন প্রায় 87 ঘণ মাইক্রন, এক মাইক্রন $=0.001$ মিলিমিটার। এক লিটার রক্তে যত লোহিতকণা আছে তাদের সমগ্রতলের মোট ক্ষেত্রফল প্রায় 600 বর্গ মিটার। দেখা গেছে একজন মানুষের শরীরে যত লোহিতকণা আছে তাদের সমগ্রতলের মোট ক্ষেত্রফল সেই মানুষটি দেহের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের প্রায় 1500 গুণ।

লোহিতকণারা অতি ক্ষুদ্র বলেই তাদের সমগ্রতলের মোট ক্ষেত্রফল এত বেশী। আর এর ফলেই লোহিতকণা ও দেহকোষের মধ্যে অক্সিজেন ও অন্যান্য রাসায়নিক পদার্থের দ্রুত বিনিময় সম্ভব হয় কারণ লোহিত কণিকারা একমাত্র তাদের দেহের উপরিতল দিয়েই অক্সিজেন ও বিভিন্ন রাসায়নিক পদার্থ শোষণ বা বর্জন করতে পারে।

মানুষের শরীরে শ্বেতকণিকার সংখ্যা কিন্তু অনেক কম। প্রতি ঘন মিলি-মিটার রক্তে শ্বেতকণিকার সংখ্যা 4000 থেকে 11000 ; একটি শ্বেতকণা পিছু প্রায় সাতশটি লোহিতকণা থাকে।

## ১৭৩। শাঁস বীচির কতগুণ ?

এখানে শাঁস বীচির ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ পুরু অর্থাৎ লিচুর ব্যাসার্ধ বীচির ব্যাসার্ধের তিনগুণ। সুতরাং লিচুর আয়তন বীচির আয়তনের $3\times3\times3$ বা 27 গুণ। তাহলে বীচির আয়তন লিচুর $\frac{1}{27}$ অংশ, বাকি $\frac{26}{27}$ অংশ শাঁস। সুতরাং শাঁস বীচির 26 গুণ।

## ১৭৪। বায়ুমণ্ডলের ওজন কত ?

পৃথিবীপৃষ্ঠে প্রতি বর্গ সেন্টিমিটারে বায়ুর চাপ প্রায় এক কিলোগ্রাম। অর্থাৎ মাটির প্রতি বর্গ সেন্টিমিটারের উপর যে বায়ুস্তম্ভ দাঁড়িয়ে আছে তার ভর এক কিলোগ্রাম। পৃথিবীপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল মোটামুটি 51 কোটি বর্গ কিলোমিটার বা $51\times10^{17}$ বর্গ সেন্টিমিটার। সুতরাং পৃথিবীর বায়ুমণ্ডলের ভরও $51\times10^{17}$ কিলোগ্রাম বা $51\times10^{14}$ মেট্রিক টন।

পৃথিবীর ভর $6\times10^{21}$ টন ধরলে পৃথিবী তার বায়ুমণ্ডলের তুলনায় $6\times10^{21}\div(51\times10^{14})\approx10^{6}$ অর্থাৎ প্রায় দশ লক্ষ গুণ ভারী ( $\approx$ এর অর্থ প্রায় সমান )।

### ১৭৫। সূর্যের সমান হতে কত সময় নেবে ?

আমাদের বার করতে হবে এক ঘন মিটারকে কতবার দ্বিগুণ করলে $10^{27}$ ঘন মিটার হবে ? এখন $2^{10} \approx 1000$ বলে

$$10^{27} = (10^3)^9 = 1000^9 \approx (2^{10})^9 = 2^{90}$$

সুতরাং চল্লিশতম প্রজন্মকে আরও 90 বার বিভাজিত হতে হবে অর্থাৎ 40 + 90 বা 130 তম প্রজন্মের আয়তন সূর্যের সমান হবে। আর এতে সময় লাগবে $130 \times 27$ ঘণ্টা বা 146 দিন 6 ঘণ্টা। খুবই কম সময়, তাই নয় কি ?

### ১৭৬। কবার ছিঁড়তে হবে ?

আগের মতই

$$10^{24} = (10^3)^8 \approx (2^{10})^8 = 2^{80}$$

বলে কাগজটা 80 বার ছিঁড়লে তবেই প্রত্যেক ভাগ একটি পরমাণুর সমান হবে। মাত্র 80 বার ভাগ করলে একটি পরমাণু পাওয়া যাবে, বিশ্বাস করাই যায় না !

### ১৭৭। তিনটে নয় দিয়ে সবচেয়ে বড় সংখ্যা কত ?

তিনটে 9 দিয়ে $9^{9^{9}}$ সবচেয়ে বড় সংখ্যা।

এই সংখ্যাটা যে কতবড় তা কল্পনা করাও কঠিন ! সমস্ত দৃশ্যমান মহাবিশ্বের সব ইলেকট্রনের সংখ্যাও এর কাছে তুচ্ছ !

### ১৭৮। তিনটে দুই !

তিনটে 2 দিয়ে লেখা সবচেয়ে বড় সংখ্যা কিন্তু $2^{2^{2}}$ নয়, এই সংখ্যাটা আসলে খুবই ছোট, এ হল $2^4$ বা 16। এখানে উত্তর হল $2^{22} = 4194304$

### ১৭৯। দূরত্ব কত ?

দূরত্ব x কিলোমিটার হলে প্রথম বন্ধু মোট হাঁটে 2x কিমি এবং দ্বিতীয় তার চার ভাগের এক ভাগ বা $\frac{x}{2}$ কিমি। তাদের দেখা হওয়ার সময় দ্বিতীয় হেঁটেছে তার অর্ধেক বা x/4 কিমি এবং প্রথম বাকি দূরত্ব $x - \frac{x}{4}$ বা 3x/4 কিমি। প্রথমের ঘণ্টায় ছয় কিমি হিসেবে 3x/4 কিমি যেতে সময় লাগে x/8 ঘণ্টা এবং

দ্বিতীয়ের ঘণ্টায় চার কিমি হিসেবে x/4 কিমি যেতে সময় লাগে x/16 ঘণ্টা। আবার প্রথমের 15 মিনিট বা 1/4 ঘণ্টা সময় বেশী লাগে কারণ সে 15 মিনিট আগে বেরোয়, সুতরাং

$$\frac{x}{8}=\frac{x}{16}+\frac{1}{4}$$

বা $2x=x+4$ বা $x=4$

তাহলে দুজনের বাড়ির দূরত্ব 4 কিলোমিটার।

## ১৮০। কটা গরু এত ঘাস খাবে ?

প্রথমেই মনে হবে 80 টা গরুর যে ঘাস খেতে 30 দিন লাগে 50 টা গরুর তা খেতে লাগবে $30\times80/50$ বা 48 দিন কিন্তু প্রশ্নে আছে 60 দিন।

আবার 30 দিনে যে ঘাস 80টি গরু খায় 45 দিনে তা খাবে $80\times30/45$ বা $53\frac{1}{3}$ টি গরু।

আজগুবী!

কিন্তু এখানে আসল রহস্য এই যে ঘাসগুলি প্রতিদিন বৃদ্ধি পাচ্ছে।

মনে কর প্রথমে মাঠে যা ঘাস ছিল তা এক এবং প্রতিদিন যা বৃদ্ধি পায় তা প্রথমের y অংশ। সুতরাং 30 দিনে বৃদ্ধি পায় 30y এবং 80টি গরু 30 দিনে খায় $1+30y$ অর্থাৎ 1টি গরু 1 দিনে খায়

$$\frac{1+30y}{80\times30}$$

এইভাবে 60 দিনে বৃদ্ধি পায় 60y এবং 50টি গরু 60 দিনে খায় $1+60y$, তাহলে 1 টি গরু 1 দিনে খায়।

$$\frac{1+60y}{50\times60}$$

সুতরাং $\frac{1+30y}{80\times30}=\frac{1+60y}{50\times60}$

সমাধান করে $y=\frac{1}{90}$

তাহলে 1 টি গরু 1দিনে খায়

$$\frac{1+30y}{80\times30}=\frac{1+\frac{30}{90}}{80\times30}=\frac{1+\frac{1}{3}}{80\times30}=\frac{4}{3\times80\times30}=\frac{1}{1800} \text{ অংশ}$$

এখন নির্ণেয় গরুর সংখ্যা x হলে xটি গরু 45 দিনে খায় 1+45y বা 1টি গরু 1 দিনে খায় ঃ

$$\frac{1+45y}{45x} \text{ বা } \frac{1+\frac{45}{90}}{45x} \text{ বা } \frac{1}{30x}$$

সুতরাং $\frac{1}{30x}=\frac{1}{1800}$

বা $x=\frac{1800}{30}$ বা $x=60$

তাহলে 60টি গরু 45 দিনে সব ঘাস খাবে।

## ১৮১। অর্থহীন প্রশ্ন !

দশমিক পদ্ধতি ছাড়া অন্য পদ্ধতিতেও সংখ্যা লেখা যায়। এই প্রশ্নটা অন্য পদ্ধতিতে সংখ্যা লেখার একটি উদাহরণ।

দশমিক পদ্ধতিতে ( বেস=10 ) 0, 1, 2, 3,····8, 9 এই দশটি অঙ্ক দ্বারা সব সংখ্যা লেখা হয়। বায়নারি পদ্ধতিতে ( বেস=2 ) 0 এবং 1 এই দুইটি অঙ্ক দ্বারা সব সংখ্যা লেখা হয়। নোনারি ( Nonary ) পদ্ধতিতে ( বেস=9 ) 0, 1, 2····7, 8 এই নয়টি অঙ্ক দ্বারা সব সংখ্যা লেখা হয়। যদি p সংখ্যক অঙ্ক দ্বারা ( বেস=p ) সব সংখ্যা লেখা হয় তবে সেই পদ্ধতির সংখ্যাকে বলা হয় p—adic সংখ্যা।

দশমিক পদ্ধতিতে সংখ্যার মান বার করতে হলে একদম ডানদিকের অঙ্ককে ১ দিয়ে গুণ করতে হয়, এর ঠিক বাঁ দিকের অঙ্ককে গুণ করতে হয় ১০ দিয়ে, তার বাঁ দিকের অঙ্ককে গুণ করতে হয় ১০² বা ১০০ দিয়ে ইত্যাদি। এভাবে গুণ করে এই গুণফলগুলিকে যোগ করলে সংখ্যার মান পাওয়া যায় যেমন ৪০৫৩=৩×১ +৫×১০+০×১০²+৪×১০³=৩+৫০+০+৪০০০

বায়নারি- পদ্ধতিতে একদম ডানদিকের অঙ্ককে গুণ করতে হয় ১ দিয়ে, তার বাঁ দিকের অঙ্ককে গুণ করতে হয় ২ দিয়ে, তার বাঁ দিকের অঙ্ককে ২²=৪ দিয়ে, ইত্যাদি। এইভাবে গুণ করে সব গুণফল যোগ করলে সংখ্যার মান পাওয়া যায়। যেমন ১০১১১ ( বায়নারি )=১×১+১×২+১×২²+০×২³+১×২⁴
=১+২+৪+০+১৬=২৩ ( দশমিক )।

এইভাবে p—adic পদ্ধতির 3407=দশমিক পদ্ধতির $7+0\times p+4\times p^2+3\times p^3$। এইভাবে 5083 ( নোনারি )

$=3+8\times 9+0\times 9^2+5\times 9^3=3+27+0+3645$
$=3675$ ( দশমিক )।

এখানে প্রশ্ন হল যে পদ্ধতির $47=$দশমিক $7\times 9$, সেই পদ্ধতির $74=$দশমিক পদ্ধতির কত ?

মনে কর বেস$=p$, তাহলে $47=4p+7$ ( দশমিক )। সুতরাং $4p+7=7\times 9=63$ বা $4p=63-7=56$ বা $p=14$। তাহলে $74=7\times 14+4=98+4=102$ ( দশমিক )।

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে বেস $x$ হলে $24=2x+4$ ( দশমিক )। তাহলে $2x+4=5\times 4=20$ বা $2x=16$ বা $x=8$, সুতরাং $100=0+0\times 8+1\times 8^2=64$ ( দশমিক )।

## ১৮২। কার গতিবেগ কত ?

মনে কর প্রথম ও দ্বিতীয় আরোহীর গতিবেগ যথাক্রমে সেকেণ্ডে $x$ ও $y$ মিটার। সুতরাং তারা 10 সেকেণ্ডে যায় যথাক্রমে $10x$ ও $10y$ মিটার। বিপরীত দিকে গেলে 10 সেকেণ্ড পরপর তাদের দেখা হয় অর্থাৎ 10 সেকেণ্ডে উভয়ে মিলে পথের দৈর্ঘ্য 190 মিটার যায়, তাহলে $10x+10y=190$ বা $x+y=19$

আবার 190 সেকেণ্ডে তারা যায় যথাক্রমে $190x$ ও $190y$ মিটার। এক দিকে গেলে তাদের দেখা হয় 190 সেকেণ্ড পরপর। মনে কর প্রথমের গতিবেগ বেশী। তাহলে 190 সেকেণ্ডে প্রথম দ্বিতীয়ের চেয়ে পুরো একবার বেশী পাক খায় অর্থাৎ 190 মিটার বেশী যায়। সুতরাং $190x-190y=190$ বা $x-y=1$।

সমাধান করে $x=10$, $y=9$

## ১৮৩। কতক্ষণ পরপর গাড়ি ছাড়ে ?

ট্রামগুলি $x$ মিনিট পরপর ছাড়লে তোমার সঙ্গে কোনো ট্রামের যেখানে দেখা হবে পরের ট্রাম সেখানে আসবে $x$ মিনিট পরে। পেছনের ট্রামের সঙ্গে তোমার দেখা হয় দশ মিনিট পরপর, তাহলে তুমি দশ মিনিটে যতটা যাও ট্রাম ( $10-x$ ) মিনিটে ততটা যায় অর্থাৎ তুমি এক মিনিটে যতটা যাও ট্রাম ( $10-x$ )/10 মিনিটে ততটা যায়।

সামনের ট্রামের সঙ্গে তোমার দেখা হয় ছ মিনিট পরপর অর্থাৎ তুমি ছমিনিটে

যতটা যাও ট্রাম ( x−6 ) মিনিটে ততটা যায়। সুতরাং তুমি এক মিনিটে যতটা যাও ট্রাম ( x−6 ) / 6 মিনিটে ততটা যায়। তাহলে

$$\frac{10-x}{10}=\frac{x-6}{6} \quad \text{বা } x=7{\cdot}5$$

সুতরাং ট্রামগুলি সাড়ে সাত মিনিট পরপর ছাড়ে।

## ১৮৪। সোফি জার্মের উপপাদ্য !

$$a^4+4=a^4+4a^2+4-4a^2=(a^2+2)^2-(2a)^2$$

$$=(a^2+2a+2)(a^2-2a+2)$$

সুতরাং $a^4+4$ কে এমন দুটো রাশির গুণফল আকারে প্রকাশ করা যায় যাদের কোনটিই 1 নয় ( $a\neq 1$ )।

কারণ $a^2-2a+2=a^2-2a+1+1$

$=(a-1)^2+1>1$ কারণ $a\neq 1$

সুতরাং $a=1$ না হলে $a^4+4$ সর্বদা যৌগিক।

## ১৮৫। কোনটি বড় ?

এখানে 4 ও 9 এর ল. সা. গু 36

$(\sqrt[4]{4})^{36}=\frac{1}{4}\times 36=4^9=(2^2)^9=(2^9)^2=512^2$

4

$(\sqrt[9]{9})^{36}=9^{\frac{1}{9}\times 36}=9^4=(9^2)^2=81^2$

যেহেতু $512>81$ সুতরাং

$(\sqrt[4]{4})^{36}>(\sqrt[9]{9})^{36}$

বা $\sqrt[4]{4}>\sqrt[9]{9}$

## ১৮৬। সমাধান কি !

$$x^{x^3}=3$$

বা $x^y=3$ ( $x^3=y$ ধরে )

বা $\left(x^y\right)^3=3^3$

বা $(x^3)^y=3^3$

বা $y^{y} = 3^3$

বা $y=3$ বা $x^3=3$ বা $x=\sqrt[3]{3}$

## ১৮৭। থটরিডিং এর সাহায্যে সংখ্যা বলা।

এটা না জেনেই সংখ্যা বলা প্রশ্ন ৫৪ এর মত করতে হবে।

মনে কর তোমার ধরা সংখ্যা x।

সুতরাং 3 দিয়ে গুণ $\rightarrow 3x$

5 বিয়োগ $\rightarrow 3x-5$

9 যোগ $\rightarrow 3x-5+9=3x+4$

2 দিয়ে ভাগ $\rightarrow \frac{3x+4}{2}$

14 বিয়োগ $\rightarrow \frac{3x+4}{2}-14=\frac{3x-24}{2}$

8 দিয়ে গুণ $\rightarrow \frac{3x-24}{2}\times 8=12x-96$

17 যোগ $\rightarrow 12x-96+17=12x-79$

তাহলে শেষ যোগফলের সঙ্গে 79 যোগ করে তাকে 12 দিয়ে ভাগ করলেই মূল সংখ্যা পাওয়া যাবে। যেমন শেষ যোগফল 65 হলে $65+79=144$, সুতরাং মূল সংখ্যা $=144/12=12$।

মূল সংখ্যার সঙ্গে যেভাবে যোগবিয়োগ ইত্যাদি করা হবে ঠিক সেভাবে উপরের মত x এর সঙ্গে যোগ বিয়োগ ইত্যাদি করে যেতে হবে।

## ১৮৮। সমীকরণের অন্তর্দৃষ্টি!

মনে কর x বৎসর পরে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের 8 গুণ হয়। তাহলে

$$44+x=8(9+x)$$

বা $44+x=72+8x$

বা $7x=-28$ বা $x=-4$

তাহলে $-4$ বৎসর পরে এটা ঘটবে, তার মানে 4 বৎসর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের 8 গুণ ছিল। অর্থাৎ যা তুমি ভবিষ্যতে ঘটবে বলে ভেবেছিলে তা অতীতেই ঘটে গেছে! ভবিষ্যতের কথা চিন্তা করে তুমি সমীকরণ গঠন করলেও সমীকরণ কিন্তু সঠিক উত্তরই দিয়েছে!

## ১৮৯। সমীকরণের বুদ্ধি !

কোন বস্তুর উপর দিকে নিক্ষেপের গতিবেগ v এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে t সময়ে বস্তু যে উচ্চতায় ( h ) থাকবে তার মান হল ( বায়ুর বাধা না থাকলে )

$$h=ut-\frac{gt^2}{2}$$

সহজ করার জন্য আমরা g এর মান 9·8 মিটার/সেকেণ্ড$^2$ না ধরে 10 মিটার/সেকেণ্ড$^2$ ধরছি, তাহলে।

$$30=35t-\frac{10t^2}{2}$$

বা $t^2-7t+6=0$ বা $(t-6)(t-1)=0$

সুতরাং $t=6$ অথবা $t=1$

তাহলে বলটি 30 মিটার উঁচুতে থাকে দুবার, এক সেকেণ্ড পরে একবার আবার ছয় সেকেণ্ড পরে আর একবার। এটা কি ভুল, দুটো উত্তর হওয়া কি সম্ভব ? হ্যাঁ সম্ভব, একবার ওঠার সময় আর একবার নামার সময় এই দুবার বলটি 30 মিটার উচ্চতায় থাকে। এখানে বলটি সর্বোচ্চ 61·25 মিটার ওঠে এবং তাতে সময় লাগে 3·5 সেকেণ্ড।

তুমি দুটো উত্তরের কথা না ভেবেই সমীকরণ গঠন করলেও সমীকরণ কিন্তু সঠিক ভাবে দুটো উত্তরই দিয়ে নিজের বুদ্ধির পরিচয় দিয়েছে !

## ১৯০। সমীকরণের রহস্যময় সমাধান !

মনে কর এককের অঙ্ক x এবং দশকের অঙ্ক y। তাহলে সংখ্যাটি $10y+x$, বিপরীত সংখ্যাটি $10x+y$, এবং

$y=x+3$ বা $y-x=3$

এবং $(10y+x)-(10x+y)=20$

বা $10y+x-10x-y=20$ বা $9y-9x=20$

সুতরাং প্রথম সমীকরণ থেকে y এর মান বসিয়ে

$9(x+3)-9x=20$ বা $9x+27-9x=20$ বা $27=20$

সমীকরণ সমাধান করতে গিয়ে আমরা x বা y এর মান তো পেলামই না উপরন্তু একটা অসম্ভব সিদ্ধান্তে এসে পৌছোলাম 27=20 ! এর কারণ কি ? কারণ হল কোন দুই অঙ্কের সংখ্যাই এই প্রশ্নের সর্ত সিদ্ধ করে না।

যেমন দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই $9y-9x=20$ আবার প্রথম সমীকরণ $y-x=3$ থেকে পাই $9y-9x=27$। অর্থাৎ একই রাশি $9y-9x$ এর মান প্রথম সমীকরণে 27 এবং দ্বিতীয় সমীকরণে 20। সুতরাং দুটো সমীকরণ পরস্পর বিরোধী, এই জন্যই কোন সমাধানে এসে পৌছানো গেল না।

## ১৯১। সমীকরণের আশ্চর্য উত্তর।

মনে কর এককের অঙ্ক x, তাহলে দশকের অঙ্ক $x+2$, সুতরাং সংখ্যাটি $10(x+2)+x=11x+20$ এবং বিপরীত সংখ্যাটি $10x+x+2=11x+2$।

তাহলে $(11x=20)-(11x+2)=18$

বা $11x+20-11x-2=18$

বা $18=18$

এখানেও সিদ্ধান্ত সঠিক হলেও x এর কোন মান কিন্তু পাওয়া গেল না। এর কারণ কি। আগের মতই কোন দুই অঙ্কের সংখ্যাইকি প্রশ্নের সর্ত সিদ্ধ করে না? না, ঠিক তার বিপরীত। যে কোন দুই অঙ্কের সংখ্যাই যার দশকের অঙ্ক এককের অঙ্কের চেয়ে 2 বেশী এই প্রশ্নের সর্ত সিদ্ধ করে। যেমন $31-13=18$, $42—24=18$, $53—25=18$ ইত্যাদি। এইজন্য আমাদের সমীরকরণটি আসলে একটি অভেদ।

## ১৯২। গাড়ির নম্বর কত?

নম্বরের ডানদিকের দুটো অঙ্ক a এবং বাঁ দিকের দুটো অঙ্ক b হলে সংখাটি $1000b+100b+10a+a=1100b+11a=11(100b+a)$

এই সংখ্যাটি 11 দ্বারা বিভাজ্য আবার এটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা বলে $11^2$ দ্বারা ও বিভাজ্য। সুতরাং $100b+a$ সংখ্যাটি 11 দ্বারা বিভাজ্য। কিন্তু $100b+a=99b+b+a$ এবং $99b$ অংশটি 11 দ্বারা বিভাজ্য বলে $b+a$ ও 11 দ্বারা বিভাজ্য। এখন a এবং b দুটো অঙ্ক বলে প্রত্যেকটি 10 এর চেয়ে কম, সুতরাং $b+a=11$

সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ বলে এর শেষ অঙ্ক a হবে 0, 1, 4, 5, 6, বা 9, সুতরাং $b=11—a$ হবে যথাক্রমে 11, 10, 7, 6, 5 বা 2। এখন b একটি অঙ্ক বলে তার মান 11 বা 10 হতে পারে না। সুতরাং আমরা পাব

b=7, a=4, সংখ্যা=7744

b=6, a=5, সংখ্যা=6655

b=5, a=6, সংখ্যা=5566

b=2, a=9, সংখ্যা=2299

কিন্তু এর শেষ তিনটি সংখ্যা পূর্ণবর্গ নয়। সুতরাং গাড়ির নম্বর অবশ্যই হবে 7744।

## ১৯৩। অনুসন্ধানী জাহাজ

মনে কর x ঘণ্টা পরে অনুসন্ধানী জাহাজ ফিরতে সুরু করে। এই x ঘণ্টায় অনুসন্ধানী জাহাজ এগোয় 60x নটিক্যাল মাইল। আবার অনুসন্ধানী জাহাজ স্কোয়াড্রনের দিকে ফেরে (4—x) ঘণ্টা ধরে, এই সময়ে সে পেছোয় 60 ( 4—x ) নটিক্যাল মাইল। চার ঘণ্টায় স্কোয়াড্রন এগোয় 30×4 বা 120 নটিক্যাল মাইল,

সুতরাং $60x=60(4-x)+120$ বা $60x=240-60x+120$

বা $120x=360$ বা $x=3$

সুতরাং অনুসন্ধানী জাহাজ রওনা হওয়ার 3 ঘণ্টা পরে ফিরতে সুরু করে।

## ১৯৪। অনুসন্ধানী জাহাজ কত সময় নেবে ?

মনে কর x ঘণ্টা সময় লাগে। এই সময়ে অনুসন্ধানী জাহাজ যায় 90x কিমি এবং স্কোয়াড্রন 45x কিমি। আবার এই x ঘণ্টায় অনুসন্ধানী জাহাজ 135 কিমি এগিয়ে কয়েক কিমি পেছোয় কিন্তু স্কোয়াড্রন শুধুই এগোয়। আর অনুসন্ধানী জাহাজ যত পেছোয় এবং স্কোয়াড্রন যত এগোয় তার যোগফল 135কিমি। তাহলে

$90x+45x=135+135$ বা $135x=270$ বা $x=2$

সুতরাং অনুসন্ধানী জাহাজের ফিরে আসতে দু ঘণ্টা সময় লাগবে।

## ১৬৯! জন্ম দিন কবে ?

মনে কর মাসের সংখ্যা x এবং দিনের সংখ্যা y, তাহলে

$$31x+12y=359$$

এই অনির্ণেয় সমীকরণ সমাধান করতে হবে যখন x এর মান 1 থেকে 12 এর মধ্যে যে কোন পূর্ণসংখ্যা এবং y এর মান 1 থেকে 31 এর মধ্যে যে কোন পূর্ণ সংখ্যা। এখন

$$12y=359-31x$$

বা $y=\frac{359-31x}{12}$

সুতরাং $x=1$ হলে $y=\frac{359-31.1}{12}=\frac{82}{3}$

$x=2$ হলে $y=\frac{359-31.5}{12}=\frac{99}{4}$

$x=3$ হলে $y=\frac{359-31.3}{12}=\frac{133}{6}$

$x=4$ হলে $y=\frac{359-31.4}{12}=\frac{235}{12}$

$x=5$ হলে $y=\frac{359-31.5}{12}=17$

দেখা যাচ্ছে $x=5$ হলে $y$ এর মান পূর্ণসংখ্যা ( 17 ) হয়, সুতরাং $x=5$ এবং $y=17$ই সমীকরণটির সমাধান। অর্থাৎ জন্মদিন হল পঞ্চম ( মে ) মাসের 17 তারিখ।

সমীকরণের সাহায্য না নিয়েও এটা করা যায়। মনে কর $31x+12y=a$, $24x+12y$ রাশিটি 12 দ্বারা বিভাজ্য বলে $a$ এবং $a-(24x+12y)=31x+12y-24x-12y$ বা $7x$ কে 12 দ্বারা ভাগ করলে একই ভাগশেষ থাকবে। সুতরাং $7a$ এবং $7.7x$ বা 49 কে 12 দ্বারা ভাগ করলে একই ভাগশেষ থাকবে। আবার $49x=4.12x+x$ বলে $7a$ এবং $x$ কে 12 দ্বারা ভাগ করলে একই ভাগশেষ থাকবে।

সুতরাং $7a$ বা $a$, 12 দ্বারা বিভাজ্য হলে $x$ ও 12 দ্বারা বিভাজ্য হবে অর্থাৎ $x=12$ হবে কারণ $x$ এর মান 12 এর বেশী হতে পারে না। আর $7a$, 12 দ্বারা বিভাজ্য না হলে এই ভাগশেষই হবে $x$ এর মান। যেমন আমাদের উদাহরণে $a=359$ সংখ্যাটি 12 দ্বারা বিভাজ্য নয় আর $7a=2513$ কে 12 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ থাকে 5, তাহলে $x=5$।

এখানে $7a$ কে ভাগ না করে $a$ কে ভাগ করলে জিনিসটা সহজ হবে। যেমন $a=359$ কে 12 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ$=11$, এই $11\times7=77$কে 12 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ$=5$, সুতরাং $x=5$।

প্রশ্ন হতে পারে একাধিক উত্তর সম্ভব কিনা? অর্থাৎ 1 থেকে 12 এর মধ্যে

x এর একাধিক মান থাকা সম্ভব কিনা যার প্রতিক্ষেত্রে y এর মান পূর্ণসংখ্যা হয় ? এর উত্তর হল, না, একাধিক সমাধান সম্ভব নয়।

প্রমাণের জন্য মনে কর অখণ্ড সংখ্যার দু জোড়া সমাধান সম্ভব ; $x_1, y_1$ এবং $x_2, y_2$ ( $x_1$ ও $x_2$ এর মান 1 থেকে 12 এর মধ্যে, $y_1$ ও $y_2$ এর মান 1 থেকে 31 এর মধ্যে )। তাহলে

$$31x_1+12y_1=a$$

এবং $31x_2+12y_2=a$

বিয়োগ করে $31(x_1-x_2)+12(y_1-y_2)=0$

এ থেকে বোঝা যায় $31(x_1-x_2)$ বা $x_1-x_2$ রাশিটি 12 দ্বারা বিভাজ্য। এখন $x_1$ ও $x_2$ উভয়েই 12 এর অনধিক ধন সংখ্যা বলে—$11 \geqslant x_1-x_2 \geqslant 11$, সুতরাং $x_1-x_2$ কে 12 দ্বারা বিভাজ্য হতে হলে অবশ্যই $x_1-x_2=0$ হবে তাহলে $x_1=x_2$ অর্থাৎ দুজোড়া সমাধান অসম্ভব।

এ হল ডায়োফান্টাইন সমীকরণের একটি উদাহরণ, এখানে এটা গ্রাফের নিয়মে সমাধান করা হল। প্রশ্ন উঠতে পারে x ও y এর মনের কোন সীমা না থাকলে অখণ্ড সংখ্যায় x এর আর কোন্ কোন্ এর মান পূর্ণসংখ্যায় পাওয়া যাবে ? এর উত্তর হল।

$$y=\frac{359-31x}{12}$$

সমীকরণের হর 12 বলে $x=5+12\,k$ ( k যখন ধন বা ঋণ যে কোন পূর্ণসংখ্যা ) হলে y এর মান অখণ্ড হবে এবং x এর অন্য কোন মানেই y পূর্ণসংখ্যা হবে না।

যেমন $k=-2$ হলে $x=5+12(-2)=-19$ এবং

$$y=\frac{359-31(-19)}{12}=\frac{359+589}{12}=79$$

## ১৯৭। আমের দাম কত ?

সকালে প্রত্যেকে প্রতিটি আম আট টাকা দামে বিক্রয় করে এবং বড়, মেজ, ও ছোট ভাই যথাক্রমে 14, 10, ও 1 টি আম বিক্রয় করে পায় 112, 80 ও ৪ টাকা।

বিকেলে প্রতি আমের বিক্রয়মূল্য চার টাকা এবং বড় মেজ ও ছোট যথাক্রমে $16-14=2$, $20-10=10$ ও $29-1=28$ টি আম বিক্রয় করে পায় 40 ও 112। তাহলে প্রত্যেকেই মোট পায় 120 টাকা।

কি করে হল বুঝতে হলে মনে কর বড়, মেজ ও ছোট সকালে যথাক্রমে $a$, $b$ ও $c$ টি আম বিক্রয় করে। তাহলে তারা বিকেলে বিক্রয় করে যথাক্রমে $16-a$, $20-b$ ও $29-c$ টি আম। এখন সকাল ও বিকেলের বিক্রয়মূল্য যথাক্রমে প্রতি আম $x$ ও $y$ টাকা হলে আমরা পাব

$$ax+y(16-a)=120 \quad \text{বা} \quad (x-y)a+16y=120$$
$$bx+y(20-b)=120 \quad \text{বা} \quad (x-y)b+20y=120$$
$$cx+y(29-c)=120 \quad \text{বা} \quad (x-y)c+29y=120$$

এর প্রথম থেকে তৃতীয় সমীকরণ বিয়োগ করে এবং দ্বিতীয় থেকে তৃতীয় সমীকরণ বিয়োগ করে পাওয়া যায় যথাক্রমে

$$(x-y)(a-c)=13y$$
$$(x-y)(b-c)=9y$$

এর প্রথমটিকে দ্বিতীয়টি দ্বারা ভাগ করলে পাওয়া যায়

$$\frac{a-c}{b-c}=\frac{13}{9} \quad \text{বা} \quad \frac{a-c}{13}=\frac{b-c}{9}$$

এখন $a$, $b$, $c$ অখণ্ড সংখ্যা বলে $a-c$ এবং $b-c$ ও পূর্ণসংখ্যা। তাহলে উপরের সমীকরণটি সিদ্ধ হতে হলে $(a-c)/13$ এবং $(b-c)/9$ উভয়কেই পূর্ণসংখ্যা হতে হবে। মনে কর এর মান $k$, তাহলে

$$\frac{a-c}{13}=\frac{b-c}{9}=k$$

তাহলে $a=13k+c$ এবং $b=9k+c$

এখন $a>c$ বলে ( না হলে বড় ও ছোট সমান টাকা পেতে পারে না ) $k$ ধনাত্মক। আবার $a<16$ বলে

$$13k+c<16$$

এখন $k$ ও $c$ উভয়েই ধন পূর্ণসংখ্যা হওয়ায় উপরের অসমীকরণ থেকে পাওয়া যায় $k=1$ এবং $c=1$ বা $2$। প্রথমে $a=13k+c$ এবং $b=9k+c$ সমীকরণে $k=1$ ও $c=1$ বসিয়ে পাওয়া যায় $a=14$, $b=10$।

এবার প্রথম দুই সমীকরণে $a=14$, $b=10$ বসালে পাবে

$14x+2y=120$ এবং $10x+10y=120$

সমাধান করলে $x=8$, $y=4$

এবার $a=13k+c$ এবং $b=9k+c$ সমীকরণে $k=1$ ও $c=2$ বসালে পাবে $a=15$, $b=11$। এখন প্রথম দুই সমীকরণে $a=15$, $b=11$ বসালে

$15x+y=120$ এবং $11x+9y=120$

সমাধান করে $x=\frac{240}{31}, y=\frac{120}{31}$

অর্থাৎ একটি আমের দাম সকালে 240/31 ও বিকেলে 120/31 টাকা! বুঝতেই পারছ-এই দামে আম বিক্রি করা অসম্ভব। সুতরাং শুধু আগের সমাধানই গ্রহণ যোগ্য।

## ১৯৮। সংখ্যা দুইটি বার কর তো!

বড় সংখ্যা x এবং ছোট y হলে $(x+y)+(x-y)+xy+\frac{x}{y}=3125$

$$\text{বা} \quad 2x+xy+\frac{x}{y}=3125$$

$$\text{বা} \quad 2xy+xy^2+x=3125y \text{ (y দ্বারা গুণ করে)}$$

$$\text{বা} \quad x(2y+y^2+1)=3125y$$

$$\text{বা} \quad x(y+1)^2=3125y$$

$$\text{বা} \quad x=\frac{3125y}{(y+1)^2}=\frac{5^5y}{(y+1)^2}$$

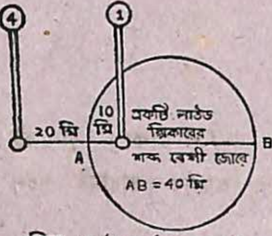
এ একটি অনির্ণেয় সমীকরণ। এখন x পূর্ণসংখ্যা এবং y ও y+1 এর কোন সাধারণ উৎপাদক না থাকায় $5^5$ অবশ্যই $(y+1)^2$ দ্বারা বিভাজ্য হবে। সুতরাং $(y+1)^2$ অবশ্যই $1^2$, $5^2$ বা $5^4$ হবে। কিন্তু $(y+1)^2=1^2$ হলে $y=0$ হয় সুতরাং $(y+1)^2$ এর মান $5^2$ বা $5^4$ হবে। তাহলে $y+1=5$ অথবা $5^2=25$ অর্থাৎ $y=4$ বা 24, সুতরাং

$$x=\frac{3125y}{(y+1)^2}=\frac{3125\times4}{5^2} \text{ বা } \frac{3125\times24}{25^2}=500 \text{ বা } 120$$

সুতরাং সংখ্যাদ্বয় 500 এবং 4 অথবা 120 এবং 24

## ২০২। লাউড স্পিকারের শব্দ।

একটি লাউডস্পিকার থেকে নির্ণেয় স্থানের দূরত্ব x মিটার হলে চারটি লাউড-স্পিকার থেকে তার দূরত্ব ( 30−x) মিটার। শব্দের তীব্রতা দূরত্বের বর্গের সঙ্গে ব্যস্ত সমানুপাতী বলে




চিত্র 17 (সমাধান 205)

$$\frac{x^2}{(30-x)^2}=\frac{1}{4}$$

বা $4x^2=900-60x+x^2$

বা $x^2+20x-300=0$

বা $(x-10)(x+30)=0$

সুতরাং $x=10$ বা $-30$

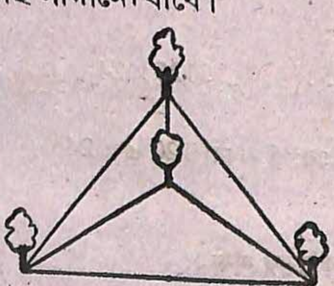
প্রথম উত্তর থেকে বোঝা যাচ্ছে নির্ণেয় স্থানটি একটি লাউডস্পিকার থেকে 10 মিটার এবং চারটি লাউডস্পিকার থেকে 30 − 10 বা 20 মিটার দূরে A বিন্দুতে অবস্থিত ( চিত্র-17 )।

দ্বিতীয় উত্তরটি কি বোঝায় ? এর ঋনাত্মক চিহ্ন বোঝায় যে বিপরীত দিকে যেতে হবে অর্থাৎ একটি লাউডস্পিকারের যেদিকে চারটি লাউডস্পিকার আছে, তার বিপরীত দিকে 30 মিটার দূরে B বিন্দুতে শব্দ সমান জোড়ে শোনা যাবে। সুতরাং চারটি লাউডস্পিকার থেকে এই স্থানের দূরত্ব 30+30 বা 60 মিটার।

তাহলে শব্দের দুই উৎস সংযোগকারী সরলরেখায় দুইটি বিন্দু আছে যেখানে শব্দ সমান তীব্র। এই সরলরেখার আর কোন বিন্দু নেই যেখানে শব্দ সমান তীব্র।

তবে এই দুই বিন্দু ( যেখানে উভয় উৎসের শব্দ সমান তীব্র ) সংযোগকারী AB রেখাকে ব্যাস ধরে ( অর্থাৎ 40 মিটার ব্যাস বিশিষ্ট ) যে বৃত্ত আঁকা যায় তার পরিধির উপর অবস্থিত যে কোন বিন্দুতে উভয় উৎসের শব্দ সমান জোড়ে শোনা যাবে। আর এই বৃত্তের ভিতরে যে কোন বিন্দুতে একটি লাউডস্পিকারের শব্দ বেশী জোড়ে শোনা যায় আর বাইরে যে কোন বিন্দুতে ঠিক তার বিপরীত (চিত্র-17)

২০৬। **কটি গাছ লাগানো যাবে।**



**চিত্র 18 (সমাধান 206)**

চারটি, সমতলে অবশ্য তিনটির বেশী লাগানো সম্ভব নয়।

মাঝের গাছটি উঁচু জায়গায় লাগালে চারটি গাছ এমনভাবে লাগানো সম্ভব যাতে যে কোন দুটোর মধ্যে দূরত্ব সমান থাকে ( চিত্র-18 )। এখানে A, B, C, P একটি রেগুলার টেট্রাহেড্রনের ( Regular Tetrahedron )চারটি কৌণিক বিন্দু।

## ২০৪। কজন শুধু নাচ জানে ?

মনে কর শুধু গান, শুধু নাচ ও শুধু সাঁতার জানা মেয়ের সংখ্যা যথাক্রমে M, D ও S। আবার শুধু গান ও নাচ, শুধু নাচ ও সাঁতার এবং শুধু সাঁতার ও গান জানা মেয়ের সংখ্যা যথাক্রমে MD,DS ও SM। তিনটেই জানা মেয়ের সংখ্যা MDS,

তাহলে $M+D+S+MD+DS+SM+MDS=530 \cdots\cdots(1)$

$$M+MD+SM+MDS=350 \cdots\cdots(2)$$

$$MD+MDS=160 \cdots\cdots(3)$$

$$DS+MDS=130 \cdots\cdots(4)$$

$$SM+MDS=180 \cdots\cdots(5)$$

$$MDS=50 \cdots\cdots(6)$$

$$M=S \quad \cdots(7)$$

সুতরাং (5) থেকে (6) বিয়োগ করে SM=130 এইভাবে (4 থেকে (6) বিয়োগ করে DS=80 এবং (3) থেকে (6) বিয়োগ করে MD=110 সুতরাং (2) থেকে

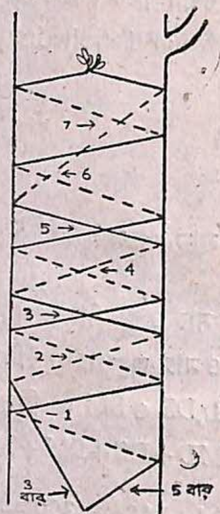
$$M=350-MD-SM-MDS$$
$$=350-110-130-50=60$$ তাহলে $S=M=60$

সুতরাং (1 থেকে

$$D=530-M-S-MD-DS-SM-MDS$$
$$=530-60-60-110-80-130-50$$
$$=530-490=40$$

তাহলে শুধু নাচ জানা মেয়ের সংখ্যা 40।

২০৫। কবার মিলিত হবে ?




চিত্র 19 (সমাধান ২০৪)

মাঝখানে সাতবার মিলিত হবে ( চিত্র-19 )।

২১৪। মাঠের আকার কি হবে ?

মাঠের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ a ও b হলে পরিসীমা $2a+2b=2(a+b)$ এবং ক্ষেত্রফল ab। সুতরাং ab কে নির্দিষ্ট রেখে $2(a+b)$ বা $a+b$ এর মান সর্বনিম্ন করতে হবে। সুতরাং $a=b$ ( প্রশ্ন ২০৯ ) অর্থাৎ আয়তটিকে বর্গক্ষেত্র হতে হবে।

২১৮। মেষশাবকের দাম কত-?

গরুর সংখ্যা x হলে প্রতিটি গরুর বিক্রয়মূল্য x টাকা, তাহলে মোট বিক্রয়মূল্য $x^2$ টাকা যা একটি পূর্ণবর্গ। ভেড়া ভাগ করার সময় একজন গরুবিক্রেতা একটি ভেড়া বেশী পেল, এ থেকে বোঝা যায় ভেড়ার সংখ্যা বিজোড়। মনে কর ভেড়ার সংখ্যা $2m+1$, তাহলে প্রতিটি 10 টাকা হিসাবে ভেড়াগুলির মোট দাম $10(2m+1)$ টাকা।

মনে কর মেষশাবকটির দাম p টাকা তাহলে $x^2=10(2m+1)+p$। এখন শাবকটির দাম একটি ভেড়ার দামের চেয়ে কম কারণ যে শাবক নিয়েছে সে কিছু টাকা পেয়েছে। সুতরাং p এর মান 10 এর কম। তাহলে দেখা যাচ্ছে $10(2m+1)+p$ এই পূর্ণবর্গ সংখ্যার দশকের অঙ্ক বিজোড়।

কোন পূর্ণবর্গ সংখ্যার দশকের অঙ্ক বিজোড় হলে তার এককের অঙ্ক অবশ্যই 6

হবে। প্রমান করতে হলে মনে কর কোন সংখ্যাব এককের অঙ্ক a এবং দশকের অঙ্ক b, তাহলে সংখ্যাটি $10b+a$ এবং তার বর্গ

$$(10b+a)^2=100b^2+20ab+a^2$$
$$=10\,(10b^2+2ab)+a^2$$

সুতরাং এই বর্গে $10b^2+2ab$ দশক আছে আর তাছাড়াও $a^2$ এ যতগুলি দশক আছে তাও আছে। এখন $10b^2+2ab=2(5b^2+ab)$ একটি যোড় সংখ্যা, সুতরাং $(10b+a)^2$এর দশকের অঙ্ক বিজোড় হলে $a^2$ এর দশকের অঙ্ক অবশ্যই বিজোড় হবে। এখন a একটি অঙ্ক বলে তার মান 0 থেকে 9 পর্যন্ত যে কোন পূর্ণসংখ্যা, সুতরাং $a^2$ এর মান নীচের যে কোন সংখ্যা হবে

0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81

এদের মধ্যে কেবল 16 এবং 36 এর ( উভয়েরই এককের অঙ্ক 6 ) মধ্যে বিযোড় সংখ্যাক দশক আছে। অর্থাৎ $a^2$ এর দশকের অঙ্ক বিজোড় হলে তার এককের অঙ্ক অবশ্যই 6 হবে।

সুতরাং $10(2m+1)+p$ এই পূর্ণবর্গ সংখ্যার এককের অঙ্ক 6, অর্থাৎ $p=6$, সুতরাং শাবকটির দাম 6 টাকা।

তাহলে যে শাবকটিকে নেয় সে $(10-6)$ বা 4 টাকা কম পায়। সুতরাং তার ক্ষতিপূরণ করতে হলে অন্য গরুবিক্রেতার তাকে 4 টাকার অর্ধেক বা 2 টাকা দিতে হবে।

**২২১। লগের মজা $3>4$ !**

এখানে $\log_{10}(\frac{1}{2})=\log_{10}1-\log 2=0-\log_{10}2=-\log_{10}2=$ একটি ঋণ সংখ্যা। কোন ঋন সংখ্যা দিয়ে গুন বা ভাগ কয়লে অসমীকরণের অসমতা চিহ্ন পাল্টে যায়। সুতরাং

$$3\log_{10}(\tfrac{1}{2})>4\log_{10}(\tfrac{1}{2})$$

অসমীকরণকে $\log_{10}(\frac{1}{2})$ দ্বারা ভাগ করলে পাওয়া যাবে

$$3<4\ (\ 3>4 \text{ নয় })$$

**২২৮। সবচেয়ে বড় সংখ্যা !**

সবচেয়ে বড় যে সংখ্যার নাম দেওয়া হয়েছে তা হল গুগলপ্লেক্স (Googolplex)।

এক গুগল$=10^{100}$ অর্থাৎ একের পিঠে 100টি শূণ্য।

আর এক গুগলপ্লেক্স

$$=10^{\text{এক গুগল}}=10^{10^{100}}$$

এই সংখ্যাটা এত বড় যে তা আমাদের সমস্ত কল্পনাশক্তিরও বাইরে ! মনে রেখ সবচেয়ে বড় সংখ্যা বলে কিন্তু কিছু নেই। গুগলপ্লেক্সের চেয়েও বড় অসংখ্য সংখ্যা আছে কিন্তু তাদের কোন নামকরণ করা হয় নি।

২২৯। কার ক্ষতি হল ?

চন্দনপুরের রাজারই এই ক্ষতিটা হলো।

চন্দনপুরের টাকা বদলের কেন্দ্র লোকটিকে যে চন্দনপুরের 90 টাকার বদলে রায়পুরের 100 টাকা দিল, তা রায়পুরের টাকা তারা পেল কি করে? নিশ্চয়ই রায়পুরের টাকার বদলে চন্দনপুরের টাকা নিতে তাদের কাছে কেউ আসবে না কারণ তাহলে সে রায়পুরের 100 টাকার বদলে চন্দনপুরের মাত্র 90 টাকা পাবে। কারও এরকম প্রয়োজন হলে সে যাবে রায়পুরের টাকা বদলের কেন্দ্রে কারণ সেখানে সে রায়পুরের 80 টাকার বদলে চন্দনপুরের 100 টাকা পাবে।

সুতরাং চন্দনপুরের টাকা বদলের কেন্দ্রের লোকেদের রায়পুরের টাকা বদলের কেন্দ্র থেকেই এই 100 রায়পুরের টাকা সংগ্রহ করতে হবে। এখন রায়পুরের কেন্দ্রে 100 চন্দনপুরের টাকার বদলে পাওয়া যায় 80 রায়পুরের টাকা, সেই হিসেবে 100 রায়পুরের টাকার জন্য দিতে হবে 125 চন্দনপুরের টাকা। সুতরাং চন্দনপুরের রাজা শেষ পর্যন্ত 125 চন্দনপুরের টাকার বদলে লোকটির কাছে পেল 90 চন্দনপুরের টাকা অর্থাৎ তার লোকসান হল 35 চন্দনপুরের টাকা।

আর রায়পুরের রাজার লাভ লোকসান কিছুই হল না। কারণ রায়পুর প্রথমে চন্দনপুরের কাছ থেকে 100 রায়পুরের টাকার বিনিময়ে 125 চন্দনপুরের টাকা পেল, পরে আবার লোকটিকে 100 রায়পুরের টাকার বিনিময়ে 125 চন্দনপুরের টাকা দিল।

২৩০। **বছরে একদিন কাজ !**

ব্যবসায়ী যে বলল, বছরে 243 দিন কাজ করতে হয় না এ পর্যন্ত ঠিকই আছে কিন্তু তারপরই গণ্ডগোল! বাহান্নটা রবিবারের জন্য 52 দিন বাদ যাবে না, বাদ যাবে মাত্র 52/3 দিন, কারণ একদিনের কাজ = 8ঘণ্টা = 1/3 দিন। এই ভাবে 52টি শনিবারের জন্য বাদ যাবে 26/3 দিন। আর ছটি ক্যাজুয়াল লীভ ও মেডিক্যাল লীভ মিলিয়ে মোট 43 দিনের জন্য বাদ যাবে 43/3 দিন।

তাহলে 122 দিন থেকে মোট বাদ যাবে (52 + 26 + 43)/3 বা 40 দিন। অর্থাৎ সারা বছরে কাজ করতে হয় একদিন নয়, 122—40 বা 82 দিন বা 82 × 24 ঘণ্টা বা 1948 ঘণ্টা।

২৩১। **কত চাঁদ উঠেছে ?**

ক শ্রেণীর সভ্য সংখ্যা x ও খ শ্রেণীর y হলে ক শ্রেণীর x/4 জন ও খ শ্রেণীর 2y/3 জন চাদা দিয়েছে। সুতরাং ক শ্রেণীর 32 টাকা ও খ শ্রেণীর 12 টাকা হিসাবে মোট চাঁদা উঠেছে।

$$32\times\frac{x}{4}+12\frac{2y}{3}$$

$= 8x + 8y = 8\ (x + y) = 8 \times 500 = 4000$। টাকা কারণ $x + y =$ মোট সভ্য সংখ্যা $= 500$।